



Управление перевёрнутым маятником на колесе по первому приближению

Семион А.А.

Факультет прикладной математики и кибернетики

Сторонние разработки

- PID регулятор+сонар
- PID регулятор+IMU
- И. Фантони, Р. Лозано «Нелинейное управление механическими системами с дефицитом управляющих воздействий»
оптимальное по Ляпунову управление для маятника на тележке.

Основные цели работы

- Получение уравнений движения системы
- Моделирование системы
- Расчет геометрических размеров и мощности двигателей для конкретной системы
- Постройка экспериментальной платформы

Постановка задачи

m_p : масса маятника

m_w : масса колес

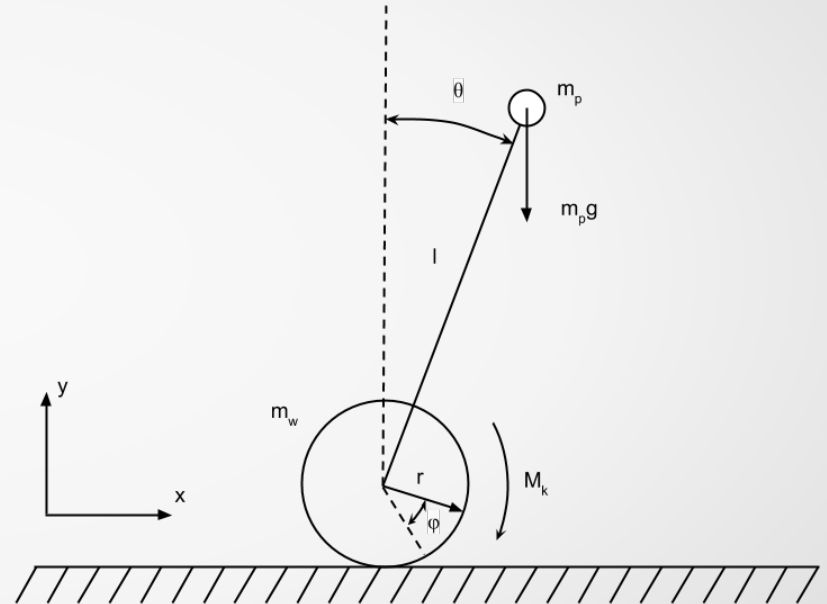
l : длина маятника

r : радиус колеса

θ : угол между маятником и
вертикальной прямой

φ : угол поворота колеса относительно
его начального положения

M_k : момент двигателя



Вывод уравнений движения

Для исследования системы воспользуемся уравнениями

Эйлера-Лагранжа: $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}(q, \dot{q})\right) - \frac{\partial L}{\partial q}(q, \dot{q}) = \tau$

После подстановок энергий и выполнения операций дифференцирования получаем уравнения движения

$$r \cos(\theta) l m_p \ddot{\theta} + r^2 (m_p + 2m_w) \ddot{\phi} - r \sin(\theta) \theta^2 l m_p = M_k$$

$$\ddot{\phi} \cos(\theta) l m_p r - m_p g l \sin(\theta) + 2m_p l^2 \ddot{\theta} = 0$$

Синтезирование управления

- Рассмотрим динамическую систему:
- Синтезируем управление минимизирующее функционал:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}x(t) &= Ax(t) + Bu(t), \\ x(t_0) &= x_0\end{aligned}$$

$$J(x, u) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)\} dt$$

- Оптимальное управление существует, единственно и определяется уравнением:
 $u(t) = -R^{-1} B^T \hat{K} x(t)$, где \hat{K} решение уравнения Риккати

$$\hat{K} A + A^T \hat{K} - \hat{K} B R^{-1} B^T \hat{K} + Q = 0$$

Моделирование

Были выбраны следующие параметры системы:

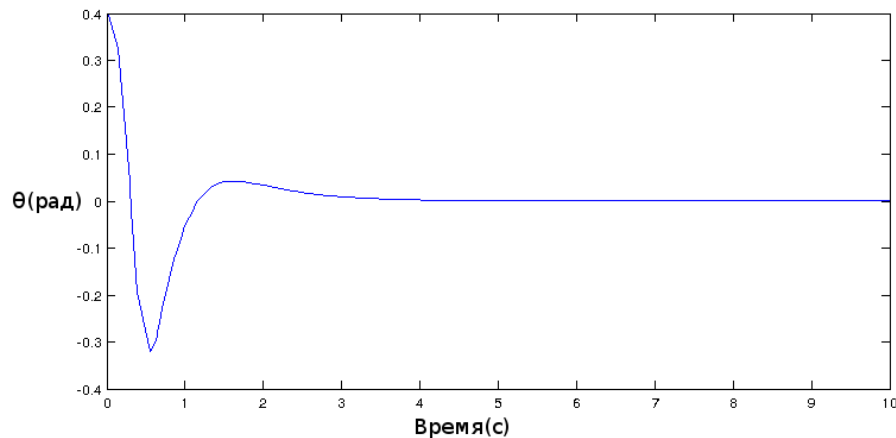


График отклонения маятника от нулевого положения

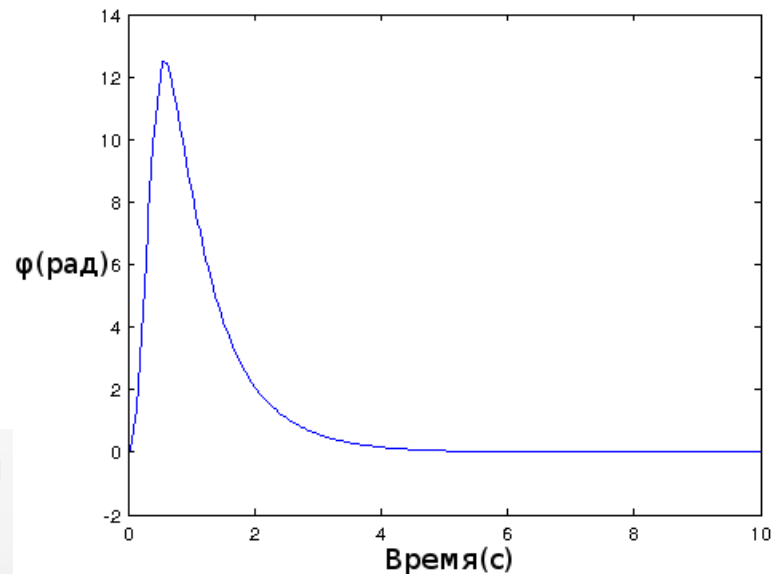


График угла поворота колес маятника

Результаты

- Получена математическая модель системы.
- С помощью моделирования удалось просчитать необходимую мощность моторов.