2015年广州市西关外国语学校初三第一次模拟考试

数 学 试 卷

本试卷共三大题25小题，共4页，满分150分．考试时间120分钟．

注意事项：

1．答卷前，考生务必在答题卡上用黑色字迹的钢笔或签字笔填写自己的考号、姓名；再用2B铅笔把对应考号的标号涂黑．

2．选择题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；不能答在试卷上．

3．填空题和解答题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，涉及作图的题目，用2B铅笔画图．**答案必须写在答题卡各题目指定区域内的相应位置**上；改动的答案也不能超出指定的区域．不准使用铅笔、圆珠笔和涂改液．不按以上要求作答的答案无效．

4．考生**可以**使用计算器．必须保持答题卡的整洁．

第一部分 选择题（共30分）

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，满分30分）

1、下列各数：$\frac{22}{7}$，π，$\sqrt[3]{8}$，cos60°，0，$\sqrt{3}$，其中无理数的个数是（　　）

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

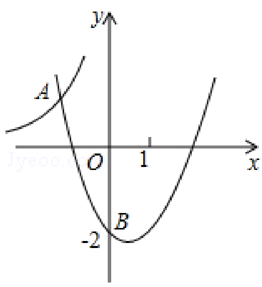
2、若分式$\frac{x^2-1}{x-1}$的值为零，则x的值为（　　）

A．0　　B．1　　C．-1　　D．±1

3、一个圆锥的底面半径为$\frac{5}{2}$，母线长为6，则此圆锥侧面展开图的圆心角是（　　）

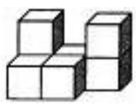
A．180°　　B．150°　　C．120°　　D．90°

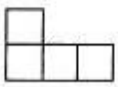
4、如图，二次函数$y=x^2+bx+c$的图象过点B（0，－2）．它与反比例函数$y=-\frac{8}{x}$的图象交于点A（m，4），则这个二次函数的解析式为（　　）

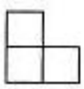


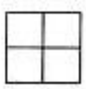
A．$y=x^2-x-2$　　B．$y=x^2-x+2$　　C．$y=x^2+x-2$　　D．$y=x^2+x+2$

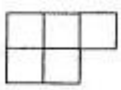
5、如图是由几个相同的小正方体搭成的一个几何体，它的俯视图是（　　）




A．


B．


C．


D．

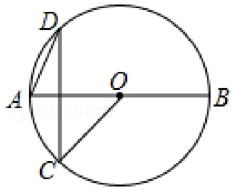
6、期中考试后，班里有两位同学议论他们所在小组同学的数学成绩，小明说：“我们组成绩是 86 分的同学最多”，小英说：“我们组的 7 位同学成绩排在最中间的恰好也是 86 分”，上面两位同学的话能反映出的统计量是(　　)

A. 众数和平均数　　B. 平均数和中位数　　C. 众数和方差　　D. 众数和中位数

7、已知关于 x 的分式方程 $\frac{m}{x-1}+\frac{3}{1-x}=1$ 的解是非负数，则 m 的取值范围是（　　）

A．m＞2　　B．m≥2　　C．m≥2 且 m≠3　　D．m＞2 且 m≠3

8、如图，AB 是⊙O 的直径，C．D 是⊙O 上两点，CD⊥AB．若∠DAB＝65°，则∠BOC＝（　）



A．25°　B．50°　C．130°　D．155°

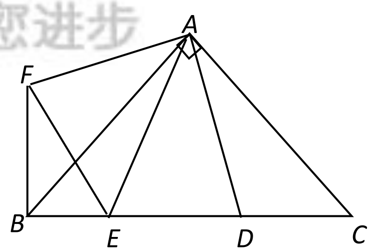
9、已知 m，n 是方程 $x^2+2\sqrt{2}x+1=0$ 的两根，则代数式 $\sqrt{m^2+n^2+3mn}$ 的值为（　　）

A．±3　　B．5　　C．9　　D．3

10、如图，在 $Rt\Delta ABC$ 中，$AB=AC$，D、E 是斜边 BC 上两点，且 $\angle DAE=45^\circ$，将 ΔADC 绕点 A 顺时针旋转 90°后，得到 ΔAFB，连接 EF。下列结论：

①$\Delta AED\cong AEF$　②ΔABC 的面积等于四边形 $AFBD$ 的面积；

③$\frac{AE}{BE}=\frac{AD}{CD}$ ④$BE^2+DC^2=DE^2$　⑤$BE+DC=DE$



第 10 题

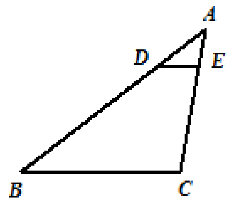
其中正确的是（　　）

A. ①②④　　B. ②④⑤

C. ①③④　　D. ①②⑤

第二部分　非选择题（共 120 分）

二、填空题（本大题共6小题，每小题3分，满分18分）



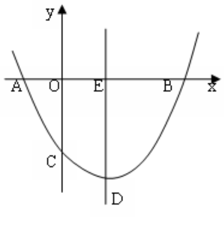
第 13 题

11、已知代数式 x+2y 的值是 3，则代数式 2x+4y+1 的值是________.

12、已知函数 $y=(m-2)x^{|m-1|}+2$ 是关于 x 的一次函数，则 m=_______.

13、如图，在△*ABC* 中，*DE*∥*BC*，如果 *DE*=1，*BC*=4，那么△*ADE* 与△*ABC* 面积的比是_____.

14、在等边三角形 ABC 外有一点 D，满足 AD=AC，则∠BDC 的度数为________.



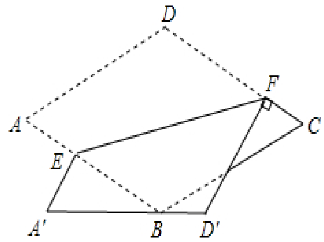
第 15 题

15、如图，抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+bx-2$ 与 x 轴交于 A，B 两点，与 y 交于 C 点，

且 A（-1,0），点 M（m，0）是 x 轴上的一个动点，当 MC+MD 的值最小时，

m 的值是_________.

16、如图，菱形纸片 ABCD 中，∠A=60^0，将纸片折叠，点 A、D 分别落在 A'、D'处，且 A'D'经过 B，EF 为折痕，当 D'F⊥CD 时，$\frac{CF}{FD}$ 的值为________.

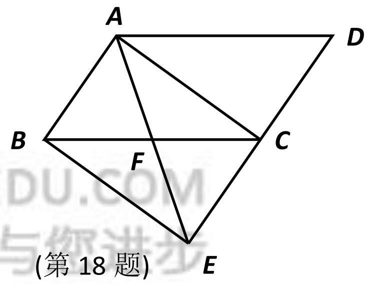


第 16 题图

三、解答题（本大题共 9 小题，满分 102 分）

17、（本题满分 9 分）求不等式组 $\begin{cases}4(x+1)+3>x\\ \frac{x-4}{2}\le\frac{x-5}{3}\end{cases}$ 的正整数解.

18、（本题满分 9 分）如图，将▱ABCD 的边 DC 延长到点 E，使 CE=DC，连接 AE，交 BC 于点 F.



(第 18 题)

⑴求证：△ABF≌△ECF

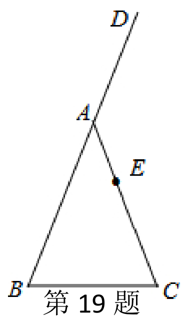
⑵若∠AFC=2∠D，连接 AC、BE．求证：四边形 ABEC 是矩形.

19、（本题满分 10 分）如图，在△ABC 中，AB=AC，D 是 BA 延长线上的一点，点 E 在 AC 上，且 AE=$\frac{1}{2}$CE。

（1）实践与操作：利用尺规按下列要求作图，并在图中标明相应字母（保留作图痕迹，不写作法）。

①作∠DAC 的平分线 AM。②连接 BE 并延长交 AM 于点 F。

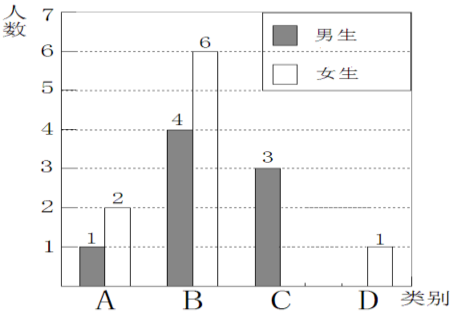
（2）猜想与证明：试猜想 AF 与 BC 有怎样的位置关系和数量关系，并说明理由.

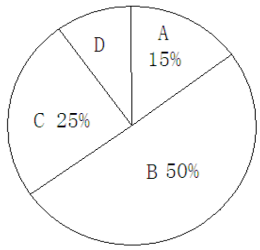


第 19 题

20、（本题满分 10 分）实施新课程改革后，学生的自主学习、合作交流能力有很大提高，张老师为了了解所教班级学生自主学习、合作交流的具体情况，对本班部分学生进行了为期半个月的跟踪调查，并将调查结果分成四类，*A*：特别好；*B*：好；*C*：一般；*D*：较差；并将

调查结果绘制成以下两幅不完整的统计图，请你根据统计图解答下列问题：





（1）本次调查中，张老师一共调查了______名同学，其中 C 类女生有_______名，D 类男生有_______名；

（2）将上面的条形统计图补充完整；

（3）为了共同进步，张老师想从被调查的 A 类和 D 类学生中分别选取一位同学进行“一帮一”互助学习，请用列表法或画树形图的方法求出所选两位同学恰好是一位男同学和一位女同学的概率.

21、（本题满分 12 分）六一”儿童节前，某玩具商店根据市场调查，用 2 500 元购进一批儿童玩具，上市后很快脱销，接着又用 4 500 元购进第二批这种玩具，所购数量是第一批数量的 1.5 倍，但每套进价多了 10 元.

(1)求第一批玩具每套的进价是多少元？

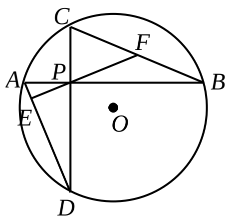
(2)如果这两批玩具每套售价相同，且全部售完后总利润不低于 25%，那么每套售价至少是多少元？

22、（本题满分 12 分）如图，半径为 $2\sqrt{5}$ 的⊙O 内有互相垂直的两条弦 AB、CD 相交于 P 点.

(1)求证：PA • PB=PC • PD;

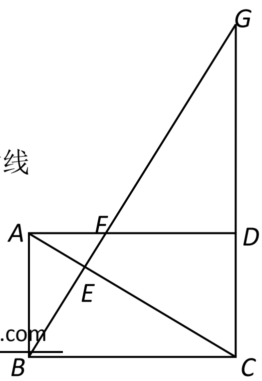
(2)设 BC 的中点为 F，连结 FP 并延长交 AD 于 E，求证：EF⊥AD;

(3)若 AB=8，CD=6，求 OP 的长.



第 22 题图

23、（本题满分 12 分）已知：矩形 ABCD 中，过点 B 作 BG⊥AC 交 AC 于点 E，分别交射线 AD 于 F 点、交射线 CD 于 G 点，BC＝6.



第 23 题

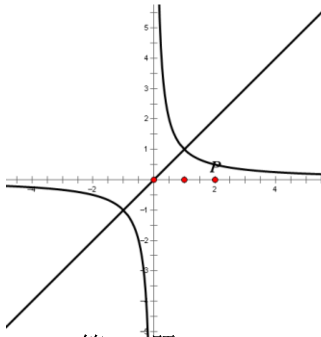
（1）当点 F 为 AD 中点时，求 AB 的长；

（2）联结 AG，设 AB＝x，$S_{\triangle AFG}$=y,求 y 关于 x 的函数关系式及自变量 x 的取值范围；

（3）是否存在 x 的值，使以 D 为圆心的圆与 BC、BG 都相切？若存在，

求出 x 的值；若不存在，请说明理由.

24、（本题满分 14 分）已知平行于 x 轴的直线 $y=a(a\neq 0)$ 与函数 $y=x$ 和函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 的图像分别交于点 A 和点 B，又有定点 P（2，0）.



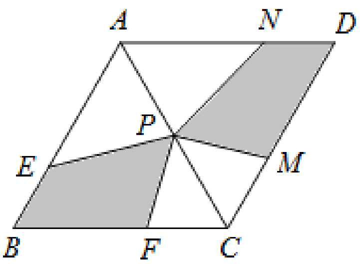
第 24 题

（1）若 $a>0$，且 tan∠POB=$\dfrac{1}{9}$，求线段 AB 的长；

（2）在过 A，B 两点且顶点在直线 y=x 上的抛物线中，已知线段 AB=$\dfrac{8}{3}$，且在它的对称轴左边时，y 随着 x 的增大而增大，试求出满足条件的抛物线的解析式；

（3）已知经过 A，B，P 三点的抛物线，平移后能得到 $y=\dfrac{9}{5}x^2$ 的图像，求点 P 到直线 AB 的距离。

25、（本题满分 14 分）如图，已知菱形 ABCD 的边长为 4，∠A=60°，对称中心为点 P，点 F 为 BC 边上一个动点，点 E 在 AB 边上，且满足条件∠EPF=60°，图中两块阴影部分图形关于直线 AC 成轴对称，设它们的面积和为 S_1.



第 25 题

（1）求证：∠APE=∠CFP;

（2）设四边形 CMPF 的面积为 S_2，CF=x， $y=\dfrac{S_1}{S_2}$.

①求 y 关于 x 的函数解析式和自变量 x 的取值范围，并求出 y 的最大值；

②当图中两块阴影部分图形关于点 P 成中心对称时，求 y 的值.

2015年广州市西关外国语学校初三第一次模拟考试

数 学 试 卷 参 考 答 案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	B	A	D	D	C	C	D	A

二、填空题

11. 7； 12. 0； 13. 1：16；

14. 30^0或150^0； 15. $\frac{24}{41}$； 16. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

三、解答题

17. 解：由(1)得， $x \geq -\frac{7}{3}$.

由（2）得， $x \leq 2$.

∴不等式组的解集为$-\frac{7}{3} \leq x \leq 2$.

∴不等式组的正整数解为1，2.

18. 证明：(1)∵四边形ABCD是平行四边形，

∴AB∥CD, AB=CD.

∴∠ABF=∠ECF.

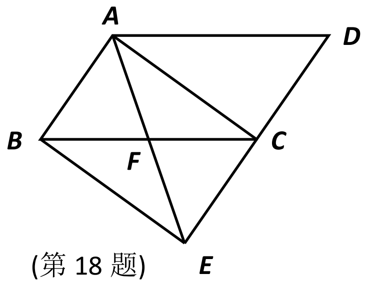
∵EC=DC,

∴AB=EC.

在△ABF和△ECF中，

∵∠ABF=∠ECF，∠AFB=∠EFC，AB=EC，

∴⊿ABF≌⊿ECF.



(第18题)

（2）证明：∵AB=EC ，AB∥EC，

∴四边形ABEC是平行四边形.

∴AF=EF， BF=CF.

∵四边形ABCD是平行四边形，

∴∠ABC=∠D，又∵∠AFC=2∠D，

∴∠AFC=2∠ABC.

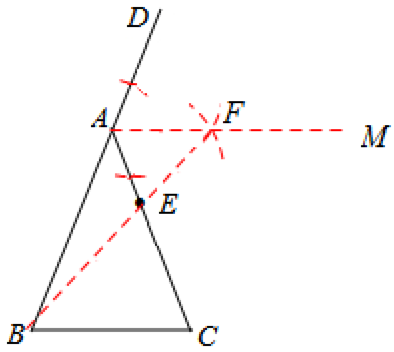
∵∠AFC=∠ABF+∠BAF，

∴∠ABF=∠BAF． ∴FA=FB．

∴FA=FE=FB=FC， ∴AE=BC．

∴▱ABEC 是矩形．

19．解：（1）作图如下：



（2）AF∥BC 且 AF=$\frac{1}{2}$BC，理由如下：

∵AB=AC，∴∠ABC=∠C。∴∠DAC=∠ABC+∠C=2∠C。

由作图可知：∠DAC=2∠FAC，

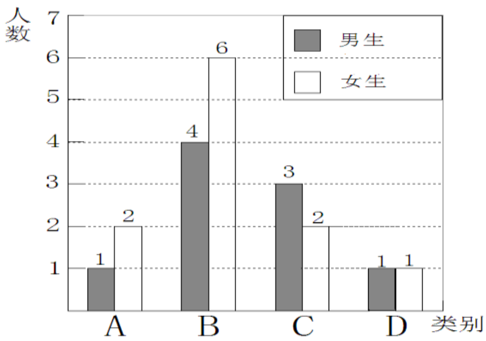
∴∠C=∠FAC。∴AF∥BC。

∴△AEF∽△CEB。∴ $\frac{AF}{CB}=\frac{AE}{CE}$。

∵AE=$\frac{1}{2}$CE，∴AF=$\frac{1}{2}$BC。

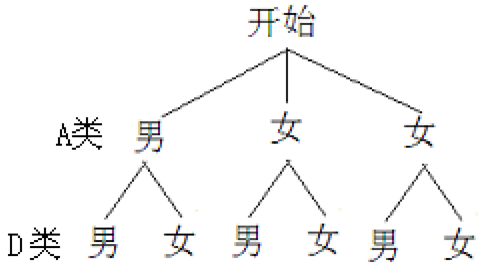
20．解：（1）20， 2 ， 1；

（2） 如图



（3）选取情况如下：

A类 / D类	男	女	女
男	男 男	男 女	男 女
女	女 男	女 女	女 女



∴所选两位同学恰好是一位男同学和一位女同学的概率 $P=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

21. 解：(1)设第一批玩具每套的进价是 x 元，则第二批每套进价是$(x+10)$元，由题意得：

$\frac{2\,500}{x}\times1.5=\frac{4\,500}{x+10}$，

解得 $x=50$，

经检验 $x=50$ 是分式方程的解.

故第一批玩具每套的进价是 50 元.

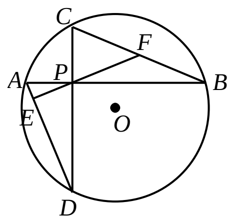
(2)设每套售价至少是 y 元，

$\frac{2\,500}{50}\times(1+1.5)=125$(套).

$125y-2\,500-4\,500\geqslant(2\,500+4\,500)\times25\%$，

$y\geqslant70$，

那么每套售价至少是 70 元.



第 22 题图

22.(1) 证明：∵∠A、∠C 所对的圆弧相同，∴∠A＝∠C.

∴Rt△APD∽Rt△CPB，∴ $\frac{AP}{CP}=\frac{PD}{PB}$ ，∴PA·PB＝PC·PD;

(2) 证明：∵F 为 BC 的中点，△BPC 为 Rt△，

∴FP＝FC，∴∠C＝∠CPF.

又∠C＝∠A，∠DPE＝∠CPF，

∴∠A＝∠DPE. ∵∠A＋∠D＝90°，

∴∠DPE＋∠D＝90°．

∴EF⊥AD.

(3)解：作 OM⊥AB 于 M，ON⊥CD 于 N，同垂径定理：

∴$OM^2=(2\sqrt{5})^2-4^2=4$，$ON^2=(2\sqrt{5})^2-3^2=11$

又易证四边形 MONP 是矩形，

∴OP＝$\sqrt{OM^2+ON^2}=\sqrt{15}$

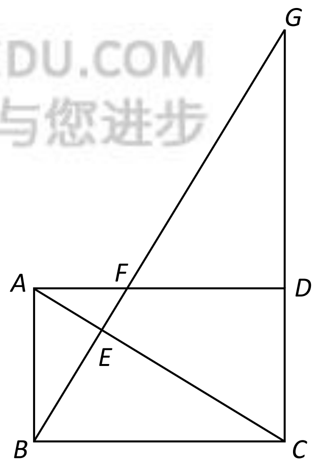
23. 解：(1) ∵点 F 为 AD 中点，且 AD=BC=6，

∴AF=3∵矩形 ABCD 中，∠ABC=90°，BG⊥AC 于点 E，

∴∠ABE+∠EBC=90°，∠ACB+∠EBC=90°

∴∠ABE=∠ACB，∴△ABF∽△BCA

∴$\frac{AB}{BC}=\frac{AF}{AB}$∴ AB=$3\sqrt{2}$



第 23 题图

(2)由（1）可得△ABF∽△BCA∴$\frac{AB}{BC}=\frac{AF}{AB}$

∵AB＝x，BC＝6 ∴AF=$\frac{x^2}{6}$ 同理可得：CG=$\frac{36}{x}$

①当 F 点在线段 AD 上时 DG=CG-CD=$\frac{36}{x}-x=\frac{36-x^2}{x}$

∴$S_{\triangle AFG}=\frac{1}{2}AF\cdot CG=\frac{36x-x^3}{12}$ 即 $y=\frac{36x-x^3}{12}(0<x<6)$

②当 F 点在线段 AD 延长线上时，DG=CD-CG $=x-\frac{36}{x}=\frac{x^2-36}{x}$

∴$S_{\triangle AFG}=\frac{1}{2}AF\cdot CG=\frac{x^3-36x}{12}$ 即 $y=\frac{x^3-36x}{12}(x>6)$

(3) 过点 D 作 DH⊥BG 于点 H

∵以点 D 为圆心的圆与 BC、BG 都相切

∴CD=DH∴∠DBF=∠CBD

∵矩形 ABCD 中,∠ACB=∠CBD

∴Rt△BEC 中，∠ACB+∠CBD+∠DBF=90°

∴∠ACB =30°

∴Rt△ABC 中，tan∠ACB=$\frac{AB}{BC}$

∴tan30° =$\frac{x}{6}$ ∴ $x=2\sqrt{3}$

即当$x=2\sqrt{3}$时，以点 D 为圆心的圆与 BC、BG 都相切。

24.解：(1) 设第一象限内的点 B（m,n），则 tan∠POB$=\frac{n}{m}=\frac{1}{9}$，得 m=9n，又点 B 在函数$y=\frac{1}{x}$ 的图象上，得$n=\frac{1}{m}$，所以 m=3（—3 舍去），点 B 为$(3,\frac{1}{3})$，

而 AB∥x 轴，所以点 A（$\frac{1}{3}$，$\frac{1}{3}$），所以$AB=3-\frac{1}{3}=\frac{8}{3}$；

(2) 由条件可知所求抛物线开口向下，设点 A（a，a），B（$\frac{1}{a}$，a），则 AB=$\frac{1}{a}$—a = $\frac{8}{3}$,

所以$3a^2+8a-3=0$，解得$a=-3或a=\frac{1}{3}$．

当 a = —3 时，点 A（—3，—3），B（—$\frac{1}{3}$，—3），因为顶点在 y = x 上，所以顶点为（—$\frac{5}{3}$，—$\frac{5}{3}$），所以可设二次函数为$y=k(x+\frac{5}{3})^2-\frac{5}{3}$，点 A 代入，解得 k= —$\frac{3}{4}$,所以所求函数解析式为$y=-\frac{3}{4}(x+\frac{5}{3})^2-\frac{5}{3}$．

同理，当 a = $\frac{1}{3}$时，所求函数解析式为$y=-\frac{3}{4}(x-\frac{5}{3})^2+\frac{5}{3}$；

(3) 设 A（a，a），B（$\frac{1}{a}$，a），由条件可知抛物线的对称轴为$x=\frac{a}{2}+\frac{1}{2a}$．

设所求二次函数解析式为： $y=\frac{9}{5}(x-2)(x-(a+\frac{1}{a})+2)$.

点 A（a ， a）代入，解得 $a_1=3$， $a_2=\frac{6}{13}$，

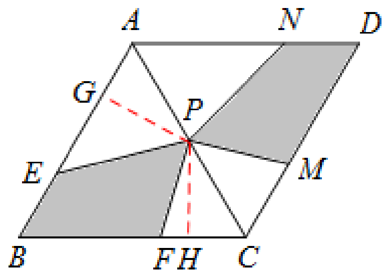
所以点 P 到直线 AB 的距离为 3 或 $\frac{6}{13}$。

25. 解：（1）∵菱形 ABCD 中，∠A=60°，∴△ABC 是等边三角形。

∴∠BAC=∠ACB=60°。

∴∠CFP+∠FPC=180°－60°=120°。

又∵∠EPF=60°，∴∠APE+∠FPC=180°－60°=120°。



∴∠APE=∠CFP。

（2）①∵∠APE=∠CFP，且∠FCP=∠PAE=60°，

∴△APE∽△CFP，∴ $\frac{AP}{FC}=\frac{AE}{PC}$

∵菱形 ABCD 的边长为 4，△ABC 是等边三角形，∴AC=4。

又∵P 为菱形的对称中心，∴AP=CP=2。

∴ $\frac{2}{x}=\frac{AE}{2}$，即 $AE=\frac{4}{x}$。

如图，过点 P 作 PH⊥BC 于点 H，PG⊥AB 于点 G，

∵AP=CP=2，∠GAP=∠HCP=60°，且 PH=PG=$\sqrt{3}$。

∴ $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot BC\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}BC=4\sqrt{3}$， $S_{\Delta CPF}=\frac{1}{2}\cdot FC\cdot PH=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，

$S_{\Delta APE}=\frac{1}{2}\cdot AE\cdot PG=\frac{2\sqrt{3}}{x}$。

∵阴影部分关于直线 AC 轴对称，

∴△APE 与△APN 也关于直线 AC 对称，

则 $S_{四边形AEPN}=2S_{\triangle APE}=\frac{4\sqrt{3}}{x}$；

而 $S_2=2S_{\triangle PFC}=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}x=\sqrt{3}x$，

∴$S_1=S_{\text{菱形}ABCD}-S_{\text{四边形}AEPN}-S_2=8\sqrt{3}-\sqrt{3}x-\frac{4\sqrt{3}}{x}$，

∴$y=\frac{S_1}{S_2}=\frac{8\sqrt{3}-\sqrt{3}x-\frac{4\sqrt{3}}{x}}{\sqrt{3}x}=\frac{8}{x}-1-\frac{4}{x^2}$

∵E 在 AB 上运动，F 在 BC 上运动，且∠EPF=60°，

∴$1\leqslant x\leqslant 4$.

令$\frac{1}{x}=a$，则 $y=-4a^2+8a-1=-4(a-1)^2+3$，

当 a=1 时，即 x=1 时，y 取得最大值 3.

$\therefore$ y关于x的函数解析式为：$y=-\frac{4}{x^2}+\frac{8}{x}-1(1\leq x\leq 3)$, y的最大值为3.

②图中两块阴影部分图形关于点 P 成中心对称，而此两块图形也关于直线 AC 成轴对称，则阴影部分图形自身关于直线 BD 对称，

则 EB=BF，即 AE=FC，∴$\frac{4}{x}$=x，解得 x=2，

代入 $y=-\frac{4}{x^2}+\frac{8}{x}-1$，得 $y=2$。