2013学年下学期海珠区九年级综合练习数学卷

本试卷分为选择题和非选择题两部分，共三大题25小题，满分150分．考试时间120分钟．

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 4的算术平方根是（　　）

A. 2　　B. －2　　C. ±2　　D. 4

【答案】A

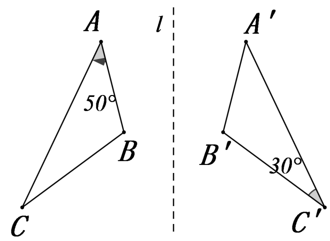
2. 众志成城，抗震救灾．某小组7名同学积极捐出自己的零花钱支援灾区，他们捐款的数额分别是（单位：元）：50， 20，50，30，50，30，120．这组数据的众数和中位数分别是（　　）

A. 120，50　　B. 50，50　　C. 50，30　　D. 50，20

【答案】B

3. 在平面直角坐标系中，将点P（-2,3）沿x轴方向向右平移3个单位得到点Q，则点Q的坐标是（　　）

A.(-2,6)　　B.(-2,0)　　C.（1,3)　　D.（-5,3)



【答案】C

4. 已知ΔABC与$\Delta A'B'C'$关于直线l对称，则∠B的度数（　　）

A. 30°　　B. 50°　　C. 100°　　D. 90°

【答案】C

5. 下列命题中，是真命题的为（　　）

A. 等边三角形都相似　　B. 直角三角形都相似

C. 等腰三角形都相似　　D. 锐角三角形都相似

【答案】A

6. 下列计算正确的是（　　）

A. $(m-n)^2=m^2-n^2$　　B. $m^{-2}=\frac{1}{m^2}(m\neq 0)$

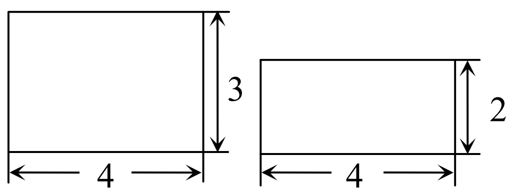
C. $(m+2n)(m-2n)=m^2-2n^2$　　D. $m^2\times n^2=(mn)^4$

【答案】B

7. 长方体的主视图与俯视图如图所示，则这个长方体的体积是（　　）

A．52　　B．32　　C．24

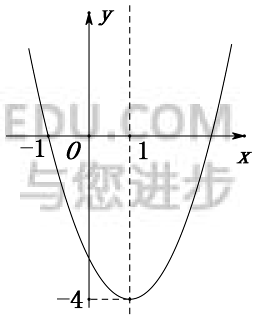
D．9



主视图　　俯视图

【答案】C

8. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 的图象如图所示，下列说法错误的是：（　　）



A．图象关于直线 $x=1$ 对称

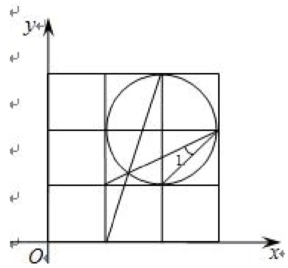
B．函数 $y=ax^2+bx+c\left(a\neq 0\right)$ 的最小值是−4

C．−1 和 3 是方程 $ax^2+bx+c=0\left(a\neq 0\right)$ 的两个根

D．当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而增大

【答案】D

9. 如图，$\angle 1$ 的正切值等于（　　）



A. 2　　B. 1　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{3}$

【答案】D

10.反比例函数 $y=\frac{a+b}{x}$ 图像上一点 $P(m-1,m+1)$ ，且有 $a+b=2\sqrt{a-1}+4\sqrt{b+1}-5$，则关于 x 的方程 $x^2+mx+1=0$ 的根的情况为（　　）

A. 有两个不等的实数根　　B. 有两个相等的实数根

C. 无实数根　　D. 无法判断

【答案】A

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. 为了考察甲、乙两种小麦的长势，分别从中抽出 20 株测得其高度，并求得它们的方差分别为 $s_{甲}^{2}$＝3.6，$s^{2}_{乙}$＝15.8，则______种小麦的长势比较整齐.

【答案】甲

12. 计算：sin30°＝_______，（－3a^2）^{2}＝__________，$\sqrt{(-5)^2}$＝______

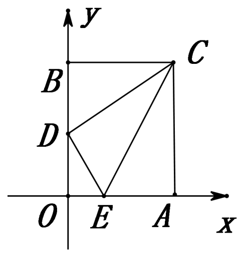
【答案】$\frac{1}{2}$，$9a^4$，5

13. 方程 $\frac{1}{x-1}=\frac{2}{x}$ 的解是__________________.

【答案】x=2

14. 已知扇形的半径为 6cm，圆心角的度数为$120°$，则此扇形的弧长为________cm.

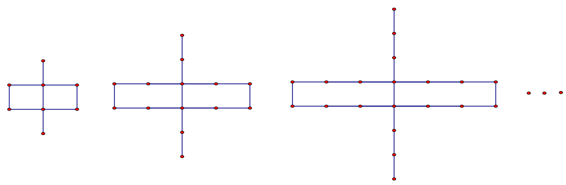
【答案】4π



15. 如图在平面直角坐标系中，矩形$OACB$的顶点 O 在坐标原点，顶点 A、B 分别在 x 轴，y 轴的正半轴上，$0A=3$，$OB=4$，D为OB的中点，若E为边OA上的一个动点，当ΔCDE的周长最小时，则点E的坐标为__________.

【答案】(1,0)

16. 王宇用火柴棒摆成如图所示的三个“中”字形图案，依次规律，第 n 个“中”字形图案需要________根火柴棒.



【答案】6n+3

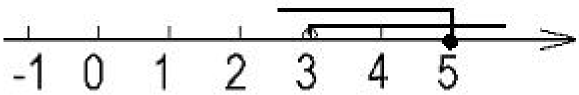
三、解答题（本大题共 9 小题，共 102 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17. （本题满分 10 分） 解不等式组：$\begin{cases}3x-1>2(x+1)\\ \frac{x-3}{2}\le 1\end{cases}$，并在数轴上表示出其解集.

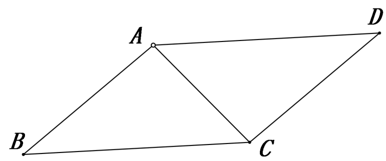
【答案】解：$\begin{cases} 3x-1>2(x+1) & ① \\ \dfrac{x-3}{2}\le 1 & ② \end{cases}$

由①得 x>3

由②得 x≤5



18. （本题满分 10 分）如图，四边形 $ABCD$ 中，$AB//CD, \angle ABC=\angle CDA$，求证：四边形 $ABCD$ 为平行四边形.

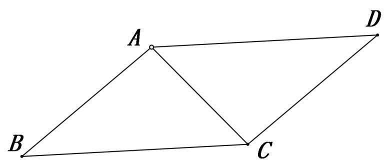


【答案】证明：∵AB//CD

∴∠BAC=∠ACD

在△ABC 和△ACD 中

$\begin{cases} \angle B=\angle D \\ \angle BAC=\angle ACD \\ AC=CA \end{cases}$



$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$　$\therefore AB=CD$

$\therefore AB=CD, AB//CD$

∴四边形 ABCD 为平行四边形

19. （本题满分 10 分）已知 a,b 是方程 $x^2-5x+\sqrt{3}=0$ 的两根，（1）求 $a+b$ 和 ab 的值.

（2）求 $\dfrac{a}{b(a-b)}-\dfrac{b}{a(a-b)}$ 的值.

【答案】解：　（1）由根与系数关系得：$a+b=5, ab=\sqrt{3}$

（2）原式=$\dfrac{a^2}{ab(a-b)}-\dfrac{b^2}{ab(a-b)}$

$=\dfrac{a^2-b^2}{ab(a-b)}=\dfrac{(a+b)(a-b)}{ab(a-b)}=\dfrac{a+b}{ab}=\dfrac{5}{\sqrt{3}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

20. （本题满分 11 分）端午节前，爸爸先去超市买了大小，质量都相同的咸肉粽和碱水粽若干，碱水粽是咸肉粽的 2 倍；妈妈发现咸肉粽偏少，于是妈妈又去买了同样的 3 只咸肉粽和 1 只碱水粽，此时碱水粽和咸肉粽的数量相等。

（1）请计算出第一次爸爸买的咸肉粽和碱水粽各有多少只；

（2）若妈妈取出 2 只咸肉粽，3 只碱水粽送爷爷和奶奶后，然后把剩余的粽子放进一个不透明的盒子。小明从盒中任取 2 只，问恰好是咸肉粽，碱水粽各 1 只的概率是多少？（可以用字母和数字代替咸肉粽和碱水粽的文字）.

【答案】⑴解：设第一次爸爸买的咸肉粽 x 只，碱水粽 y 只

由题意得

$\begin{cases} y=2x \\ 3+x=y+1 \end{cases}$　　解得 $\begin{cases} x=2 \\ y=4 \end{cases}$

答：第一次爸爸买的咸肉粽 2 只，碱水粽 4 只

⑵ 由题意得，剩下 3 只咸肉粽，2 只碱水粽

若用 a 表示咸肉粽，b 表示碱水粽

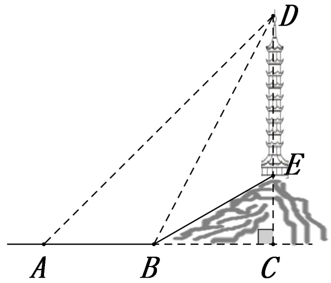
则可列表为

第 1 组 \ 第 2 组	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2
a_1		（a_2，a_1）	（a_3，a_1）	（b_1，a_1）	（b_2，a_1）
a_2	（a_1，a_2）		（a_3，a_2）	（b_1，a_2）	（b_2，a_2）

a_3	（a_1，a_3）	（a_2，a_3）		（b_1，a_3）	（b_2，a_3）
b_1	（a_1，b_1）	（a_2，b_1）	（a_3，b_1）		（b_2，b_1）
b_2	（a_1，b_2）	（a_2，b_2）	（a_3，b_2）	（b_1，b_2）	

共有 20 种情况，其中满足条件的有（a_1，b_1）、（a_2，b_1）、（a_3，b_1）、（a_1，b_2）、（a_2，b_2）、（a_3，b_2）、（b_1，a_1）、（b_1，a_2）、（b_1，a_3）、（b_2，a_1）、（b_2，a_2）、（b_2，a_3）共 12 种

$\therefore P_{(咸肉粽和碱水粽各1只)}=\dfrac{12}{20}=\dfrac{3}{5}$



21. （本题满分 11 分）如图，小明为了测量小山顶的塔高，他在 A 处测得塔尖 D 的仰角为 45°，再沿 AC 方向前进 73.2 米到达山脚 B 处，测得塔尖 D 的仰角为 60°，山坡 BE 的坡度 i=1：$\sqrt{3}$，求塔高.（精确到 0.1 米，$\sqrt{3}\approx 1.732$）

【答案】解：由题意可知，∠BAD=45°，∠CBD=60°，$DC\perp AC$

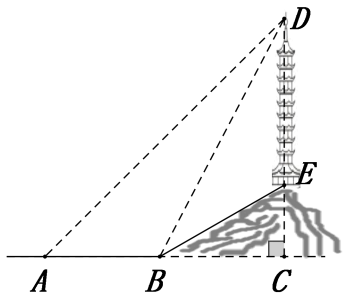
∴∠ACD=90°　∵ $i=1:\sqrt{3}$　即 tan∠EBC=$1:\sqrt{3}$　∴ ∠EBC=30°

∴ ∠DBE=60°-30°=30°　∴ ∠DBE=∠BDC　∴ BE=DE

设 CE=x，则 $BC=\sqrt{3}x$

在 Rt△BCE 中　∵ ∠EBC=30°　∴ $BE=2x$

∴ $DE=2x$



在 Rt△ACD 中

∠ADC=90°-45°=45°　∴ ∠A=∠ADC

∴ AC=CD

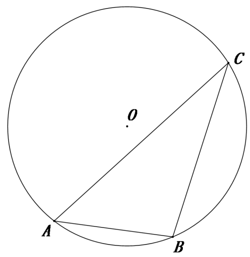
∴ $73.2+\sqrt{3}x=3x$　∴ $x=\dfrac{73.2}{3-\sqrt{3}}$

∴ $DE=2x\approx 115.5$　答：塔高约为 115.5 米。

22. （本题满分 9 分）如图圆 O 内接三角形 ΔABC．把 ΔABC 以点 O 为旋转中心，顺时针方向旋转 $\angle BOA$ 的度数得到 ΔEAF．

（1） 利用尺规作出 ΔEAF（要求保留作图痕迹，不写作法）

（2） 连接 CE，设 EF 与 AC，BC 分别交于点 K 和 D，求证：$CD^2 = DE \bullet DK$



【答案】解：（1）如图：ΔEAF 为所求．

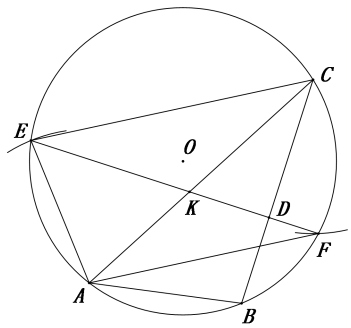
（2）由（1）作图可知 $\angle AOB = \angle AOE = \angle COF$

$\therefore \angle ACB = \angle CEF$

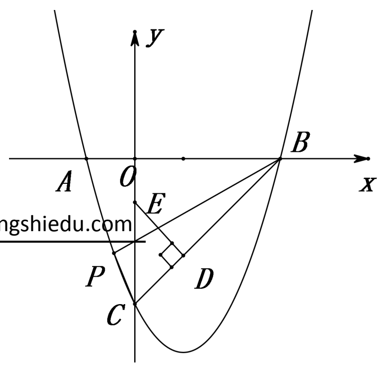
而 $\angle CDK = \angle CDE$

$\therefore \Delta CED \quad \Delta CDK$

$\therefore \dfrac{CD}{DE} = \dfrac{DK}{CD}$ $\quad \therefore CD^2 = DE \ DK$



23. （本题满分 13 分）如图，已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A，B 两



点（点 A 在点 B 的左侧）与 y 轴交于点 $C\left(0,-3\right)$，对称轴是直线 $x=1$，直线 BC 与抛物线的对称轴交于点 D，点 E 为 y 轴上一动点，CE 的垂直平分线交抛物线于 P，Q 两点（点 P 在第三象限）

（1）求抛物线的函数表达式和直线 BC 的函数表达式；

（2）当 ΔCDE 是直角三角形，且 $\angle CDE=90^\circ$ 时，求出点 P 的坐标；

（3）当 ΔPBC 的面积为 $\frac{21}{8}$ 时，求点 E 的坐标.

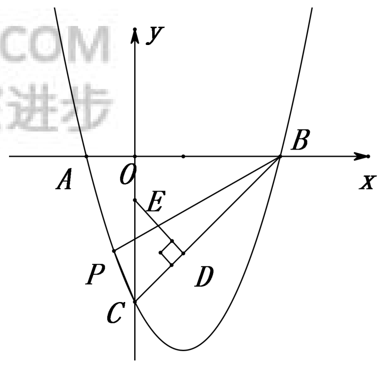
【答案】解（1）∵对称轴 $x=1$ ∴ $b=-2$

∵ $C\left(0,-3\right)$ ∴ $c=-3$ ∴抛物线方程 $y=x^2-2x-3$

∴ $A\left(-1,0\right);B\left(3,0\right)$ ∴ $BC:y=x-3$

（2）∵ $Rt\Delta CDE$ 中 $\angle CDE=90^\circ$，$BC:y=x-3$ ∴ $\angle OCB=45^\circ$

∵点 D 在对称轴 $x=1$ 与直线 $y=x-3$ 上 ∴ $D\left(1,-2\right)$



∵ $Rt\Delta CDE$ 为等腰直角三角形 易得 $E\left(0,-1\right)$

∵点 P 在 CE 垂直平分线上 ∴点 P 纵坐标为 -2

∵点 P 在 $y=x^2-2x-3$ 上

∴ $x^2-2x-3=-2$ 解得 $x=1\pm\sqrt{2}$

∵P 在第三象限 ∴ $P\left(1-\sqrt{2},-2\right)$

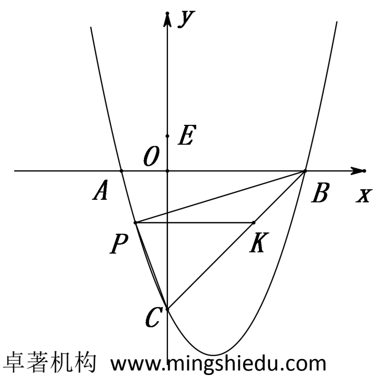
（3） 过 P 作 $PK//x$ 轴，交直线 BC 于点 K，设 $P\left(x_p,y_p\right)$，其中 $y_p=x_p^2-2x_p-3$

∵ $BC:y=x-3$ ∴ $K\left(y_p+3,y_p\right)$

∴ $PK=y_p+3-x_p=x_p^2-3x_p$

∵ $S_{\Delta PBC}=S_{\Delta PKC}+S_{\Delta PKB}=\frac{21}{8}$

∴ $\frac{1}{2}\times3PK=\frac{21}{8}$

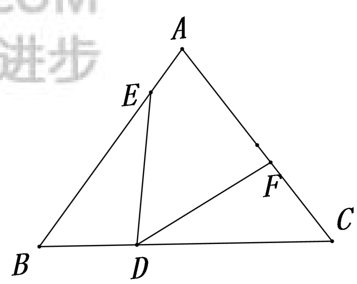


$\therefore x_p^2-3x_p=\dfrac{7}{4}$　　　　解得 $x_{p1}=-\dfrac{1}{2};x_{p2}=\dfrac{7}{2}$

$\because$P 在第三象限，　　　　$\therefore P\left(-\dfrac{1}{2},-\dfrac{7}{4}\right)$

$\because$点 P 在 CE 垂直平分线上　　　$\therefore E\left(0,-\dfrac{1}{2}\right)$

24. （本题满分 14 分）如图，$\Delta ABC, AB=AC=10$，$BC=12$，点 D 在边 BC，且 $BD=4$，以点 D 为顶点作 $\angle EDF=\angle B$，分别交边 AB 于点 E，交射线 CA 于点 F

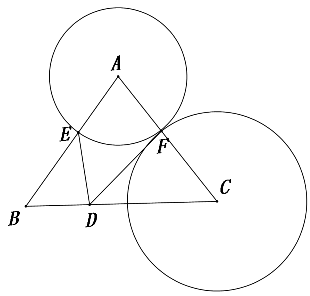


（1）　设 $AE=x$，$CF=y$，求 y 关于 x 的函数解析式；

（2）　若以点 C 为圆心 CF 长为半径的$\odot C$，以点 A 为圆心 AE 长为半径的$\odot A$，当两圆相切时，求 BE 的长；

（3）　当以边 AC 为直径的$\odot O$ 与线段 DE 相切时，判定此时 AC 与 DF 是否垂直，请说明理由.

【答案】（1）$\because AB=AC=10$，$AE=x,CF=y$



$\therefore BE=10-x$　　$\because BD=4$，$BC=12$　　$\therefore DC=8$

在 ΔEBD 和 ΔDCF 中，

$\because \angle EDC=\angle B+\angle BED$，　$\angle EDC=\angle EDF+\angle FDC$

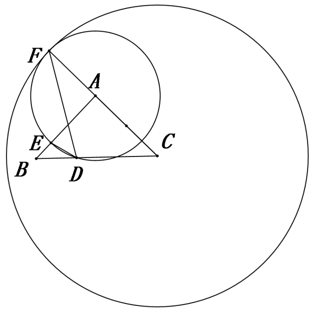
而 $\angle EDF=\angle B$，$\therefore \angle BED=\angle FDC, \angle B=\angle C$

$\therefore \Delta EBD \quad \Delta DCF \quad \therefore \dfrac{BE}{DC}=\dfrac{BD}{CF} \quad \therefore \dfrac{10-x}{8}=\dfrac{4}{y}$

$\therefore y$ 关于 x 的函数解析式为 $y=\dfrac{32}{10-x} \quad (0\le x<10)$

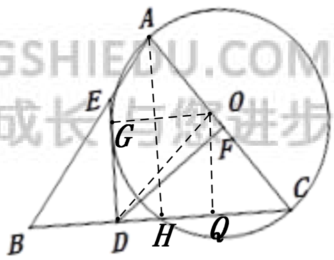
（2）分外切和内切两种情况考虑：如图，当⊙ C 和⊙ A 外切时，点 F 在线段 AC 上，且 $AE=AF$ $\because AB=AC$ $\therefore BE=CF$ 由(1)得 $\dfrac{BE}{DC}=\dfrac{BD}{CF}$ $\therefore BE^2=BD\ CD=32$ $\therefore$ $BE=4\sqrt{2}$

如图，当⊙ C 和⊙ A 内切时，点 F 在线段 CA 的延长线上，且 $AE=AF$ $\because$ $AB=AC$ $\therefore BE=AB-AE, CF=AC+AF$ 由（1）得 $\dfrac{BE}{DC}=\dfrac{BD}{CF}$ $\therefore$ $\dfrac{10-AE}{8}=\dfrac{4}{10+AE}$ $\therefore AE=2\sqrt{17}$，$BE=10-2\sqrt{17}$



综上所述：当⊙ C 和⊙ A 相切时，BE 的长为 $4\sqrt{2}$ 或 $10-2\sqrt{17}$

（3）如图，取边 AC 中点 O，过点 O 分别作 $OG\perp DE, OQ\perp BC$，垂足分别为 G,Q．过点 A 作 $AH\perp BC$，垂足为 H



$\because$⊙ O 与线段 DE 相切，$\therefore OG=\dfrac{1}{2}AC=5$

在 $Rt\Delta CAH, \angle AHC=90^\circ, cos\angle C=\dfrac{3}{5}$

在 $Rt\Delta CQO, \angle CQO=90^\circ, cos\angle C=\dfrac{CQ}{CO}=\dfrac{3}{5}$

$\therefore CQ=3, DQ=8-3=5 \quad \therefore OQ=DQ \quad \therefore Rt\Delta OGD\cong Rt\Delta DQO$

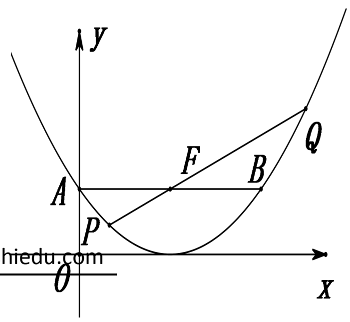
$\therefore \angle EDB=\angle OGD=90^\circ$

由（1）得 $\Delta EBD \quad \Delta DCF \quad \therefore \angle EDB=\angle DFC=90^\circ$

$\therefore$ AC 与 DF 垂直成立.

25. （本题满分 14 分）已知抛物线 $C_1: y_1=\dfrac{1}{4}x^2-x+1$，点 $F(2,1)$.

（1） 求抛物线 C_1 的顶点坐标；



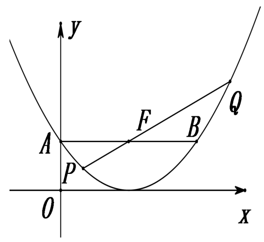
（2）①若抛物线 C_1 与 y 轴的交点为 A，连接 AF，并延长交抛物线 C_1 于点 B，求证：$\frac{1}{AF}+\frac{1}{BF}=1$；

②抛物线 C_1 上任意一点 $P(x_p,y_p)(0<x_p<2)$，连接 PF，并延长交抛物线 C_1 于点 $Q(x_Q,y_Q)$，试判断 $\frac{1}{PF}+\frac{1}{QF}$ 为常数，请说明理由；

（3）将抛物线 C_1 作适当的平移得到抛物线 $C_2:y_2=\frac{1}{4}(x-h)^2$，若 $1<x\le m$ 时，$y_2\le x$ 恒成立，求 m 的最大值.

【答案】（1）解：$\because C_1:y_1=\frac{1}{4}x^2-x+1=\frac{1}{4}(x-2)^2$

$\therefore$ 顶点坐标 $(2,0)$

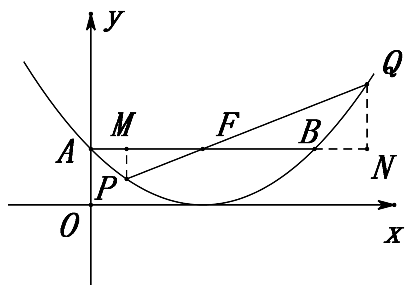


（2）①证明 $\because C_1$ 与 y 轴交点 A $\therefore A(0,1)$

$\therefore AF=2,BF=2$ $\therefore \frac{1}{AF}+\frac{1}{BF}=1$

②作 $PM\perp AB,QN\perp AB$，垂足分别为 M,N，设 $P(x_p,y_p),Q(x_Q,y_Q)$ 在 ΔMFP 中，$MF=2-x_p,MP=2-y_p$ $(0<x_p<2)$

$\therefore PF^2=MF^2+MP^2=(2-x_p)^2+(1-y_p)^2$



而点 P 在抛物线上

$\therefore (2-x_p)^2=4y_p$

$\therefore PF^2=4y_p+(1-y_p)^2=(1+y_p)^2$

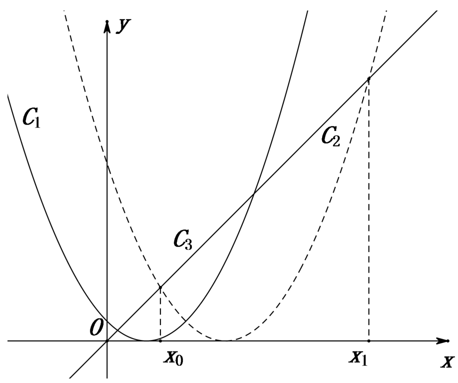
$\therefore PF=1+y_p$ 同理可得：$QF=1+y_Q$

$\because \angle MFP=\angle NFQ,\angle PMF=\angle QNF=90^\circ$ $\therefore \Delta PMF$ ΔQNF

$\therefore \frac{PF}{QF}=\frac{MP}{QN}=\frac{1-y_P}{y_Q-1}=\frac{2-PF}{QF-2}$ $\therefore PF\ QF-2PF=2QF-QF\ PF$

$\therefore \frac{1}{PF}+\frac{1}{QF}=1$ 为常数

（3）设图像 $C_3: y_3 = x$ $\because C_1: y_1 = \frac{1}{4}(x-2)^2$ $C_2: y_2 = \frac{1}{4}(x-h)^2$



$\therefore$ C_2 为 C_1 左右平移所得，设抛物线 C_2 与图像 C_3 的交点的横坐标分别为 x_0, x_1 $\therefore$随着抛物线 C_2 不断向右平移时，x_0, x_1 的值不断增大

$\therefore 1 < x \le m$ 时，$y_2 \le x$ 恒成立时，m 的最大值在 x_1 处取得，即当 $x_0 = 1$ 时，m 取最大值.

$\therefore \frac{1}{4}(x-h)^2 = 1 \Rightarrow h = 3$ 或 $h = -1$（舍去） $\therefore \frac{1}{4}(x-3)^2 = x$

$\therefore x^2 - 10x + 9 = 0 \Rightarrow x_0 = 1, x_1 = 9$ $\therefore m$ 的最大值为9