



## 2016 年广州三中考数学一模考试试题及答案

### 第一部分 选择题 (共30分)

一. 选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. -2 的绝对值是 ( ).

- A. -2                      B. 2                      C.  $-\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{1}{2}$

2. 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ( ).



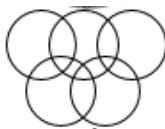
A



B



C



D

3. 下列式子的计算, 正确的是 ( ).

- A.  $x^3 \cdot x^4 = x^{12}$     B.  $(x^3)^3 = x^6$     C.  $(3x)^2 = 6x^2$     D.  $2x^2 \div x = 2x$

4. 一组数据 2,6,5,2,4, 则这组数据的中位数是 ( ).

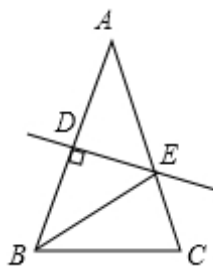
- A. 2                      B. 4                      C. 5                      D. 6

5. 把多项式  $a^2 - 4a$  分解因式, 正确的是 ( ).

- A.  $(a-2)(a+2)$     B.  $(a-2)^2 - 4$     C.  $4a(a-1)$     D.  $a(a-4)$

6. 如图, 等腰  $\triangle ABC$  中,  $AB=AC=8$ ,  $BC=5$ ,  $AB$  的垂直平分线  $DE$  交  $AB$  于点  $D$ , 交  $AC$  于点  $E$ , 则  $\triangle BEC$  的周长为 ( ).

- A. 13                      B. 14                      C. 15                      D. 16

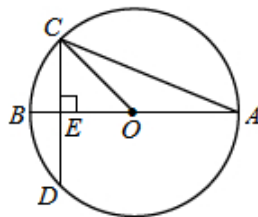


第 6 题图

7. 一次函数  $y = -2x + 5$  的图像性质错误的是 ( ).

- A.  $y$  随  $x$  的增大而减小                      B. 直线经过第一、二、四象限  
C. 直线从左到右是下降的                      D. 直线与  $x$  轴的交点是  $(0, 5)$

8. 如图,  $\odot O$  的直径  $AB$  垂直于弦  $CD$ , 垂足为  $E$ ,  $\angle A = 22.5^\circ$ ,  $OC = 4$ ,  $CD$  的长为 ( ).



第 8 题图



A. 8

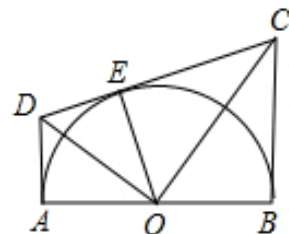
B. 4

C.  $4\sqrt{2}$ D.  $2\sqrt{2}$ 

9. 若关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + 2x - 1 = 0$  有实数解，则  $a$  的取值范围是 ( ).

A.  $a \geq -1$ B.  $a \leq 1$ C.  $a \geq -1$  且  $a \neq 0$ D.  $a \leq 1$  且  $a \neq 0$ 

10. 如图， $AB$  为半圆  $O$  的直径， $AD$ 、 $BC$  分别切  $\odot O$  于  $A$ 、 $B$  两点， $CD$  切  $\odot O$  于点  $E$ ， $AD$  与  $CD$  相交于  $D$ ， $BC$  与  $CD$  相交于  $C$ ，连接  $OD$ 、 $OC$ ，对于下列结论：

①  $AD + BC = CD$ ;②  $\angle DOC = 90^\circ$ ;③  $OD^2 = DE \cdot CD$ ;④  $S_{\text{梯形} ABCD} = CD \cdot OA$ .

第 10 题图

其中正确结论的个数是 ( ).

A. 1

B. 2

C. 3

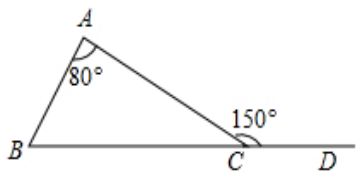
D. 4

## 第二部分 非选择题 (共 120 分)

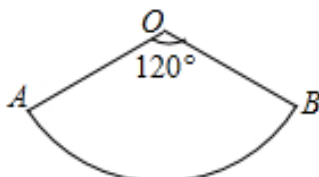
二. 填空题 (本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分.)

11. 若代数式  $\sqrt{m+2}$  在实数范围内有意义，则  $m$  的取值范围是.

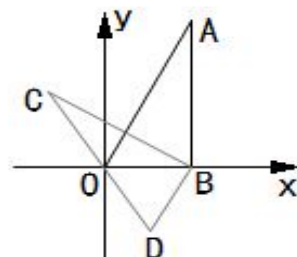
12. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $\angle A = 80^\circ$ ，点  $D$  是  $BC$  延长线上一点， $\angle ACD = 150^\circ$ ，则  $\angle B =$   $^\circ$ .



第 12 题图



第 13 题图



第 15 题图

13. 如图所示的扇形是一个圆锥的侧面展开图，若  $\angle AOB = 120^\circ$ ，弧  $AB$  的长为  $12\pi \text{ cm}$ ，则该圆锥的侧面积为  $\text{cm}^2$ .

14. 一个正多边形的内角和为  $1080^\circ$ ，则这个正多边形的每一个外角等于  $^\circ$ .

15. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，直线  $y = \sqrt{3}x$  经过点  $A$ ，作  $AB \perp x$  轴于点  $B$ ，将  $\triangle ABO$  绕点  $B$  逆时针旋转  $60^\circ$  得到  $\triangle CBD$ ，若点  $B$  的坐标为  $(2, 0)$ ，则点  $C$  的坐标为.

16. 已知  $\text{Rt}\triangle ABC$  的三个顶点  $A$ ， $B$ ， $C$  均在抛物线  $y = x^2$  上，并且斜边  $AB$  平行于  $x$  轴，

若斜边上的高为  $h$ ，则  $h$  的长度为.

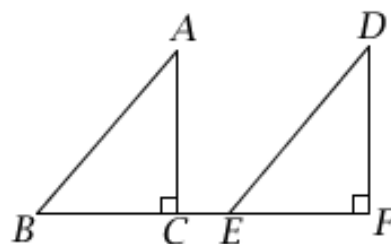


三. 解答题（本大题共 9 小题，满分 102 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. （本小题满分 9 分）解不等式组  $\begin{cases} 3x - (x - 2) \leq 6 \\ x - 1 < \frac{4x - 1}{3} \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来。

18. （本小题满分 9 分）如图，点 B, C, E, F 在同一条直线上，BC=EF，AC⊥BC 于点 C，DF⊥EF 于点 F，AC=DF。求证：

(1)  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 。 (2) AB//DE



第 18 题图

19. （本小题满分 10 分）先化简，再求值： $\frac{x^2}{x^2 + 2x + 1} \div (1 - \frac{1}{x+1})$ ，

20. （本小题满分 10 分）某商场投入 13800 元资金购进甲、乙两种矿泉水共 500 箱，矿泉水的成本价和销售价如表所示：

类别 / 单价	成本价	销售价 (元 / 箱)
甲	24	36
乙	33	48

(1) 该商场购进甲、乙两种矿泉水各多少箱？

(2) 全部售完 500 箱矿泉水，该商场共获得利润多少元？

21. （本小题满分 12 分）为了提高中学生身体素质，学校开设了 A:篮球、B:足球、C:跳绳、D:羽毛球四种体育活动，为了解学生对这四种体育活动的喜欢情况，在全校随机抽取若干名学生进行问卷调查(每个被调查的对象必须选择而且只能在四种体育活动中选择一种)，将数据进行处理并绘制成以下两幅统计图(未画完整)。

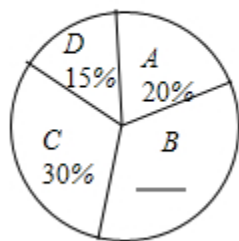


图1

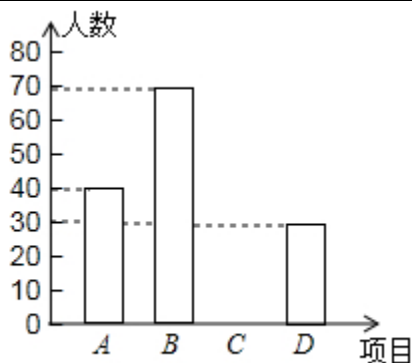
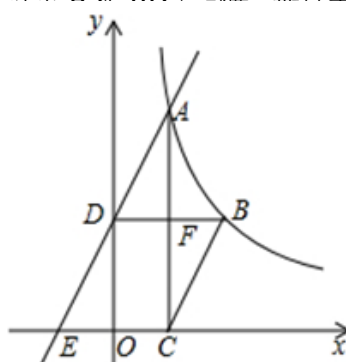


图2

- (1)这次调查中,一共调查了多少名学生;  
 (2)请补全两幅统计图;  
 (3)若有 3 名喜欢跳绳的学生,1 名喜欢足球的学生组队外出参加一次联谊活动,欲从中选出 2 人担任组长(不分正副),求一人是喜欢跳绳、一人是喜欢足球的学生的概率。

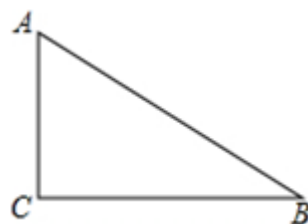
22. (本小题满分 12 分) 如图,已知函数的图象  $y = \frac{k}{x} (k > 0)$  经过点 A. B,点 B 的坐标为 (2,2). 过点 A 作  $AC \perp x$  轴,垂足为 C. 过点 B 作  $BD \perp y$  轴,垂足为 D, AC 与 BD 交于点 F. 一次函数  $y = ax + b$  的图象经过点 E.



- (1)若  $AC = \frac{3}{2}$ , 求 a、b 的值;  
 (2)若  $BC \parallel AE$ , 求 BC 的长。

23. (本小题满分 12 分) 如图,在  $Rt\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ .

- (1) 先作  $\angle ABC$  的平分线交 AC 边于点 O,再以点 O 为圆心,OC 为半径作  $\odot O$  (要求: 尺规作图,保留作图痕迹,不写作法);  
 (2) 请你判断(1)中 AB 与  $\odot O$  的位置关系,并证明你的结论。



- (3) 若  $AC = 3$ ,  $\sin \angle ABC = \frac{3}{5}$ , 求  $\triangle ABO$  的面积。

24. (本小题满分 14 分) 如图 1, 矩形 ABCD 的两条边在坐标轴上, 点 D 与坐标原点 O 重合, 且  $AD = 8$ ,  $AB = 6$ . 如图 2, 矩形 ABCD 沿 OB 方向以每秒 1 个单位长度的速度运动, 同时点 P 从 A 点出发也以每秒 1 个单位长度的速度沿矩形 ABCD 的边 AB 经过点 B 向



传授得分秘笈！

点  $C$  运动，当点  $P$  到达点  $C$  时，矩形  $ABCD$  和点  $P$  同时停止运动，设点  $P$  的运动时间为  $t$  秒。

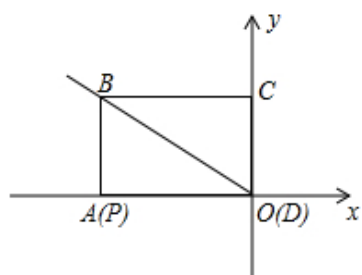


图1

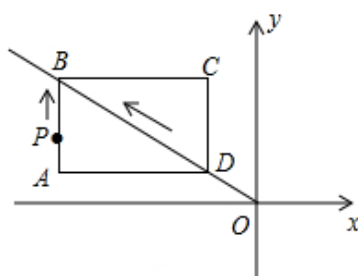
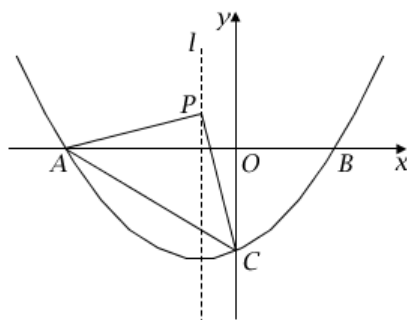


图2

- (1) 当  $t=5$  时，请直接写出点  $D$ 、点  $P$  的坐标；
- (2) 当点  $P$  在线段  $AB$  或线段  $BC$  上运动时，求出  $\triangle PBD$  的面积  $S$  关于  $t$  的函数关系式，并写出相应  $t$  的取值范围；
- (3) 点  $P$  在线段  $AB$  或线段  $BC$  上运动时，作  $PE \perp x$  轴，垂足为点  $E$ ，当  $\triangle PEO$  与  $\triangle BCD$  相似时，求出相应的  $t$  值。

25. (本小题满分 14 分) 如图，已知二次函数  $y=x^2+(1-m)x-m$  (其中  $0 < m < 1$ ) 的图象与  $x$  轴交于  $A$ 、 $B$  两点 (点  $A$  在点  $B$  的左侧)，与  $y$  轴交于点  $C$ ，对称轴为直线  $l$ 。设  $P$  为对称轴  $l$  上的点，连接  $PA$ 、 $PC$ ， $PA=PC$ 。

- (1) 求  $\angle ABC$  的度数；
- (2) 求  $P$  点坐标 (用含  $m$  的代数式表示)；
- (3) 在坐标轴上是否存在点  $Q$  (与原点  $O$  不重合)，使得以  $Q$ 、 $B$ 、 $C$  为顶点的三角形与  $\triangle PAC$  相似，且线段  $PQ$  的长度最小？如果存在，求出所有满足条件的点  $Q$  的坐标；如果不存在，请说明理由。





## 2016 年广州三中中考数学一模考试答案

1-5 BADBD

6-10 ADCCD

11.  $m \geq -2$

12. 70

13.  $108\pi$

14. 45

15.  $(-1, \sqrt{3})$

16. 1

17.  $-2 < x \leq 2$ ，图略

18. (1) 在  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  中，

$$BC=EF \quad \angle BCA = \angle EFD = 90^\circ \quad AC=DF,$$

所以  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$  (SAS)。

(2) 因为  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ,

所以  $\angle B = \angle DEF$ ，所以  $AB \parallel DE$ 。

19. 化简后：原式 =  $\frac{x}{x+1}$  代入  $x = -2$ ，得原式 = 2

20.

(1) 设商场购进甲种矿泉水  $x$  箱，购进乙种矿泉水  $y$  箱，由题意得

$$\begin{cases} x + y = 500 \\ 24x + 33y = 13800 \end{cases}$$

$$\text{解得：} \begin{cases} x=300 \\ y=200 \end{cases}$$

答：商场购进甲种矿泉水300箱，购进乙种矿泉水200箱。

(2)  $300 \times (36 - 24) + 200 \times (48 - 33) = 3600 + 3000 = 6600$  (元)。

答：该商场共获得利润6600元。

21.

解答：

(1) 根据题意得：这次调查中，一共调查的学生数为： $40 \div 20\% = 200$  (名)；

故答案为：200；

(2) B 占的百分比为： $1 - 20\% - 30\% - 15\% = 35\%$ ，

C 的人数为： $200 \times 30\% = 60$  (名)；

如图：

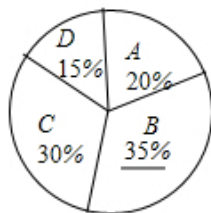


图1

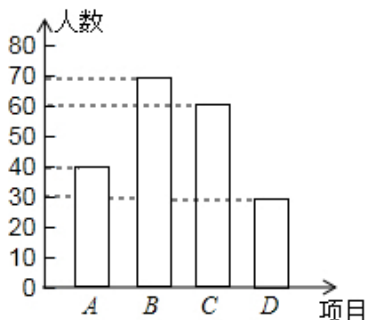


图2

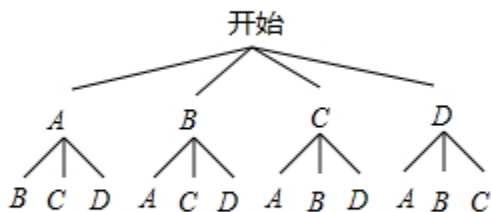


传授得分秘笈！

22.

(3)分别用  $A$  ,  $B$  ,  $C$  表示 3 名喜欢跳绳的学生 ,  $D$  表示 1 名喜欢足球的学生 ;

画树状图得 :

 $\therefore$  共有 12 种等可能的结果 , 一人是喜欢跳绳、一人是喜欢足球的学生的有 6 种情况 , $\therefore$  一人是喜欢跳绳、一人是喜欢足球的学生的概率为 :  $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$  .解 ; (1)  $\because$  点  $B(2, 2)$  在函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象上 , $\therefore k = 4$  , 则  $y = \frac{4}{x}$  , $\because BD \perp y$  轴 ,  $\therefore D$  点的坐标为 :  $(0, 2)$  ,  $OD = 2$  , $\because AC \perp x$  轴 ,  $AC = \frac{3}{2} OD$  ,  $\therefore AC = 3$  , 即  $A$  点的纵坐标为 : 3 , $\because$  点  $A$  在  $y = \frac{4}{x}$  的图象上 ,  $\therefore A$  点的坐标为 :  $(\frac{4}{3}, 3)$  , $\therefore$  一次函数  $y = ax + b$  的图象经过点  $A$ 、 $D$  ,

$$\therefore \begin{cases} \frac{4}{3}a + b = 3 \\ b = 2 \end{cases} ,$$

$$\text{解得 : } \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ b = 2 \end{cases} ;$$

(2) 设  $A$  点的坐标为 :  $(m, \frac{4}{m})$  , 则  $C$  点的坐标为 :  $(m, 0)$  , $\because BD \parallel CE$  , 且  $BC \parallel DE$  , $\therefore$  四边形  $BCED$  为平行四边形 , $\therefore CE = BD = 2$  , $\because BD \parallel CE$  ,  $\therefore \angle ADF = \angle AEC$  ,

$$\therefore \text{在 } Rt\triangle AFD \text{ 中 , } \tan \angle ADF = \frac{AF}{DF} = \frac{\frac{4}{m} - 2}{m} ,$$

$$\text{在 } Rt\triangle ACE \text{ 中 , } \tan \angle AEC = \frac{AC}{EC} = \frac{\frac{4}{m}}{2} ,$$

$$\therefore \frac{\frac{4}{m} - 2}{m} = \frac{\frac{4}{m}}{2} ,$$

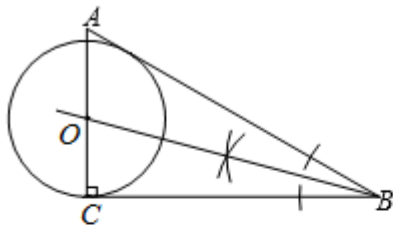
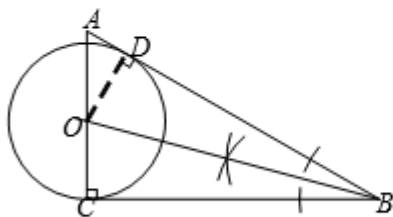
解得 :  $m = 1$  , $\therefore C$  点的坐标为 :  $(1, 0)$  , 则  $BC = \sqrt{5}$  .

23.



传授得分秘笈！

(1)如图：

(2)AB 与  $\odot O$  相切。证明：作  $OD \perp AB$  于  $D$ ，如图。 $\because BO$  平分  $\angle ABC$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $OD \perp AB$ , $\therefore OD = OC$ , $\therefore AB$  与  $\odot O$  相切。

$$(3) S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot OD = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$$

24.

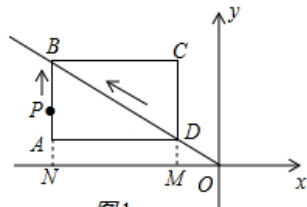
(1)延长  $CD$  交  $x$  轴于  $M$ ，延长  $BA$  交  $x$  轴于  $N$ ，如图1所示：

图1

则  $CM \perp x$  轴,  $BN \perp x$  轴,  $AD \parallel x$  轴,  $BN \parallel DM$ , $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形, $\therefore \angle BAD = 90^\circ$ ,  $CD = AB = 6$ ,  $BC = AD = 8$ , $\therefore BD = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ ,当  $t = 5$  时,  $OD = 5$ , $\therefore BO = 15$ , $\because AD \parallel NO$ , $\therefore \triangle ABD \sim \triangle NBO$ ,

$$\therefore \frac{AB}{BN} = \frac{AD}{NO} = \frac{BD}{BO} = \frac{2}{3},$$

$$\text{即 } \frac{6}{BN} = \frac{8}{NO} = \frac{2}{3},$$

 $\therefore BN = 9$ ,  $NO = 12$ , $\therefore OM = 12 - 8 = 4$ ,  $DM = 9 - 6 = 3$ ,  $PN = 9 - 1 = 8$ , $\therefore D(-4, 3)$ ,  $P(-12, 8)$ ;





传授得分秘笈！

(2)如图2所示：当点  $P$  在边  $AB$  上时， $BP = 6 - t$ ，

$$\therefore S = \frac{1}{2} BP \cdot AD = \frac{1}{2} (6 - t) \times 8 = -4t + 24;$$

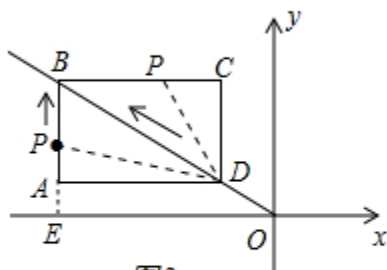
②当点  $P$  在边  $BC$  上时， $BP = t - 6$ ，

图2

$$\therefore S = \frac{1}{2} BP \cdot AB = \frac{1}{2} (t - 6) \times 6 = 3t - 18;$$

$$\text{综上所述：} S = \begin{cases} -4t + 24 & (0 \leq t \leq 6) \\ 3t - 18 & (6 < t \leq 12) \end{cases};$$

(3)设点  $D\left(-\frac{4}{5}t, \frac{3}{5}t\right)$ ；①当点  $P$  在边  $AB$  上时， $P\left(-\frac{4}{5}t - 8, \frac{8}{5}t\right)$ ，

$$\text{若 } \frac{PE}{OE} = \frac{CD}{CB} \text{ 时，} \frac{\frac{8}{5}t}{\frac{4}{5}t + 8} = \frac{6}{8},$$

解得： $t = 6$ ；

$$\text{若 } \frac{PE}{OE} = \frac{CB}{CD} \text{ 时，} \frac{\frac{8}{5}t}{\frac{4}{5}t + 8} = \frac{8}{6},$$

解得： $t = 20$  (不合题意，舍去)；②当点  $P$  在边  $BC$  上时， $P\left(-14 + \frac{1}{5}t, \frac{3}{5}t + 6\right)$ ，

$$\text{若 } \frac{PE}{OE} = \frac{CD}{BC} \text{ 时，} \frac{\frac{3}{5}t + 6}{14 - \frac{1}{5}t} = \frac{6}{8},$$

解得： $t = 6$ ；

$$\text{若 } \frac{PE}{OE} = \frac{BC}{CD} \text{ 时，} \frac{\frac{3}{5}t + 6}{14 - \frac{1}{5}t} = \frac{8}{6},$$

解得： $t = \frac{190}{13}$  (不合题意，舍去)；综上所述：当  $t = 6$  时， $\triangle PEO$  与  $\triangle BCD$  相似。25. (1)  $45^\circ$



理由如下：令  $x=0$ ，则  $y=-m$ ， $C$  点坐标为  $(0, -m)$ 。

令  $y=0$ ，则  $x^2 + (1-m)x - m = 0$ ，解得  $x_1 = -1$ ， $x_2 = m$ 。

$\because 0 < m < 1$ ，点  $A$  在点  $B$  的左侧，

$\therefore B$  点坐标为  $(m, 0)$ 。 $\therefore OB = OC = m$ 。

$\because \angle BOC = 90^\circ$ ， $\therefore \triangle BOC$  是等腰直角三角形， $\angle OBC = 45^\circ$ 。

(2) 解法一：如图①，作  $PD \perp y$  轴，垂足为  $D$ ，设  $l$  与  $x$  轴交于点  $E$ ，

由题意得，抛物线的对称轴为  $x = \frac{-1+m}{2}$ 。

设点  $P$  坐标为  $(\frac{-1+m}{2}, n)$ 。

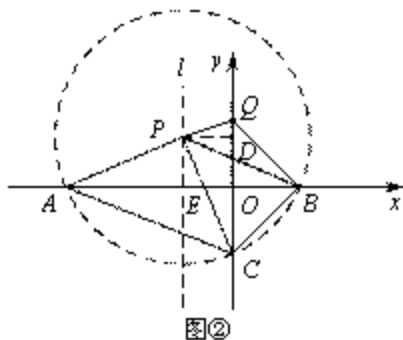
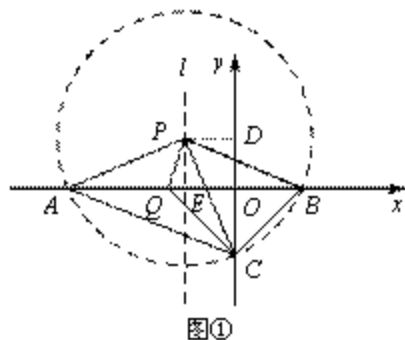
$\because PA = PC$ ， $\therefore PA^2 = PC^2$ ，即  $AE^2 + PE^2 = CD^2 + PD^2$ 。

$$\therefore \left(\frac{-1+m}{2} + 1\right)^2 + n^2 = (n+m)^2 + \left(\frac{1-m}{2}\right)^2$$

解得  $n = \frac{1-m}{2}$ 。 $\therefore P$  点的坐标为  $(\frac{-1+m}{2}, \frac{1-m}{2})$ 。



传授得分秘笈！

解法二：连接  $PB$  .由题意得，抛物线的对称轴为  $x = \frac{-1+m}{2}$  . $\because P$  在对称轴  $l$  上，  $\therefore PA = PB$  . $\because PA = PC$  ,  $\therefore PB = PC$  . $\because \triangle BOC$  是等腰直角三角形，且  $OB = OC$  , $\therefore P$  在  $BC$  的垂直平分线  $y = -x$  上 . $\therefore P$  点即为对称轴  $x = \frac{-1+m}{2}$  与直线  $y = -x$  的交点 . $\therefore P$  点的坐标为  $\left(\frac{-1+m}{2}, \frac{1-m}{2}\right)$  .(3) 解法一：存在点  $Q$  满足题意 . $\therefore P$  点的坐标为  $\left(\frac{-1+m}{2}, \frac{1-m}{2}\right)$  ,

$$\therefore PA^2 + PC^2 = AE^2 + PE^2 + CD^2 + PD^2$$

$$= \left(\frac{-1+m}{2} + 1\right)^2 + \left(\frac{1-m}{2}\right)^2 + \left(\frac{1-m}{2} + m\right)^2 + \left(\frac{1-m}{2}\right)^2 = 1 + m^2 .$$

$$\because AC^2 = 1 + m^2 , \therefore PA^2 + PC^2 = AC^2 , \therefore \angle APC = 90^\circ .$$

 $\therefore \triangle PAC$  是等腰直角三角形 . $\therefore$  以  $Q$ 、 $B$ 、 $C$  为顶点的三角形与  $\triangle PAC$  相似， $\therefore \triangle QBC$  是等腰直角三角形 . $\therefore$  由题意知满足条件的点  $Q$  的坐标为  $(-m, 0)$  或  $(0, m)$  .



① 如图 ①，当  $Q$  点的坐标为  $(-m, 0)$  时，

若  $PQ$  与  $x$  轴垂直，则  $\frac{-1+m}{2} = -m$ ，解得  $m = \frac{1}{3}$ ， $PQ = \frac{1}{3}$ 。

若  $PQ$  与  $x$  轴不垂直，

$$\text{则 } PQ^2 = PE^2 + EQ^2 = \left(\frac{1-m}{2}\right)^2 + \left(\frac{-1+m}{2} + m\right)^2 = \frac{5}{2}m^2 - 2m + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}\left(m - \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{10}.$$

$\because 0 < m < 1$ ， $\therefore$  当  $m = \frac{2}{5}$  时， $PQ^2$  取得最小值  $\frac{1}{10}$ ， $PQ$  取得最小值  $\frac{\sqrt{10}}{10}$ 。

$$\therefore \frac{\sqrt{10}}{10} < \frac{1}{3},$$

$\therefore$  当  $m = \frac{2}{5}$ ，即  $Q$  点的坐标为  $(-\frac{2}{5}, 0)$  时， $PQ$  的长度最小。

② 如图 ②，当  $Q$  点的坐标为  $(0, m)$  时，

若  $PQ$  与  $y$  轴垂直，则  $\frac{1-m}{2} = m$ ，解得  $m = \frac{1}{3}$ ， $PQ = \frac{1}{3}$ 。

若  $PQ$  与  $y$  轴不垂直，

$$\text{则 } PQ^2 = PD^2 + DQ^2 = \left(\frac{1-m}{2}\right)^2 + \left(m - \frac{1-m}{2}\right)^2 = \frac{5}{2}m^2 - 2m + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}\left(m - \frac{2}{5}\right)^2 + \frac{1}{10}.$$

$\because 0 < m < 1$ ， $\therefore$  当  $m = \frac{2}{5}$  时， $PQ^2$  取得最小值  $\frac{1}{10}$ ， $PQ$  取得最小值  $\frac{\sqrt{10}}{10}$ 。

$$\therefore \frac{\sqrt{10}}{10} < \frac{1}{3},$$

$\therefore$  当  $m = \frac{2}{5}$ ，即  $Q$  点的坐标为  $(0, \frac{2}{5})$  时， $PQ$  的长度最小。

综上所述：当  $Q$  点坐标为  $(-\frac{2}{5}, 0)$  或  $(0, \frac{2}{5})$  时， $PQ$  的长度最小。