

2018 年上海市静安区九年级第一学期期末考试数学试题

2018 年 1 月 10 日, 考试时间 100 分钟, 满分 150 分

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 化简 $(-a^2) \cdot a^5$ 所得的结果是 ().

- (A) a^7 ; (B) $-a^7$; (C) a^{10} ; (D) $-a^{10}$.

2. 下列方程中, 有实数根的是 ().

- (A) $\sqrt{x-1}+1=0$; (B) $x+\frac{1}{x}=1$; (C) $2x^4+3=0$; (D) $\frac{2}{x-1}=-1$.

3. 如图, 比例规是一种画图工具, 它由长度相等的两脚 AC 和 BD 交叉构成, 利用它可以把线段按一定的比例伸长或缩短. 如果把比例规的两脚合上, 使螺丝钉固定在刻度 3 的地方 (即同时使 $OA=3OC$, $OB=3OD$), 然后张开两脚, 使 A, B 两个尖端分别在线段 a 的两个端点上, 当 $CD=1.8cm$ 时, AB 的长是 ().

- (A) $7.2cm$;
(B) $5.4cm$;
(C) $3.6cm$;
(D) $0.6cm$.

4. 下列判断错误的是 ().

- (A) 如果 $k=0$ 或 $\vec{a}=\vec{0}$, 那么 $k\vec{a}=\vec{0}$;
(B) 设 m 为实数, 则 $m(\vec{a}+\vec{b})=m\vec{a}+m\vec{b}$;
(C) 如果 $\vec{a} \parallel \vec{e}$, 那么 $\vec{a}=|\vec{a}|\vec{e}$;

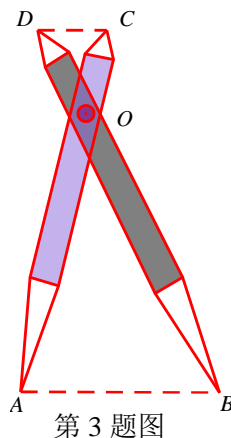
(D) 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BD}$.

5. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 如果 $\sin A=\frac{1}{3}$, 那么 $\sin B$ 的值是 ().

- (A) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$; (B) $2\sqrt{2}$; (C) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; (D) 3.

6. 将抛物线 $y_1=x^2-2x-3$ 先向左平移 1 个单位, 再向上平移 4 个单位后, 与抛物线 $y_2=ax^2+bx+c$ 重合, 现有一直线 $y_3=2x+3$ 与抛物线 $y_2=ax^2+bx+c$ 相交, 当 $y_2 \leq y_3$ 时, 利用图像写出此时 x 的取值范围是 ().

- (A) $x \leq -1$; (B) $x \geq 3$; (C) $-1 \leq x \leq 3$; (D) $x \geq 0$.



二、填空题（每小题 4 分，共 48 分）

7. 已知 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{1}{3}$ ，那么 $\frac{a+c}{b+d}$ 的值是_____.

8. 已知线段 AB 长是 2 厘米， P 是线段 AB 上的一点，且满足 $AP^2 = AB \cdot BP$ ，那么 AP 长为_____厘米.

9. 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别是 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{6}$ 、2， $\triangle DEF$ 的两边长分别是 1 和 $\sqrt{3}$ ，如果 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似，那么 $\triangle DEF$ 的第三边长应该是_____.

10. 如果一个反比例函数图像与正比例函数 $y=2x$ 图像有一个公共点 $A(1, a)$ ，那么这个反比例函数的解析式是_____.

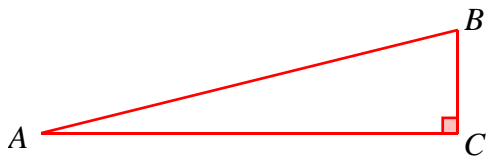
11. 如果抛物线 $y=ax^2+bx+c$ (其中 a 、 b 、 c 是常数，且 $a \neq 0$) 在对称轴左侧的部分是上升的，那么 a _____ 0. (填 “<” 或 “>”)

12. 将抛物线 $y=(x+m)^2$ 向右平移 2 个单位后，对称轴是 y 轴，那么 m 的值是_____.

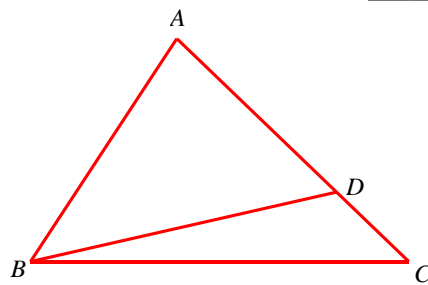
13. 如图，斜坡 AB 的坡度是 1:4，如果从点 B 测得离地面的铅锤高度 BC 是 6 米，那么斜坡 AB 的长度是_____米.

14. 在等腰 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB=AC=5$ ， $BC=8$ ，点 G 是重心，联结 BG ，那么 $\angle CBG$ 的余切值是_____.

15. 如图， $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AC 上， $\angle ABD = \angle C$ ， $AD=9$ ， $DC=7$ ，那么 $AB=$ _____.



第 13 题图

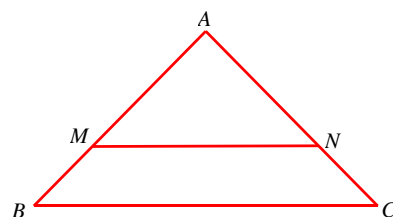


第 15 题图

16. 已知梯形 $ABCD$ ， $AD \parallel BC$ ，点 E 和 F 分别在两腰 AB 和 DC 上，且 EF 是梯形的中位线， $AD=3$ ， $BC=4$ 。设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ，

那么向量 $\overrightarrow{EF} =$ _____。(用向量 \vec{a} 表示)

17. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle A=90^\circ$ ， $BC=6$ ，直线 $MN \parallel BC$ ，且分别交边 AB 、 AC 于点 M 、 N ，已知直线 MN 将 $\triangle ABC$ 分为面积相等的两部分，如果将线段 AM 绕着点 A 旋转，使点 M 落在边 BC 上的点 D 处，那么 $BD=$ _____.



第 17 题图

18. 如图，矩形纸片 $ABCD$ ， $AD=4$ ， $AB=3$ 。如果点 E 在边 BC 上，将纸片沿 AE 折叠，使点 B 落在点 F 处，联结 FC ，当 $\triangle EFC$ 是直角三角形时，那么 BE 的长为_____.



第 18 题图

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（本题满分 10 分）计算： $\frac{\sqrt{3}\cot 45^\circ}{\cos 30^\circ} + \frac{1}{2\cos 60^\circ + 1} - \tan 60^\circ \times \sin 60^\circ$.

20.（本题满分 10 分）解方程组：
$$\begin{cases} x + y = 5 & \text{①} \\ (x - y)^2 - 2(x - y) - 3 = 0 & \text{②} \end{cases}$$

21.（本题满分 10 分，其中第(1)小题 4 分，第(2)小题 6 分）

已知：二次函数图像的顶点坐标是(3, 5)，且抛物线经过点 A(1, 3) .

（1）求此抛物线的表达式；

（2）如果点 A 关于该抛物线对称轴的对称点是 B 点，且抛物线与 y 轴的交点是 C 点，求△ABC 的面积.

22. (本题满分 10 分, 其中第(1)小题 5 分, 第(2)小题 5 分)

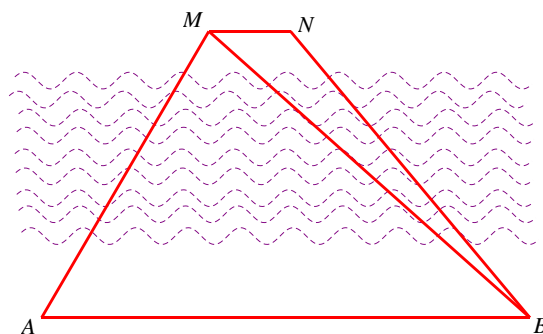
如图, 在一条河的北岸有两个目标 M 、 N , 现在位于它的对岸设定两个观测点 A 、 B , 已知 $AB \parallel MN$, 在 A 点测得 $\angle MAB = 60^\circ$, 在 B 点测得 $\angle MBA = 45^\circ$, $AB = 600$ 米.

(1) 求点 M 到 AB 的距离; (结果保留根号)

(2) 在 B 点又测得 $\angle NBA = 53^\circ$, 求 MN 的长.

(结果精确到 1 米)

(参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sin 53^\circ \approx 0.8$, $\cos 53^\circ \approx 0.6$, $\tan 53^\circ \approx 1.33$, $\cot 53^\circ \approx 0.75$.)



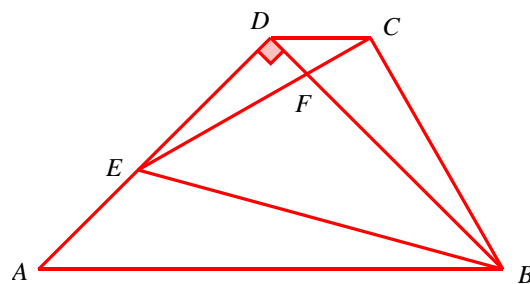
第 22 题图

23. (本题满分 12 分, 其中第(1)小题 6 分, 第(2)小题 6 分)

已知: 如图, 梯形 $ABCD$ 中, $DC \parallel AB$, $AD = BD$, $AD \perp DB$, 点 E 是腰 AD 上一点, 作 $\angle EBC = 45^\circ$, 联结 CE , 交 DB 于点 F .

(1) 求证: $\triangle ABE \sim \triangle DBC$;

(2) 如果 $\frac{BC}{BD} = \frac{5}{6}$, 求 $\frac{S_{\triangle BCE}}{S_{\triangle BDA}}$ 的值.



第 23 题图

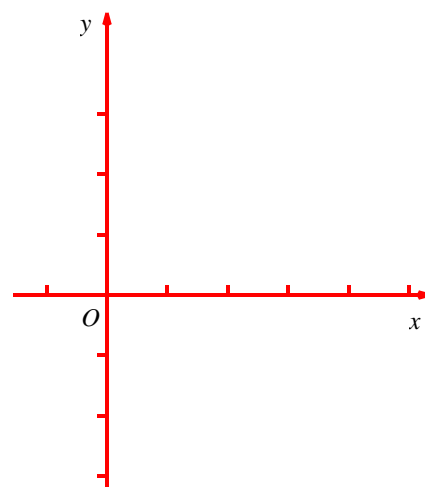
24. (本题满分 12 分, 其中第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 8 分)

在平面直角坐标系 xOy 中 (如图), 已知抛物线 $y = ax^2 + bx - \frac{5}{3}$

经过点 $A(-1, 0)$ 、 $B(5, 0)$.

(1) 求此抛物线顶点 C 的坐标;

(2) 联结 AC 交 y 轴于点 D , 联结 BD 、 BC , 过点 C 作 $CH \perp BD$, 垂足为点 H , 抛物线对称轴交 x 轴于点 G , 联结 HG , 求 HG 的长.



第 24 题图

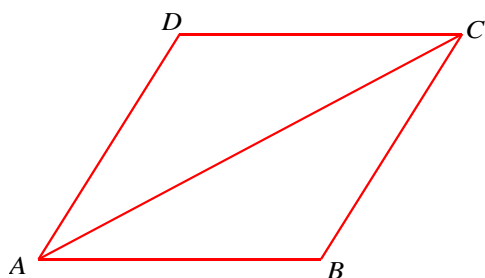
25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 6 分, 第 (3) 小题 4 分)

已知: 如图, 四边形 $ABCD$ 中, $0^\circ < \angle BAD \leq 90^\circ$, $AD=DC$, $AB=BC$, AC 平分 $\angle BAD$.

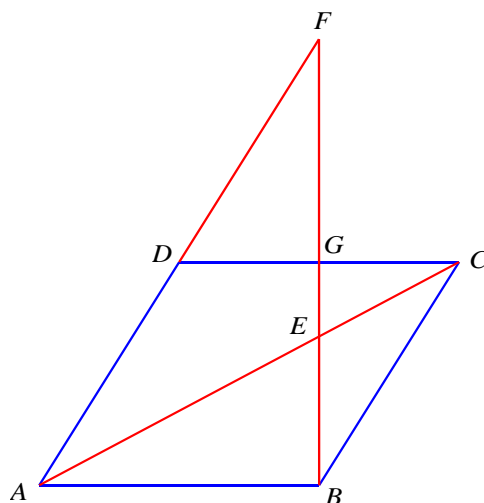
(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;

(2) 如果点 E 在对角线 AC 上, 联结 BE 并延长, 交边 DC 于点 G , 交线段 AD 的延长线于点 F (点 F 可与点 D 重合), $\angle AFB = \angle ACB$, 设 AB 长度是 a (a 是常数, 且 $a > 0$), $AC = x$, $AF = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出定义域;

(3) 在第 (2) 小题的条件下, 当 $\triangle CGE$ 是等腰三角形时, 求 AC 的长. (计算结果用含 a 的代数式表示)



第 25 题图①



第 25 题图②