

2014年九年级综合测试（一）

数 学 试 题

第一部分选择题(共 30 分)

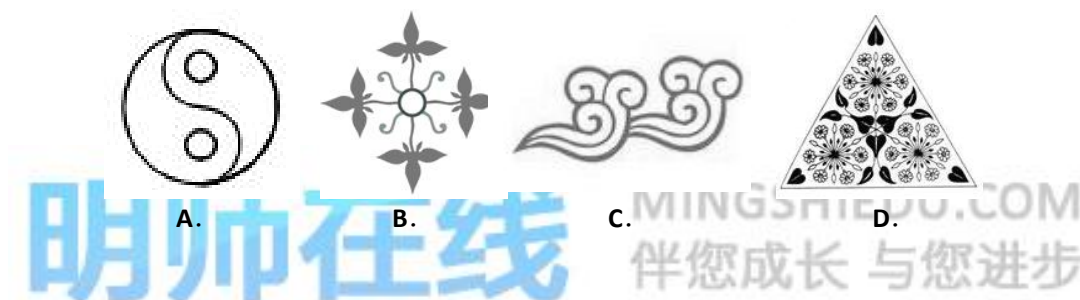
一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1、-2 的相反数是（ ）

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -2

【答案】A

2、民族图案是数学文化中的一块瑰宝。下列图案中，既不是中心对称图形也不是轴对称图形的是（ ）



【答案】C

3、下列运算正确的是（ ）

- A. $2x+3y=5xy$ B. $5m^2 \cdot m^3=5m^5$ C. $(a-b)^2=a^2-b^2$ D. $m^2 \cdot m^3=m^6$

【答案】B

4、化简 $\sqrt{\frac{3a^2}{4}}$ ($a>0$) 的结果是（ ）

- A. $2\sqrt{3}a$ B. $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ C. $\frac{3\sqrt{a}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}a}{4}$

【答案】B

5、下列命题中是假命题的是（ ）

- A. 平行四边形的对边相等 B. 菱形的四条边相等
C. 矩形的对边平行且相等 D. 等腰梯形的对边相等

【答案】D

6、下列关于 x 的一元二次方程有实数根的是 ()

- A. $x^2 + 1 = 0$ B. $x^2 + x + 1 = 0$ C. $x^2 - x + 1 = 0$ D. $x^2 - x - 1 = 0$

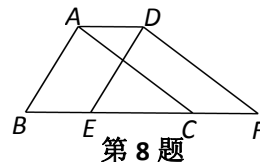
【答案】D

7、如果单项式 $-2x^{a+1}y^3$ 与 $\frac{1}{2}x^2y^b$ 是同类项, 那么 a 、 b 的值分别为 ()

- A. $a=1, b=3$ B. $a=1, b=2$ C. $a=2, b=3$ D. $a=2, b=2$

【答案】A

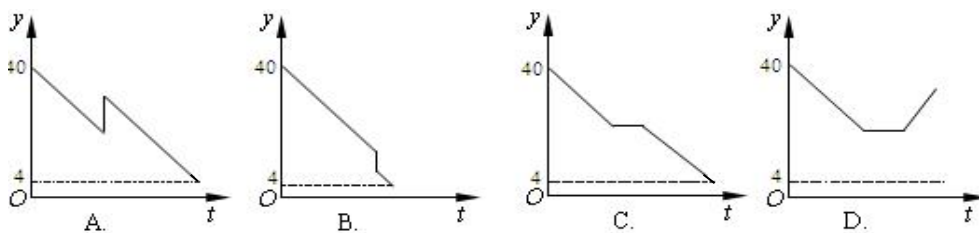
8、如图, 将周长为 8 的 $\triangle ABC$ 沿 BC 方向平移 1 个单位得到 $\triangle DEF$, 则四边形 $ABFD$ 的周长为 ()



- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

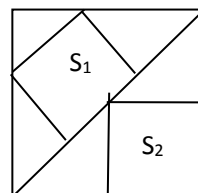
【答案】C

9、某人驾车从 A 地上高速公路前往 B 地, 中途在服务区休息了一段时间. 出发时油箱中存油 40 升, 到 B 地后发现油箱中还剩油 4 升, 则从 A 地到 B 地过程中, 油箱所剩油量 y (升) 与时间 t (小时) 之间函数大致图形是 ()



【答案】C

10、如图, 边长为 6 的大正方形中有两个小正方形, 若两个小正方形的面积分别为 S_1 、 S_2 , 则 $S_1 + S_2$ 的值为 ()



第 10 题

- A. 16 B. 17 C. 18 D. 19

【答案】B

第二部分 非选择题(共 120 分)

二、填空题(本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分。)

11、若式子 $\frac{1}{x-2}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \neq 2$

12、因式分解: $x^2y - y =$ _____.

$y(x+1)(x-1)$

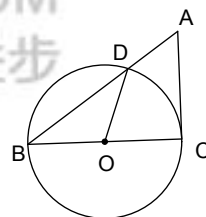
13、一个六边形的内角和是_____.

【答案】 720°

14、如果反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 $(1, -2)$, 那么 k 的值等于_____.

【答案】-2

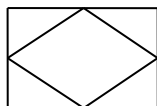
15、如图, AC 是 $\odot O$ 的切线, BC 是直径, AB 交 $\odot O$ 于点 D , $\angle A = 50^\circ$, 那么 $\angle COD =$ _____.



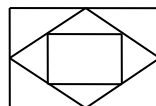
第 15 题

【答案】 80°

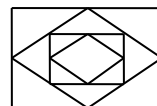
16、如图, 已知: 顺次连结矩形各边的中点, 得到一个菱形, 如图①; 再顺次连结菱形各边的中点, 得到一个新的矩形, 如图②; 然后顺次连结新的矩形各边的中点, 得到一个新的菱形, 如图③; 如此反复操作下去, 则第 2014 个图形中直角三角形的个数有_____.



图①



图②



图③

第 16 题

【答案】4028

三、解答题(本大题共 9 小题，共 102 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17、(本小题满分 9 分)

解不等式组：
$$\begin{cases} 3x - 2 > x \\ 2(x - 1) \leq 4 - x \end{cases}$$

【答案】 解：不等式①的解： $x > 1$ ……………(3 分)

不等式②的解： $x \leq 2$ ……………(6 分)

\therefore 不等式组的解： $1 < x \leq 2$ ……………(9 分)

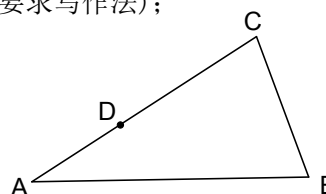
18、(本小题满分 9 分)

如图，已知 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AC 上，且 $BC = CD$

(1) 用尺规作出 $\angle ACB$ 的平分线 CP (保留作图痕迹，不要求写作法)；

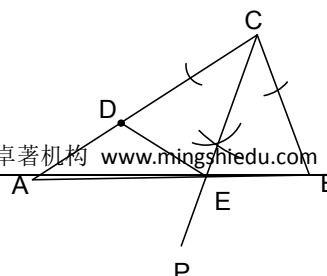
(2) 在 (1) 中，设 CP 与 AB 相交于点 E，连接 DE

求证： $BE = DE$



【答案】 解： (1) 射线 CP 为所求……………(3 分)

(2) 证明： \because CP 是 $\angle ACB$ 的平分线



$$\therefore \angle DCE = \angle BCE \dots\dots\dots (5 \text{ 分})$$

$$\because BC = CD \quad CE = CE$$

$$\therefore \triangle DCE \cong \triangle BCE \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

$$\therefore BE = DE \dots\dots\dots (9 \text{ 分})$$

19、(本小题满分 10 分)

先化简，再求值： $(a-3)^2 - 3(a+3)$ ，其中 $2a+4=0$

【答案】解：原式 $= a^2 - 6a + 9 - 3a - 9 \dots\dots\dots (4 \text{ 分})$

$$= a^2 - 9a \dots\dots\dots (6 \text{ 分})$$

$$\because 2a + 4 = 0$$

$$\therefore a = -2 \dots\dots\dots (7 \text{ 分})$$

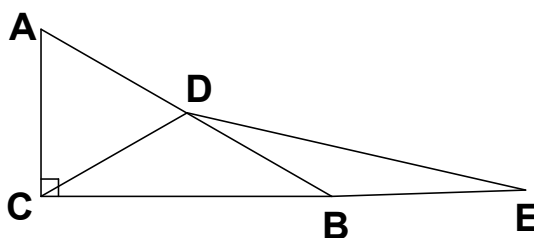
$$\therefore \text{原式} = (-2)^2 - 9 \times (-2) \dots\dots\dots (8 \text{ 分})$$

$$= 22 \dots\dots\dots (10 \text{ 分})$$

20、(本小题满分 10 分)

如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 60^\circ$ ， $BC = 6$ ，点 D 是斜边 AB 的中点，点 E 在 CB 的延长线上，且 $CD = BE$ 。

求 AC 的长和 $\angle E$ 的度数



【答案】解：在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中 $\angle ABC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ (1 分)

$$\because \tan A = \frac{BC}{AC} \quad \text{.....(3 分)}$$

$$\therefore AC = \frac{BC}{\tan A} = 2\sqrt{3} \quad \text{.....(5 分)}$$

$\because \angle ACB = 90^\circ$ 点 D 是斜边 AB 的中点

$$\therefore CD = BD \quad \text{.....(7 分)}$$

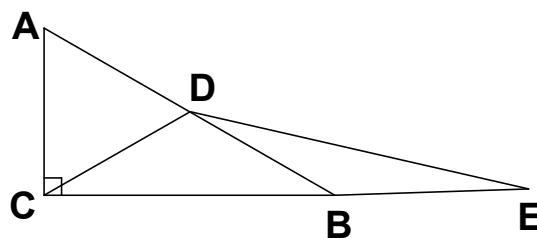
$$\because CD = BE$$

$$\therefore BD = BE \quad \text{.....(8 分)}$$

$$\therefore \angle E = \angle BDE \quad \text{.....(9 分)}$$

$$\because \angle CBD = \angle E + \angle BDE$$

$$\therefore \angle E = \frac{1}{2} \angle ABC = 15^\circ \quad \text{.....(10 分)}$$



21、(本小题满分 12 分)

小明参加 400 米的跑步比赛，他在跑后 200 米的速度比前 200 米的速度下降了 10%，共用了 80 秒完成全程，求出小明在跑前 200 米的速度（精确到 0.1 米/秒）

【答案】解：设小明在跑前 200 米的速度为 x 米/秒(1 分)

$$\frac{200}{x} + \frac{200}{(1-10\%)x} = 80 \quad \text{.....(6 分)}$$

$$\text{解得：} x = 5\frac{5}{18} \quad \text{.....(9 分)}$$

$$\text{检验：把 } x = 5\frac{5}{18} \text{ 代入 } (1-10\%)x \neq 0$$

$\therefore x = 5\frac{5}{18}$ 是原方程的根 (10 分)

$\therefore x \approx 5.3$ (11 分)

答：小明在跑前 200 米的速度是 5.3 米/秒 (12 分)

22. 为了更好营造班级的学习氛围,某中学对九年级六个班有关中考备考宣传墙报进行评比,评分如下:

班级	九 (1)	九 (2)	九 (3)	九 (4)	九 (5)	九 (6)
得分	95	94	91	90	88	88

(1) 求出各班得分的极差、众数、平均数;

(2) 本次评比设一、二、三奖,各班均能获奖,具体要求:一等奖的得分 > 二等奖的得分 > 三等奖的得分,一等奖的名额不能超过 2 个,三等奖的名额不能少于 2 个。若从上述方案中任选一种进行评奖,用列举法求出九 (3) 班获二等奖的概率。

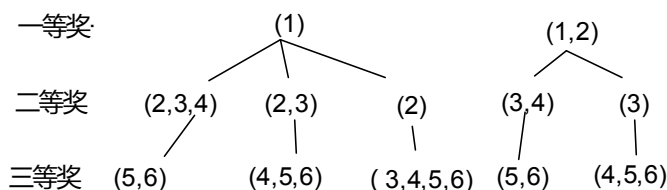
【答案】解: (1) 极差 = $95 - 88 = 7$

众数 = 88

$$\text{平均数} = \frac{95 + 94 + 91 + 90 + 88 + 88}{6} = 91$$

..... (3 分)

(2)



..... (8 分)

从树形图可知,有机会均等的 5 种情况,其中九 (3) 班获二等奖 (记为 A) 有 4 种

..... (10 分)

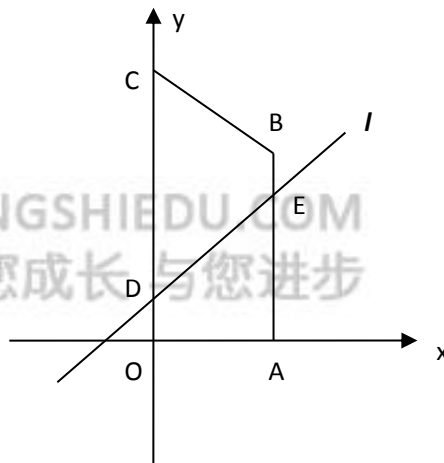
$$\therefore P(A) = \frac{4}{5} \text{ (12 分)}$$

23、(本小题满分 12 分)

如图，在平面直角坐标系中，直角梯形 OABC 的顶点 B (4, 8)、C (0,11)，AB//OC, 直线 $l: y=x+b$ 分别与 OC 与 AB 分别相交于点 D、E.

(1) 求出 BC 的长;

(2) 若直线 l 把梯形 OABC 的周长分为 3:4 两部分，求出此时 b 的值.



【答案】解：

(1) 作 $BF \perp y$ 轴，垂足为点 F，则四边形 OABF 为矩形

$\therefore OF=AB=8, BF=OA=4 \dots\dots\dots(1 \text{ 分})$

$\therefore CF=OC-OF=11-8=3 \dots\dots\dots(2 \text{ 分})$

在 $Rt\triangle FBC$ 中 $BC = \sqrt{CF^2 + BF^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \dots\dots\dots(5 \text{ 分})$

(2) 当 $x=0$ 时， $y=b$

$\therefore D(0,b) \quad OD=b \dots\dots\dots(6 \text{ 分})$

当 $x=4$ 时， $y=4+b$

$$\therefore E(4, 4+b) \quad AE = 4+b \quad \dots\dots\dots(7 \text{ 分})$$

$$OD+OA+AE=b+4+4+b=8+2b \quad \dots\dots\dots(8 \text{ 分})$$

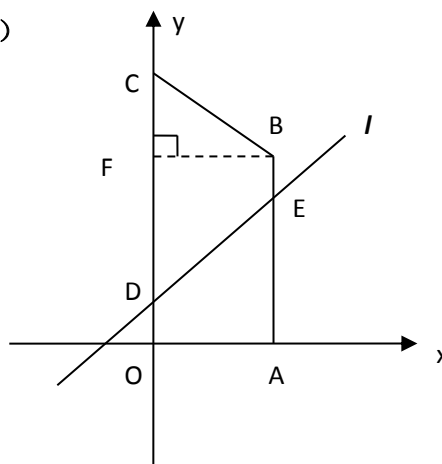
$$\text{梯形 } OABC \text{ 的周长} = OC+OA+AB+BC=11+4+8+5=28 \quad \dots\dots\dots(10 \text{ 分})$$

\because 直线 l 把梯形 $OABC$ 的周长分为 3:4 两部分

$$\therefore OD+OA+AE = \frac{3}{7} \times (\text{梯形 } OABC \text{ 的周长}) \quad \text{或} \quad OD+OA+AE = \frac{4}{7} \times (\text{梯形 } OABC \text{ 的周长})$$

$$\therefore 8+2b = \frac{3}{7} \times 28 \quad \text{或} \quad 8+2b = \frac{4}{7} \times 28 \quad \dots\dots\dots(11 \text{ 分})$$

$$\therefore b=2 \text{ 或 } 4 \quad \dots\dots\dots(12 \text{ 分})$$



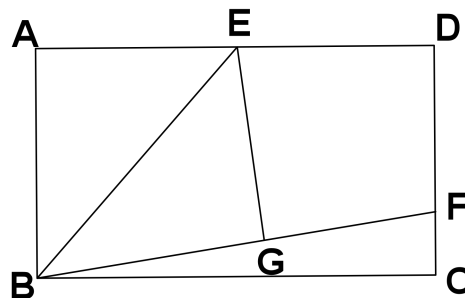
24、(本小题满分 14 分)

如图, 在矩形 $ABCD$ 中, E 是 AD 的中点, 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折叠后得到 $\triangle GBE$, 且点 G 在矩形 $ABCD$ 内部, 再延长 BG 交 DC 于点 F .

(1) 求证: A 、 G 、 D 三点在以点 E 为圆心, EA 的长为半径的圆上;

(2) 若 $AD = \sqrt{3}AB$, 求 $\frac{DC}{DF}$ 的值;

(3) 若 $\frac{DC}{DF} = k$, 求 $\frac{AD}{AB}$ 的值.



【答案】解: (1) 证明: $\because E$ 是 AD 的中点

$$\therefore AE=DE$$

$\because \triangle ABE$ 沿 BE 折叠后得到 $\triangle GBE$

$$\therefore AE=EG \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\therefore AE=DE=EG \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

\therefore 三点 A 、 G 、 D 在以点 E 为圆心, EA 的长为半径的圆上 $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) 连接 EF ,

则 $\angle EGF = \angle D = 90^\circ$, $EG = AE = ED$, $EF = EF$.

$\therefore \text{Rt}\triangle EGF \cong \text{Rt}\triangle EDF$ 4 分

$\therefore GF = DF$ 5 分

设 $AB = a$, $DF = b$,

则有 $BC = \sqrt{3}a$, $CF = DC - DF = a - b$,

由对称性有 $BG = AB = a$,

$\therefore BF = BG + GF = a + b$6 分

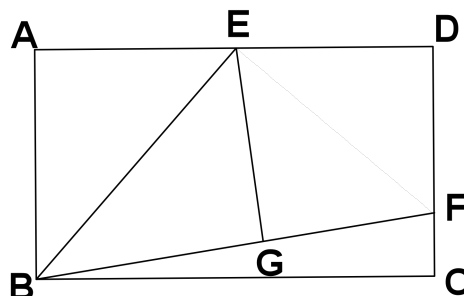
在 $\text{Rt}\triangle BCF$ 中, $BC^2 + CF^2 = BF^2$,

即 $(\sqrt{3}a)^2 + (a - b)^2 = (a + b)^2$,7 分

$\therefore 3a = 4b$,8 分

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{4}{3}$$

$\therefore \frac{DC}{DF} = \frac{a}{b} = \frac{4}{3}$ 9 分



(3) 由 (2) 知, $GF = DF$. 设 $DF = x$, $BC = y$, 则有 $GF = x$, $AD = y$.

$$\therefore \frac{DC}{DF} = k$$

$\therefore DC = k \cdot DF$, $\therefore DC = AB = BG = kx$10 分

$\therefore CF = (k - 1)x$, $BF = BG + GF = (k + 1)x$11 分

在 $\text{Rt}\triangle BCF$ 中, $BC^2 + CF^2 = BF^2$,

即 $y^2 + [(k - 1)x]^2 = [(k + 1)x]^2$12 分

$\therefore y = 2x\sqrt{k}$ 13 分

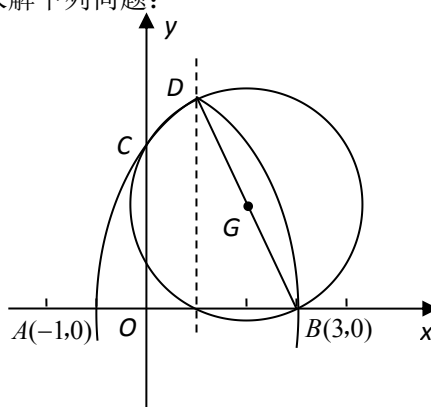
$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{y}{kx} = \frac{2\sqrt{k}}{k}$$
14 分

25、(本小题满分 14 分)

如图，经过 x 轴上 $A(-1,0)$, $B(3,0)$ 两点的抛物线 $y=m(x-1)^2-4m$ ($m<0$) 交 y 轴于点 C ,

设抛物线的顶点为 D ，若以 DB 为直径的 $\odot G$ 经过点 C ，求解下列问题：

- (1) 用含 m 的代数式表示出 C , D 的坐标;
- (2) 求抛物线的解析式;
- (3) 能否在抛物线上找到一点 Q ，使 $\triangle BDQ$ 为直角三角形？如能，求出 Q 点的坐标，若不能，请说明理由。



【答案】解：(1) $\because y = m(x-1)^2 - 4m$ 是顶点式

\therefore 点 D 的坐标为 $(1, -4m)$ (1 分)

当 $x=0$ 时, $y = -3m$

点 C 的坐标为 $C(0, -3m)$ (2 分)

(2) 连接 CD 、 BC ，过点 D 作 $DE \perp y$ 轴于 E ，如图①所示：

$\because BD$ 是 $\odot G$ 的直径

$\therefore \angle DCB = 90^\circ$

$\therefore \angle ECD + \angle BCO = 90^\circ$

$\because \angle ECD + \angle EDC = 90^\circ$

$\therefore \angle BCO = \angle EDC$

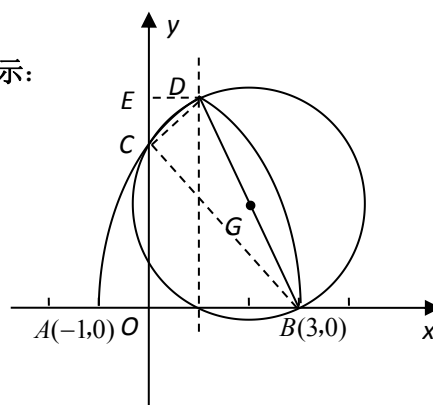
$\because \angle DEC = \angle BOC = 90^\circ$

$\therefore \triangle DEC \sim \triangle COB$ (4 分)

$\therefore \frac{DE}{CO} = \frac{EC}{OB}$ (5 分)

$\therefore \frac{1}{-3m} = \frac{-m}{3}$

$\therefore m^2 = 1 \quad m = \pm 1$ (6 分)



图①

$$\because m < 0$$

$$\therefore m = -1$$

\therefore 抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$ (7 分)

(3) 能在抛物线上找到一点 Q, 使 $\triangle BDQ$ 为直角三角形

很明显, 点 C 即在抛物线上, 又在 $\odot G$ 上, $\angle BCD = 90^\circ$, 这时 Q 与 C 点重合

点 Q 坐标为 $Q(0,3)$ (8 分)

如图②, 若 $\angle DBQ$ 为 90° , 作 $QF \perp y$ 轴于 F,

$DH \perp x$ 轴于 H

同理可证: $\text{Rt}\triangle DHB \sim \text{Rt}\triangle BFQ$

$$\therefore \frac{DH}{BF} = \frac{HB}{FQ}$$

$$\therefore DH \cdot FQ = BF \cdot HB$$

\therefore 点 Q 坐标 $(k, -k^2 + 2k + 3)$

$$\therefore 4(k^2 - 2k - 3) = 2(3 - k)$$

化简得: $2k^2 - 3k - 9 = 0$

解得: $k = 3$ (不合题意, 舍去), $k = -\frac{3}{2}$

由 $k = -\frac{3}{2}$ 得 Q 坐标: $Q\left(-\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}\right)$ (10 分)

若 $\angle BDQ$ 为 90°

如图③, 延长 DQ 交 y 轴于 M,

作 $DE \perp y$ 轴于 E,

$DH \perp x$ 轴于 H

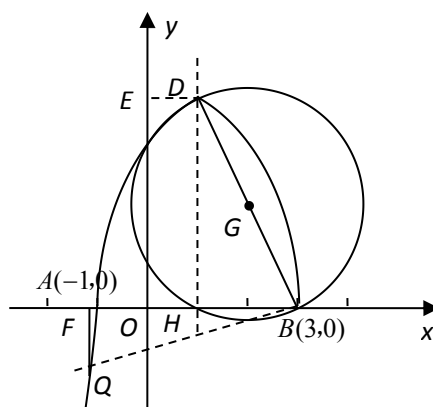
同理可证: $\triangle DEM \sim \triangle DHB$

$$\therefore \frac{DE}{DH} = \frac{EM}{HB}$$

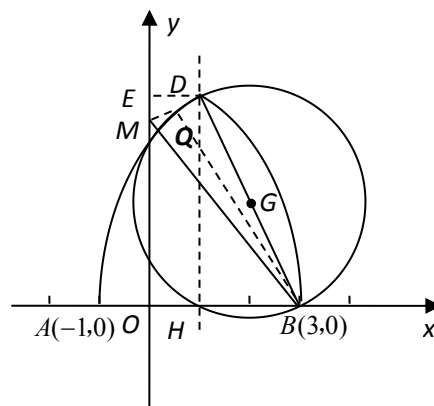
$$\text{则 } \frac{1}{4} = \frac{EM}{2}$$

得 $EM = \frac{1}{2}$, 点 M 的坐标为 $\left(0, \frac{7}{2}\right)$

设 DM 所在的直线解析式为 $y = kx + b$, 把 $M\left(0, \frac{7}{2}\right)$ 和 $D(1, 4)$ 代入得:



图②



图③

$$\begin{cases} b = \frac{7}{2} \\ k + b = 4 \end{cases} \quad \text{解得: } k = \frac{1}{2}, b = \frac{7}{2}$$

∴直线 DM 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ (11 分)

把 $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ 代入 $y = -x^2 + 2x + 3$ 得: $2x^2 - 3x + 1 = 0$

解为: $x = 1$ (不合题意, 舍去), $x = \frac{1}{2}$,

把 $x = \frac{1}{2}$ 代入 $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$ 得 $y = \frac{15}{4}$

点 Q 的坐标为 $\left(\frac{1}{2}, \frac{15}{4}\right)$ (12 分)

综合上述, 满足题意的 Q 点有三个: $(0, 3)$ 、 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$ 和 $\left(\frac{1}{2}, \frac{15}{4}\right)$ (14 分)