Politechnika Wroclawska

Projektowanie efektywnych algorytmów

Projekt 1

Autor:
Wojciech Wójcik 235621

Prowadzacy:
Dr inż. Jarosław Rudy

13 października 2018

Spis treści

1 Wstęp

Celem projektu było wykonanie programu, wykorzystującego algorytmy programowania dynamicznego, podziału i ograniczeń oraz przeglądu zupełnego do rozwiązania problemu komiwojażera (ang. Travelling Salesman Problem).

2 Specyfikacja techniczna

- Program został wykonany obiektowo w języku c++
- Program akceptuje dane w postaci macierzy odległości
- Czas wykonania algorytmów mierzone był przy wykorzystaniu bibliotek systemowych
- do dynamicznego przechowywania danych została wykorzystana biblioteka $Vector$

3 Analiza problemu

Problem komiwojażera należy do klasy problemów NP-trudnych. Jest to optymalizacyjny problem, rozwiązaniem którego jest znalezienie minimalnego cyklu Hamiltona (ścieżki prowadzącej przez wszystkie wierzchołki grafu, powracając na końcu do wierzchołka początkowego). W wersji asynchronicznej, odległości pomiędzy wierzchołkami mogą dodatkowo zależeć także od kierunku przejścia pomiędzy nimi. Główną trudnością w rozwiązaniu problemu jest znacząca liczba możliwych kombinacji.

4 Opis Algorytmów

4.1 Przegląd zupełny

Algorytm przeglądu zupełnego (ang. brute force) polega na przeanalizowaniu wszystkich możliwych przypadków, oraz wybraniu tego o najlepszej wartości. Zaletą tego algorytmu jest pewność, że otrzymany wynik jest najlepszym rozwiązaniem problemu. Poważną jego wadą jest jednak złożoność czasową wynoszącą $O(n!)$, co w praktyce czyni ten algorytm bezużytecznym dla większych zbiorów danych. Zaimplementowany został algorytm przeszukiwania w głąb wywoływany rekurencyjnie ze zmiennymi śledzącymi najkrótszą drogę i koszt.

4.2 Programowanie dynamiczne

Programowanie dynamiczne (ang. dynamic programming) jest metodą rozwiązywania złożonych problemów, poprzez rozbicie ich na zbiór podproblemów o mniejszej złożoności, przy założeniu, że każdy podproblem rozważany jest jedynie raz, a wynik jego analizy przechowywany jest do wykorzystania w późniejszych obliczeniach. Dla problemu komiwojażera, najlepszym algorytmem wykorzystującym tę metodę, jest algorytm Helda-Karpa, posiadający złożoność czasową $O(n2 * 2n)$.

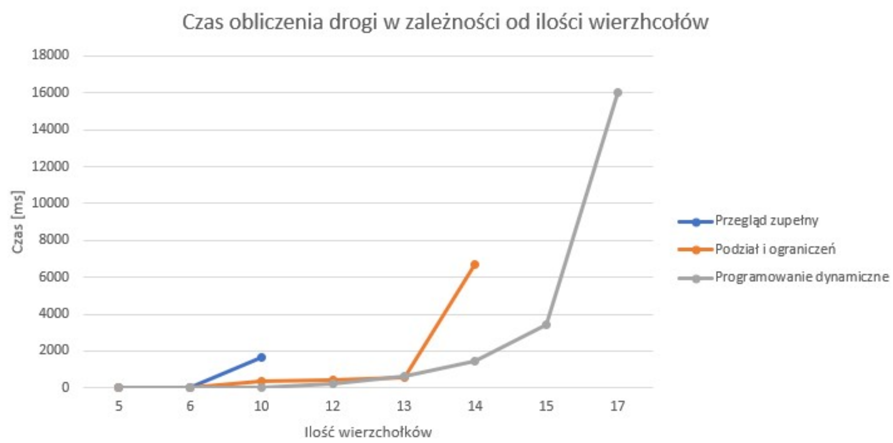
Algorytm wykorzystuje tablicę $2^{(n-1)}$ elementową indeksowaną od zera. Tablica jest wypełniana według algorytmu Helda-Karpa jak i również znajdujemy minimalny koszt przejścia instancji.
Indeks elementu jest również maską która mówi o miastach które się odwiedziło. Przykładowo dla 5 miast ostatnim indeksem jest 15, czyli 1111_2 - ta maska mówi o odwiedzeniu wszystkich miast poza ostatnim. Mimo 5 punktów potrzebne są nam tylko 4 bity, gdyż ostatnie miasto jest już wybrane i znajdujemy wierzchołek który zapewni nam najmniejszy koszt podroży od ostatniego wierzchołka. W tym elemencie znajduje się lista elementów mówiących o koszcie przejścia tych wszystkich miast wraz ze wskazaniem na to który punkt był ostatnim. Wybierając najmniejszy element, na przykład 2 przechodzimy do maski 1011_2, gdzie powtarzamy algorytm, aż do całkowitego odtworzenia drogi(na samym początku należy pamiętać o dodaniu kosztu powrotu do ostatniego wierzchołka, by można było wybrać poprawny element).

4.3 Metoda podziału i ograniczeń

Metoda polega przechodzeniu w głąb problemu przy jednoczesnym obliczaniu minimum - *upperBound* (poprzez metodę redukcji macierzy). Po znalezieniu pierwszej drogi zostaje zaktualizowana wartość *lowerBound* i wyeliminowane wszystkie elementy które posiadają wartość *upperBound* większą od *lowerBound*. Minusem tego algorytmu jest duża złożoność pamięciowa, gdyż dla każdego elementu tworzymy uaktualnioną dla danego elementu kopię macierzy kosztów przejścia pomiędzy wierzchołkami. W najgorszym przypadku odwiedzimy każdy wierzchołek, tak jak przy przeglądzie zupełnym.

5 Pomiary i wnioski

Każdy pomiar został wykonany dziesięciokrotni, a potem uśredniony.



Rysunek 1: Pomiary w [ms] w zależności od ilości wierzchołków

Jak widać algorytmy przeglądu zupełnego i podziału i ograniczeń okazują się nieefektywne już przy odpowiednio 12 i 15 wierzchołkach. Ponadto algorytm podziałów i ograniczeń mimo większej wydajności zużywa dużo więcej pamięci, a jego szybkość nie jest stała - zależna od grafu jak i ilości wierzchołków grafu. Najlepsza okazała się metoda programowania dynamicznego, a przy okazji ma dużo mniejszą złożoność pamięciową