2016年广州市初中毕业生学业考试

数学试卷分析

第一部分　选择题（共30分）

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，满分30分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

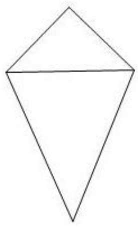
1. 中国人很早开始使用负数，中国古代数学著作《九章算术》的“方程”一章，在世界数学史上首次正式引入负数. 如果收入100元记作$+100$元，那么-80元表示(　　).

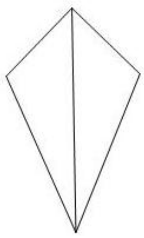
（A）支出20元　　（B）收入20元　　（C）支出80元　　（D）收入80元

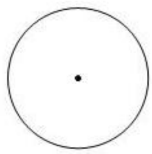
【答案】C

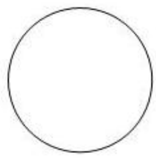
【明师教育中考研究院独家点评】此题考查了正负数的意义。运用负数来描述生活中的实例，解题的关键是仔细审题。

2. 图1所示几何体的左视图是(　　).


（A）


（B）


（C）


（D）

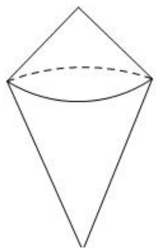


图1

【答案】A

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查了简单组合体的三视图。根据图示可知圆锥的左视图为两个共底的等腰三角形。

3. 据统计，2015年广州地铁日均客运量约为6 590 000人次. 将6 590 000用科学记数法表示为(　　).

（A）6.59×10^{4}　　（B）659×10^{4}　　（C）65.9×10^{5}　　（D）6.59×10^{6}

【答案】D

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查了科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形

式为 a×10ⁿ，其中 1≤|a|<10，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值。

4. 某个密码锁的密码由三个数字组成，每个数字都是 0～9 这十个数字中的一个，只有当三个数字与所设定的密码及顺序完全相同时，才能将锁打开.如果仅忘记了所设密码的最后那个数字，那么一次就能打开该密码锁的概率是(　).

（A）$\frac{1}{10}$　　（B）$\frac{1}{9}$　　（C）$\frac{1}{3}$　　（D）$\frac{1}{2}$

【答案】A

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查了随机事件概率的求法。该事件总共有 10 种等可能性，其中能打开该密码锁的数字只有 1 个。

5. 下列计算正确的是(　).

（A）$\frac{x^2}{y^2}=\frac{x}{y}(y\neq0)$　　（B）$xy^2\div\frac{1}{2y}=2xy$

（C）$2\sqrt{x}+3\sqrt{y}=5\sqrt{xy}\ (x\geq0,y\geq0)$　　（D）$(xy^3)^2=x^2y^6$

【答案】D

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查了单项式的除法、幂的乘方以及合并同类项法则，正确理解指数的计算是关键。

6. 一司机驾驶汽车从甲地去乙地，他以 80 千米/小时的平均速度用了 4 小时到达乙地.当他按原路匀速返回时，汽车的速度 v 千米/小时与时间 t 小时的函数关系是(　).

（A）$v=320t$　　（B）$v=\frac{320}{t}$　　（C）$v=20t$　　（D）$v=\frac{20}{t}$

【答案】B

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查了反比例函数在实际生活中的应用，重点是找出题中的等量关系。可以先求出路程，再由等量关系“速度=路程÷时间”列出关系式即可。

7. 如图2，已知ΔABC中，$AB=10$，$AC=8$，$BC=6$，DE是AC的垂直平分线，DE交AB于点D，连接CD，则$CD=$(　).

（A）3　　（B）4　　（C）4.8　　（D）5

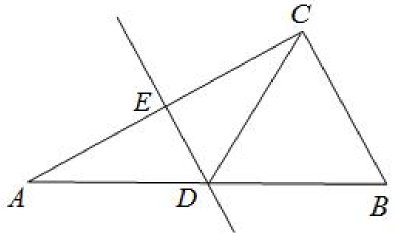


图 2

【答案】D

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查了线段垂直平分线性质的应用。根据勾股数得出△ABC 为直角三角形，解此题的关键是根据垂直平分线性质得出 ED=$\frac{1}{2}$BC,再利用勾股得出

答案，注意：线段垂直平分线上的点到线段两个端点的距离相等。

8. 若一次函数 $y=ax+b$ 的图像经过第一、二、四象限，

则下列不等式中总是成立的是(　).

（A）$ab>0$　　（B）$a-b>0$　　（C）$a^2+b>0$　　（D）$a+b>0$

【答案】C

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查了一次函数图像在坐标平面内的位置与系数 a,b 的关系以及不等式的性质。解答本题关键是“图像经过第一、二、四象限”，根据数形结合思想得出 a＜0，b＞0，再根据不等式性质解题。

9. 对于二次函数 $y=-\frac{1}{4}x^2+x-4$，下列说法正确的是(　).

（A）当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大　　（B）当 $x=2$ 时，y 最大值 -3

（C）图像的顶点坐标为 $(-2,-7)$　　（D）图像与 x 轴有两个交点

【答案】B

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查了二次函数的对称轴，顶点坐标及增减性。熟练利用其性质是解题关键。

10. 定义新运算：$a\bigstar b=a(1-b)$，若 a，b 是方程 $x^2-x+\frac{1}{4}\text{m}=0(\text{m}<1)$ 的两根，则 $b\bigstar b-a\bigstar a$ 的值为（　　）.

（A）0　　（B）1　　（C）2　　（D）与 m 有关

【答案】A

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查了新定义运算以及一元二次方程的解法。考查了学生的观察和逻辑思维能力。正确理解定义的新运算的意义是解题的关键，具有一定的新颖性。

第二部分　非选择题（共 120 分）

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分.）

11. 分解因式：$2a^2+ab=$ ______ .

【答案】 $a(2a+b)$

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查因式分解，提公因式即可，属基础题。

12. 代数式$\sqrt{9-x}$有意义时，实数x的取值范围是______.

【答案】$x\le 9$

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查二次根式有意义的条件，从而转化为解不等式.

学生易错为:不等号不变向。

13. 如图3，ΔABC中，$AB=AC$，$BC=12cm$，点D在AC上，$DC=4cm$，将线段DC沿CB方向平移$7cm$得到线段EF，点E，F分别落在边AB，BC上，则ΔEBF的周长为______cm.

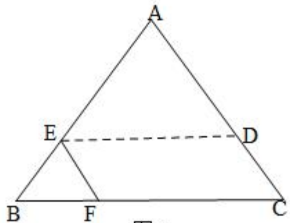


图3

【答案】13

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查图形平移、等腰三角形的判定及性质。平行得角等，继而判定等腰（或相似），难度一般。

14. 方程$\frac{1}{2x}=\frac{2}{x-3}$的解是______.

【答案】$x=-1$

【明师教育中考研究院独家点评】此题考分式方程的解法，需先去分母，化为整式方程来解。由于是填空题，答题免去了易忘记检验的步骤。

15. 如图4，以点O为圆心的两个同心圆中，大圆的弦AB是小圆的切线，点P为切点，$AB=12\sqrt{3}$，$OP=6$，则劣弧$\overset{\frown}{AB}$的长为______.（结果保留π）

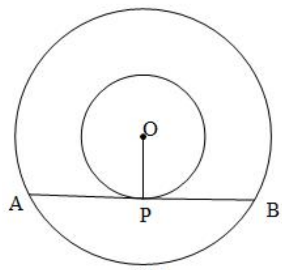


图4

【答案】8π

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查切线性质、垂径定理、解直角三角形，弧长公式。利用切线性质为切入点，有一定的综合性。

16. 如图5，正方形$ABCD$的边长为1，AC，BD是对角线，将ΔDCB绕点D顺时针旋转45°得到ΔDGH，HG交AB于点E，连接DE交AC于点F，连接FG，则下列结论：

①四边形$AEGF$是菱形；②$\Delta AED\cong\Delta GED$；

③$\angle DFG=112.5^\circ$；④$BC+FG=1.5$.

其中正确的结论是______.（填写所有正确结论的序号）

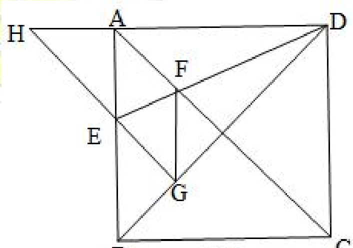


图5

【答案】①②③

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查旋转、正方形的性质，全等三角形、菱形的判定等知识。以正方形为背景，进行旋转，图形比较复杂。综合性较强，需敏锐的观察力，

有一定的难度。

三、**解答题**（本大题共 9 小题，满分 102 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17.（本小题满分 9 分）

解不等式组：$\begin{cases}2x<5,\\3(x+2)\geq x+4,\end{cases}$ 并在数轴上表示解集.

【答案】解：$\begin{matrix}2x<5\text{..................}①\\3(x+2)\geq x+4\text{.....}②\end{matrix}$

由①得： $x<\dfrac{5}{2}$

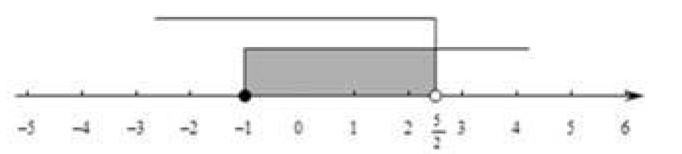
由②得：$3x+6\geq x+4$

$2x\geq -2$

$x\geq -1$

∴ 不等式解集为： $-1\leq x<\dfrac{5}{2}$

解集为：



【明师教育中考研究院独家点评】此题考查了解简单不等式组的能力。解答这类题学生往往易审题不全面，忽略在数轴上表示解集这个问题，

18.（本小题满分 9 分）

如图 6，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC，BD 相较于点 O，

若 $AB=AO$，求 $\angle ABD$ 的度数.

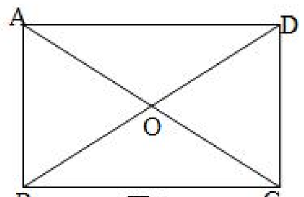


图6

【答案】解：在矩形 ABCD 中

∵AO=$\frac{1}{2}$AC,且 BO=$\frac{1}{2}$BD

∴AO=BO

∵ AB=AO

∴ AO=BO= AB

即△ABO 为等边三角形

∴ $\angle ABD$ =60°

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查了矩形的性质和等边三角形的判定及性质。属于简单几何问题，容易得分。

19. (本小题满分 10 分)

某校为了提升初中学生学习数学的兴趣，培养学生的创新精神，举办“玩转数学“比赛，现有甲、乙、丙三个小组进入决赛，评委从研究报告、小组展示、答辩三个方面为各小组打分，各项成绩均按百分制记录，甲、乙、丙三个小组各项得分如下表：

小　组	研究报告	小组展示	答　辩
甲	91	80	78
乙	81	74	85
丙	79	83	90

（1）计算各小组的平均成绩，并从高分到低分确定小组的排名顺序；

（2）如果按照研究报告占 40%、小组展示占 30%、答辩占 30%，计算各小组的成绩，哪个小组的成绩最高？

【答案】解：（1）甲的平均分：$\dfrac{91+80+78}{3}=83$（分）

乙的平均分：$\dfrac{81+74+85}{3}=80$（分）

丙的平均分：$\dfrac{79+83+90}{3}=84$（分）

$\because$ $84>83>80$

$\therefore$ 排名顺序：丙，甲，乙

（2）甲的成绩：$91\times40\%+80\times30\%+78\times30\%=83.8$（分）

乙的成绩：$81\times40\%+74\times30\%+85\times30\%=80.1$（分）

丙的成绩：$79\times40\%+83\times30\%+90\times30\%=83.5$（分）

$\because 83.8>83.5>80.1$

$\therefore$甲组的成绩最高

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查了数据分析。属于常规题，难度不大，容易得分。

20. （本小题满分 10 分）

已知 $A=\dfrac{(a+b)^2-4ab}{ab(a-b)^2}(a,b\neq0 且 a\neq b)$

（1）化简 A

（2）若点 $P(a,b)$ 在反比例函数 $y=-\dfrac{5}{x}$ 的图象上，求 A 的值.

【答案】解：（1）原式=$\dfrac{a^2+2ab+b^2-4ab}{ab(a-b)^2}$

$$=\frac{a^2-2ab+b^2}{ab(a-b)^2}$$

$$=\frac{(a-b)^2}{ab(a-b)^2}$$

$$=\frac{1}{ab}$$

（2）将点 $P(a,b)$ 代入反比例函数 $y=-\frac{5}{x}$

$$\therefore\ b=-\frac{5}{a}$$

即 $ab=-5$

将 $ab=-5$ 代入 $A=\frac{1}{ab}$

得 $A=-\frac{1}{5}$

【明师教育中考研究院独家点评】此题比较常规，就是考察学生对分解化简的掌握程度，属于中考的常规性习题，但在第二问处，题目加入了反比例函数的知识点，在不超纲的情况下，让人有耳目一新的感觉，属于近年来为数不多的创新类题型。

21.（本小题满分 12 分）

如图7，利用尺规，在 ΔABC 的边 AC 上方作 $\angle CAE=\angle ACB$，在射线 AE 上截取 $AD=BC$，连接 CD，并证明 $CD//AB$.

（尺规作图要求保留作图痕迹，不写作法）

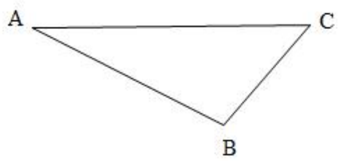
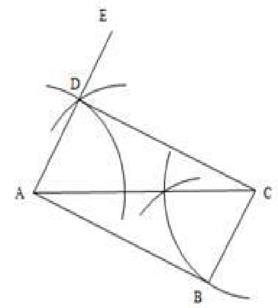


图7

【答案】解：如图所示，



$\because \angle CAE=\angle ACB$

∴AD∥BC

又∵AD=BC

∴四边形 ABCD 为平行四边形

∴CD∥AB

【明师教育中考研究院独家点评】此题很容易引起学生的漏解。因为题目中只有一个问，却需要学生解决尺规作图和平行线证明两个问题，故需要学生细心观察。

22.（本小题满分 12 分）

如图8，某无人机于空中 A 处探测到目标 B，D，从无人机 A 上看目标 B,D 的俯角分别为 $30°$，$60°$，此时无人机的飞行高度 AC 为 $60m$. 随后无人机从 A 处继续水平飞行 $30\sqrt{3}m$ 到达 A' 处.

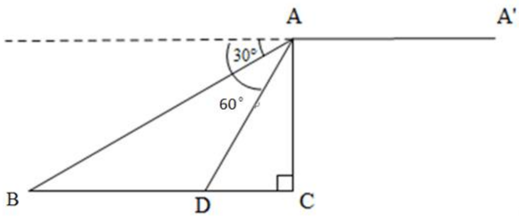
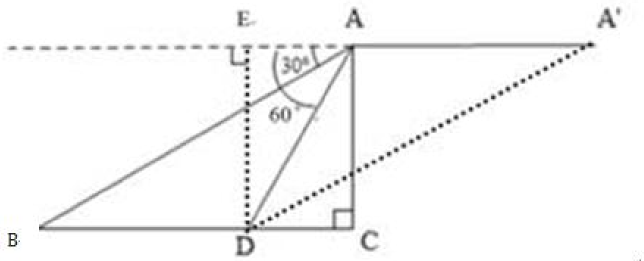


图 8

（1）求 A，B 之间的距离；

（2）求从无人机 A' 上看目标 D 的俯角的正切值.

【答案】解：（1）由题可得



$\because AA' \mathbin{/\mkern-6mu/} BC$

$\therefore \angle EAB = \angle ABC = 30^{\circ}$

又$\because$ AC=60m

$\therefore$在 Rt△ABC 中

$\sin 30^{\circ} = \dfrac{AC}{AB}$　即 $\dfrac{1}{2} = \dfrac{60}{AB}$

$\therefore AB = 120m$

（2）由图，连接 $A'D$，$\angle DA'A$ 的正切值即为所求，

过点 D 作 $DE \perp AA'$ 于点 E

$\because A'E \mathbin{/\mkern-6mu/} BC$，$\angle C = 90^{\circ}$

$\therefore \angle EAC = 90^{\circ}$

$\therefore$四边形 ACDE 为矩形

$\therefore$DE=AC=60m

又$\because \angle EAD = \angle ADC = 60^{\circ}$

$\therefore$在 Rt△ADC 中

$\tan 60^{\circ} = \dfrac{AC}{CD}$　即 $\sqrt{3} = \dfrac{60}{CD}$

$\therefore$CD=AE= $20\sqrt{3}$

$\therefore A'E = A'A + AE = 30\sqrt{3} + 20\sqrt{3} = 50\sqrt{3}$

$\because \tan \angle DA'A = \dfrac{DE}{A'E}$　即 $\tan \angle DA'A = \dfrac{60}{50\sqrt{3}}$

$\therefore \tan \angle DA'A = \dfrac{2}{5}\sqrt{3}$

【明师教育中考研究院独家点评】此题考查了学生对俯角、仰角以及三角函数计算的知识点。学生容易忘记写清楚三角函数的解题格式，从而被扣格式分。也有可能学生不知道“正切值”的数学符号是什么，从而导致无法得分。这里需要学生对相关知识点的基本概念相当熟悉。

23.（本小题满分 12 分）

如图9，在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y = -x + 3$ 与 x 轴交于点 C，与直线 AD 交于点 A$\left(\dfrac{4}{3}, \dfrac{5}{3}\right)$，点 D 的坐标为 $(0,1)$.

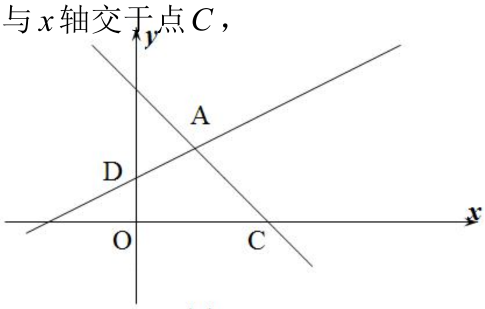


图9

（1）求直线 AD 的解析式；

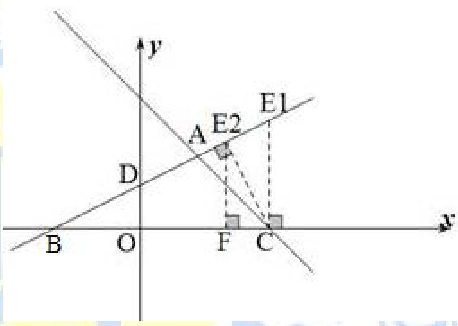
（2）直线 AD 与 x 轴交于点 B，若点 E 是直线 AD 上一动点（不与点 B 重合），当 ΔBOD 与 ΔBCE 相似时，求点 E 的坐标.

【答案】 解：（1）设直线 AD 的解析式为 $y=kx+b\,(k\neq 0)$

将 D(0,1)　A($\frac{4}{3},\frac{5}{3}$)代入解析式得：

$$\begin{cases} b=1 \\ \frac{5}{3}=\frac{4}{3}k+b \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} b=1 \\ k=\frac{1}{2} \end{cases}$$

∴ 直线 AD 的解析式为 $y=\frac{1}{2}x+1$



（2）直线 AD 为 $y=\frac{1}{2}x+1$　令 y=0　∴ $x=-2$

得　$B(-2,0)$,即 OB=2

直线 AC 为 $y=-x+3$　令 y=0　∴ $x=3$

得 C(3，0)，即 BC=5

设 $E(x,\frac{1}{2}x+1)$

① 当 $E_1C\perp BC$ 时，$\angle BOD=\angle BCE_1=90^\circ$，$\angle DBO=\angle E_1BC$

∴△BOD∽△BCE_1

此时点 C 和点 E_1 的横坐标相同

将 $x=3$ 代入 $y=\frac{1}{2}x+1$

解得：$y=\frac{5}{2}$

∴ $E_1(3,\frac{5}{2})$

② 当 $CE_2\perp AD$ 时，$\angle BOD=\angle BE_2C=90^\circ$，$\angle DBO=\angle CBE_2$

∴△BOD∽△BE_2C

过点 E_2 作 EF⊥ x 轴于点 F，则 $\angle E_2FC=\angle BFE_2=90^\circ$

又∵ $\angle E_2BF+\angle BE_2F=90^\circ$
$\angle CE_2F+\angle BE_2F=90^\circ$

∴ $\angle E_2BF=\angle CE_2F$

∴△E_2BF∽△CE_2F　则 $\frac{E_2F}{BF}=\frac{CF}{E_2F}$

即 $E_2F^2=CF\bullet BF$

$$(\frac{1}{2}x+1)^2=(3-x)(x+2)$$

解得：$x_1=2, x_2=-2$（舍去）

$\therefore E_2(2,2)$

③ 当 $\angle EBC=90^\circ$ 时，此情况不存在。

综上所述：$E_1(3,\frac{5}{2})$ 或 $E_2(2,2)$

【明师教育中考研究院点评】此题考察了一次函数背景下的相似及直角三角形，学生可能不会在两定点一动点情况下通过作图确定直角三角形，从而确定动点的位置，无法找出符合条件的点的坐标。或者忘记中文字眼“相似”实际上存在多种可能要分类讨论，导致被扣分。

24.（本小题满分 14 分）

已知抛物线 $y=mx^2+(1-2m)x+1-3m$ 与 x 轴相交于不同的两点 A， B.

（1）求 m 的取值范围；

（2）证明该抛物线一定经过非坐标轴上的一点 P，并求出点 P 的坐标；

（3）当 $\frac{1}{4}<m\le 8$ 时，由（2）求出的点 P 和点 A， B 构成的 ΔABP 的面积是否有最值，若有，求出最值及相对应的 m 值；若没有，请说明理由.

【答案】解：（1）依题意得：$\begin{cases} m\ne 0 \\ \Delta=(1-2m)^2-4m(1-3m)>0 \end{cases}$

解得：$m\ne 0$ 且 $m\ne \frac{1}{4}$

（2）若该抛物线一定经过非坐标轴上一点 P，即点 P 坐标不受 m 值的影响

$\because y=mx^2+(1-2m)x+1-3m=(x^2-2x-3)m+x+1$

$\therefore$当 $x^2-2x-3=0$ 时，一定过点 P,且点 P 坐标不受 m 值的影响，

即 $x_1=3$， $x_2=-1$

当 $x_1=3$ 时，y=4,P(3,4)

当 $x_2=-1$ 时，y=0,P(-1，0)在坐标轴上，不符合题意，故舍去，

$\therefore$该抛物线一定经过非坐标轴上的一点 p，p 点坐标为（3，4）

（3）$\because y=mx^2+(1-2m)x+1-3m=(mx+1-3m)(x+1)$

令 y=0，即 $(mx+1-3m)(x+1)=0$

$\therefore x_1=-1$，　$x_2=\dfrac{3m-1}{m}$

$\therefore A(-1,0),B(\dfrac{3m-1}{m},0)$，P(3,4)

$\therefore S_{\Delta ABP}=\dfrac{1}{2}\times AB\times 4$

$=\dfrac{1}{2}\times\left|\dfrac{3m-1}{m}+1\right|\times 4=\left|8-\dfrac{2}{m}\right|$

又$\because$ $\dfrac{1}{4}<m\le 8$　　$\therefore 8-\dfrac{2}{m}>0$

$\therefore S_{\Delta ABP}=8-\dfrac{2}{m}$　（$\dfrac{1}{4}<m\le 8$）

在$\dfrac{1}{4}<m\le 8$中，$S_{\Delta ABP}$随 m 的增大而增大

$\therefore$当 m=8 时，$S_{\Delta ABP}$有最大值，最大值$S_{\Delta ABP}=\dfrac{31}{4}$

【明师教育中考研究院独家点评】此题（1）小题考察了二次函数与一元二次方程的关系，学生容易忘记二次项系数不为 0，从而导致结果不完整。（2）小题考察了含有字母参数函数的定点问题，题型比较新颖，学生不太容易思考。（3）小题考察了与 x 轴两交点之间的距离，可以直接求出二次函数两交点的横坐标，从而求出两交点间的距离，利用反比例函数的性质确定最值。

25.（本小题满分 14 分）

如图10，点C为ΔABD外接圆上的一动点（点C不在$\overset{\frown}{BAD}$上，且不与点B，D重合），$\angle ACB=\angle ABD=45°$．

（1）求证：BD是该外接圆的直径；

（2）连结CD，求证：$\sqrt{2}AC=BC+CD$；

（3）若ΔABC关于直线AB的对称图形为ΔABM，连接DM，试探究DM^2，AM^2，BM^2三者之间满足的等量关系，并证明你的结论．

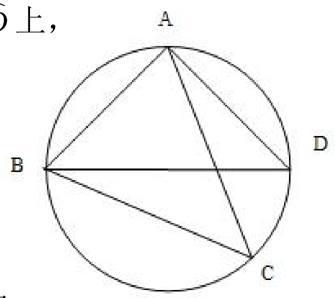


图10

【答案】解：（1）$\because \angle ACB=45^{\circ}$

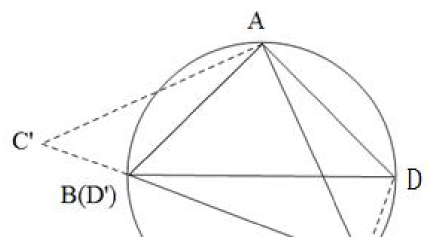
$\therefore \angle ADB=\angle ACB=45^{\circ}$

$\therefore$在ΔABD中，$\angle BAD=90^{\circ}$

$\therefore BD$是该外接圆的直径

（2）由（1）得　$AB=AD$

如图，将ΔACD绕A点顺时针旋转 90°，为$\Delta AC'D'$



又∵ 在圆内接四边形 $ABCD$ 中，$\angle ABC+\angle ADC=180^\circ$

$\therefore \angle ABC+\angle AD'C'=180^\circ$

$\therefore$点 C'、B、C 三点共线

$\because \angle ABD=45^\circ$

$\therefore \angle ACD=\angle ABD=45^\circ$

$\therefore \angle AC'C=45^\circ$

$\because$在 $\Delta AC'C$ 中，$\angle AC'C=\angle ACC'=45^\circ$

$\therefore \angle C'AC=90^\circ$，$AC'=AC$

$\therefore \Delta AC'C$ 为等腰直角三角形

$\therefore AC'^2+AC^2=CC'^2$

$\therefore CC'=\sqrt{2}AC$

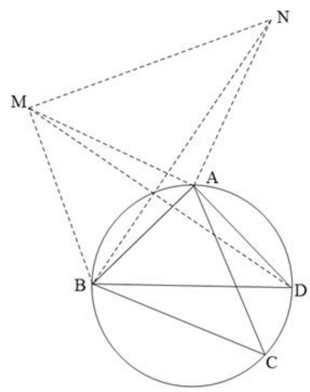
又$\because CC'=BC'+BC=BC+CD$

$\therefore \sqrt{2}AC=BC+CD$

（3） BM^2,AM^2,DM^2 三者之间满足 $BM^2+2AM^2=DM^2$

证明如下：

由题意得，作 ΔABC 关于直线 AB 的对称图 ΔABM，连接 DM



$\therefore \angle BMA=\angle BCA=45^\circ$

将 ΔADM 绕 A 点顺时针旋转 90°，为 ΔABN，连接 MN

则 $\angle MAN=90^\circ$，$AM=AN$，$DM=BN$

$\therefore \Delta AMN$ 为等腰直角三角形

$\therefore AM^2+AN^2=MN^2$，$\angle AMN=\angle ANM=45^\circ$

$\therefore MN=\sqrt{2}AM$

$\because \angle BMA+\angle AMN=45^\circ+45^\circ=90^\circ$

$\therefore$在 $Rt\Delta BMN$ 中，$BM^2+MN^2=BN^2$

又$\because DM=BN$，$MN=\sqrt{2}AM$

$\therefore BM^2+\left(\sqrt{2}AM\right)^2=DM^2$

$$\therefore BM^2+2AM^2=DM^2$$

【明师教育中考研究院独家点评】此题（1）小题考察了圆周角与直径的关系。（2）（3）小题的解题关键是利用旋转构造新的直角三角形，需要学生比较强的几何思维能力，这要求学生熟练掌握旋转作图以及旋转的基本模型。