2016年广州四中聚贤中考数学一模考试试题及答案

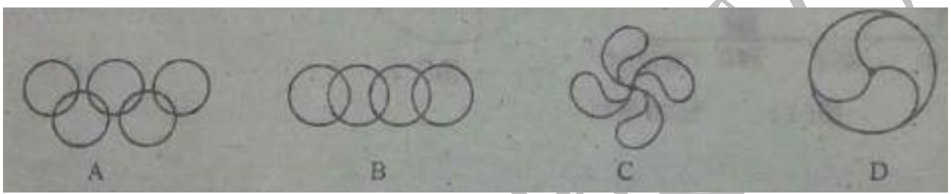
第一部分　选择题（共30分）

一．选择题（本大题共10小题，每小题3分，满分30分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1．$-\dfrac{3}{4}$的倒数是　（　　　）.

A．$\dfrac{4}{3}$　　B．$\dfrac{3}{4}$　　C．$-\dfrac{3}{4}$　　D．$-\dfrac{4}{3}$

2．下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　　）.



3．下列命题中，真命题的个数有（　　　）.

①平行四边形的对角线互相平分；　②对角线互相平分的四边形是平行四边形；

③菱形的对角线互相垂直；　④对角线互相垂直的四边形是菱形。

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

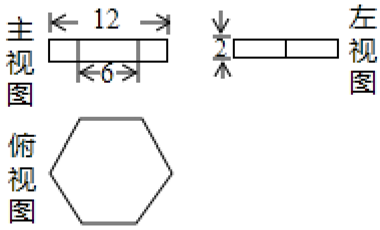
4．下列计算正确的是（　　　）.

A．$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\bullet\sqrt{b}$　　B．$(\frac{1}{4}x^2y)^2\bullet(-x^2y)=-\frac{1}{8}x^6y^3$

C．$2x^{-2}=\dfrac{1}{4x^2}$　　D．$\dfrac{-4}{2(1-m)}=\dfrac{2}{m-1}$

5．如图是某几何体的三视图，则该几何体的体积是（　　　）.

A．$18\sqrt{3}$　　B．$54\sqrt{3}$　　C．$108\sqrt{3}$　　D．$216\sqrt{3}$



第5题图

6．某校初三参加体育测试，一组10人的引体向上成绩如下表：

完成引体向上个数	7	8	9	10
人数	1	1	3	5

这组同学引体向上个数的众数与中位数依次是（　　　）.

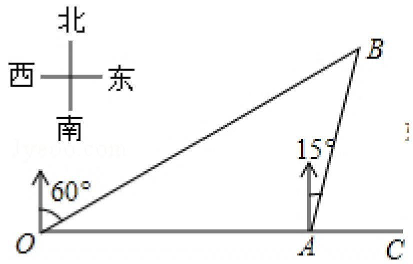
A．9．5 和 10　　B．9 和 10　　C．10 和 9．5　　D．10 和 9

7．在一个不透明的口袋中装有 4 个红球和若干个白球，它们除颜色外其它完全相同，通过多次摸球试验后发现，摸到红球的频率稳定在 25%附近，则口袋中白球可能有（　　）个．

A．8　　B．12　　C．16　　D．无法估算

8．如图，港口 A 在观测站 O 的正东方向，OA=4km，某船从港口 A 出发，沿北偏东 15°方向航行一段距离后到达 B 处，此时从观测站 O 处测得该船位于北偏东 60°的方向，则该船航行的距离（即 AB 的长）为（　　）．

A. 4km　　B. $2\sqrt{3}$ km　　C. $2\sqrt{2}$ km　　D. $(\sqrt{3}+1)$ km



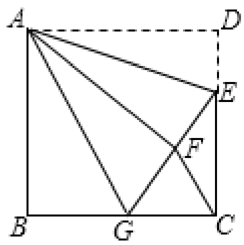
第 8 题图

9．方程 $x^2+1=\frac{2}{x}$ 的正数根的个数为（　　）．

A．0　　B．1　　C．2　　D．3

10．如图，正方形 ABCD 中，AB=6，点 E 在边 CD 上，且 CD=3DE．将△ADE 沿 AE 对折至△AFE，延长 EF 交边 BC 于点 G，连接 AG、CF．下列结论：①△ABG≌△AFG；②BG=GC；③AG∥CF；④ $S_{\Delta FGC}$ ．其中正确结论的个数是（　）

A．1　　B．2　　C．3　　D．4



第 10 题图

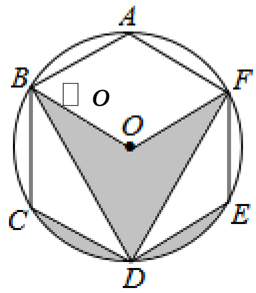
第二部分　非选择题（共 120 分）

二．填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分．）

11．若式子 $\frac{x^2-9}{\sqrt{2-x}}$ 的值为 0，则 x 的值是.

12．2015 年全国人口调查结果显示：2014 年末，中国大陆（包括 31 个省、自治区、直辖市和中国人民解放军现役军人），不包括香港、澳门特别行政区和台湾省以及海外华侨人数）60 周岁及以上人口为 21242 万人，占总人口的 15．5%，将数 21242 万用科学记数法表示为（结果精确到千万位）.

13．如图，正六边形 ABCDEF 内接于⊙O，若⊙O 的半径为 4，则阴影部分的面积等于.

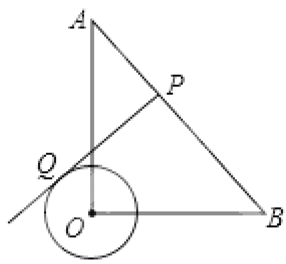


第 13 题图

14．某商店老板将一件商品先按进价的 50%提价，再打 8 折卖出，则卖出这件商品所所获利润 y 与该商品的进价 x 之间的函数关系是（请填写化简后的结果）.

15．圆 O 是△ABC 的外接圆，圆心角 $\angle BOC=64^\circ$，则圆周角 $\angle BAC$ 的度数是.

16．如图，在 Rt△AOB 中，OA=4，OB=3，圆 O 的半径为 1，点 P 是 AB 边上的动点，过点 P 作的一条切线 PQ(点 Q 为切点)，则线段 PQ 的最小值为.

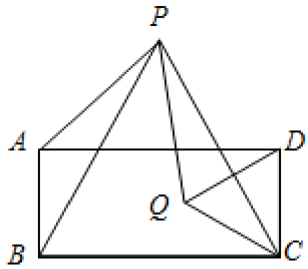


第 16 题图

三．解答题（本大题共 9 小题，满分 102 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17．（**本小题满分 8 分**）解方程 $\dfrac{3x^2-12}{x+2}=2x.$

18．（**本小题满分 8 分**）如图，四边形 *ABCD* 是矩形，$\triangle PBC$ 和$\triangle QCD$ 都是等边三角形，且点 *P* 在矩形上方，点 *Q* 在矩形内。求证：*PA*=*PQ*.



第 18 题图

19．（**本小题满分 10 分**）已知 $A=(\dfrac{x-1}{x}-\dfrac{x-2}{x+1})\div\dfrac{2x^2-x}{x^2+2x+1}$.

(1)化简 A;

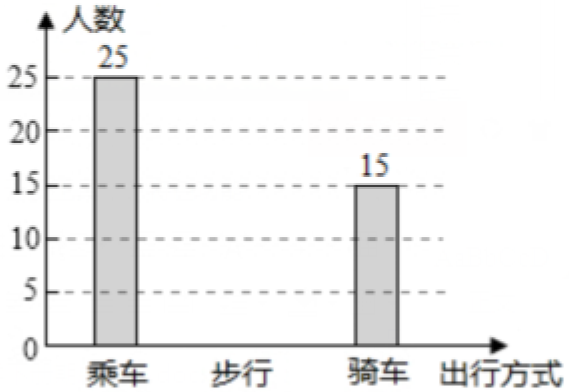
(2)当 x 满足不等式组 $\begin{cases}-\dfrac{2}{3}x<1\\ 2-x\geq 1\end{cases}$ ，且 x 为整数时，求 A 的值.

20．（**本小题满分 12 分**）学了统计知识后，小刚就本班同学上学"喜欢的出行方式"进行了一次调查。图（1）和图（2）是他根据采集的数据绘制的两幅不完整的统计图，请根据图中提供信息解答以下问题：

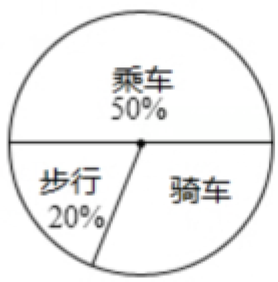
（1）补全条形统计图，并计算出"骑车"部分所对应的圆心角的度数；

（2）如果全年级共 600 名同学，请估算全年级步行上学的学生人数；

（3）若由 3 名"喜欢乘车"的学生，1 名"喜欢步行"的学生，1 名"喜欢骑车"的学生组队参加一项活动，欲从中选出 2 人担任组长（不分正副），列出所有可能的情况，并求出 2 人都是"喜欢乘车"的学生的概率．



图（1）



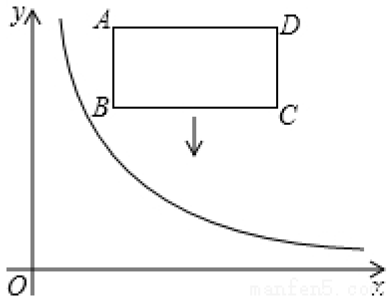
图（2）

第 20 题图

21．（**本小题满分 12 分**）如图，在平面直角坐标系中，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$（x>0）的图象和矩形 ABCD 的第一象限，AD 平行于 x 轴，且 AB=2，AD=4，点 A 的坐标为（2，6).

（1）直接写出 B、C、D 三点的坐标；

（2）若将矩形向下平移，矩形的两个顶点恰好同时落在反比例函数的图象上，猜想这是哪两个点，并求矩形的平移距离和反比例函数的解析式.

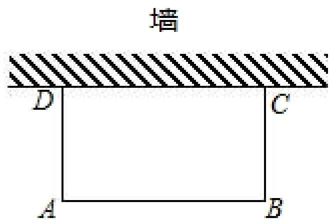


第 21 题图

22．（**本小题满分 12 分**）如图,利用一面墙(墙的长度不超过 34*m*)，用 80*m* 长的篱笆围一个矩形场地.

（1）怎样围才能使矩形场地的面积为 750m^2?

（2）怎样围才能使矩形场地面积最大？最大面积是多少？

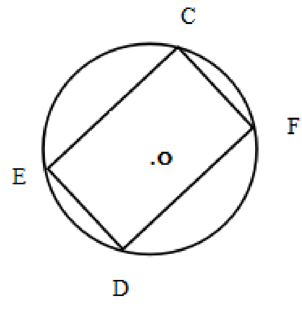


第 22 题图

23．（**本小题满分 12 分**）如图，⊙O 是矩形 CEDF 的外接圆.

(1)尺规作图：过点 D 作该圆的切线与 CE 的延长线相交于点 A，与 CF 的延长线相交于点 B．（不需要写出作法，但要保留作图痕迹）；

(2)求证：$\dfrac{BF}{AE}=\dfrac{BC^3}{AC^3}$.



第 23 题图

24．（**本小题满分 14 分**）如图 1，在菱形 ABCD 和菱形 BEFG 中，点 A、B、E 在同一条直线上，P 是线段 DF 的中点，连结 PG、PC，∠ABC=∠BEF=60°.

(1)探究 PG 与 PC 的位置关系及 $\dfrac{PG}{PC}$ 的值；

(2)将图 1 中的菱形 BEFG 绕点 B 顺时针旋转，使菱形 BEFG 的对角线 BF 恰好与菱形 ABCD 的边 AB 在同一条直线上，原问题中的其他条件不变（如图 2)。你在（1）中得到的两个结

论是否发生变化？写出你的猜想并加以证明；

(3)若图 1 中∠ABC=∠BEF=2α（0°<α<90°），将菱形 BEFG 绕点 B 顺时针旋转任意角度，原问题中的其他条件不变，请你直接写出 $\frac{PG}{PC}$ 的值（用含 α 的式子表示）。

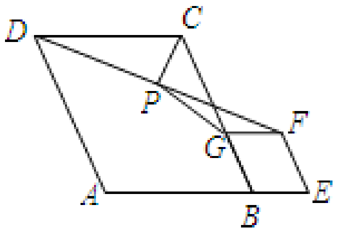


图 1

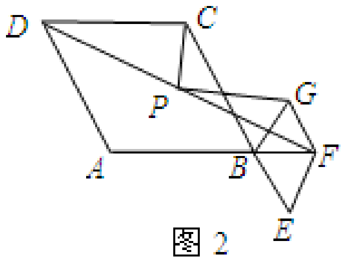


图 2

25．**(本小题满分 14 分)** 平面直角坐标系 xoy 中，抛物线 $y=ax^2-4ax+4a+c$ 与 x 轴交于点 A、B，与 y 轴的正半轴交于点 C，点 A 的坐标为（1,0），OB=OC，抛物线的顶点为 D.

(1)求此抛物线的解析式；

(2)若此抛物线的对称轴上点 P 满足∠APB=∠ACB，求点 P 的坐标；

(3)Q 为线段 BD 上一点，点 A 关于∠AQB 的平分线的对称点 A′，若 QA-QB=$\sqrt{2}$，求点 Q 的坐标和此时△QAA′的面积.

2016 年广州四中聚贤中考数学一模考试答案

一．选择题（每小题 3 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	B	C	D	C	C	*B*	*C*	B	C

二．填空题（每小题 3 分，共 18 分）

11．-3　　12． 2.1×10^8　　13． $\frac{16}{3}\pi$

14. $y = 0.2x$　　15. $32°$　　16. $\frac{\sqrt{119}}{5}$

三．解答题（共 9 大题，共 102 分）

17.解：　原方程可化为$3x^2 - 12 = 2x(x+2)$

去括号，移项得：$x^2 - 4x - 12 = 0$

整理得：$(x-6)(x+2) = 0$

解得：$x_1 = 6, x_2 = -2$（舍去）

18.证：∵四边形 $ABCD$ 是矩形，

∴ $\angle ABC = 90°, \angle DCB = 90°, AB = CD$

又∵ ΔPBC 和 ΔQCD 都是等边三角形

∴ $AB = CD = QC, \angle PBC = \angle BCP = \angle DCQ = 60°$

$\angle QCP = \angle BCP - \angle BCQ = 60° - 30° = 30°$

$\angle ABP = 60° - 30° = 30°$

在 ΔPAB 与 ΔPQC 中，

$$\begin{cases} AB = QC \\ \angle ABP = \angle QCP = 30° \\ PB = PC \end{cases}$$

∴ $\Delta PAB \cong \Delta PQC$

∴ $PA = PQ$

19. （1）解：

$$A = \frac{(x^2-1)-(x-2)}{x(x+1)} \times \frac{(x+1)^2}{x(2-x)} = \frac{x+1}{x^2}$$

（2）解：由不等式解得：$-\frac{3}{2} \prec x \le 1$

∵ x 为整数，

∴ $x = -1$（舍去），$x = 0$（舍去），$x = 1$

$A=\dfrac{2\times1-1}{1}=1$

20.（1）解： $1-20\%-50\%=30\%$

（2）解： $600\times20\%=120$ 人

（3）解：“A1”，“A2”，“A3”表 3 个“喜欢乘车”的学生，“B”表“喜欢步行”的学生，“C”表“喜欢骑车”的学生，

共有以下 10 种情况：

（A1，A2），（A1，A3），（A2，A3），（A1，B），（A1，C），

（A2，B），（A2，C），（A3，B），（A3，C），（B，C）

其中满足条件的有（A1，A2），（A1，A3），（A2，A3）3 种情况，

所以 P（2 个都是“喜欢乘车”）$=\dfrac{3}{10}$

21.解：（1）B（2，4），C（6，4），D（6，6）

（2）猜想：矩形 ABCD 向下平移时，A，C 两点刚好落在反比例函数图像上，设矩形向下移动的距离为 m,所以 A’（2，6-m）,C’(6,4-m)

代入 $y=\dfrac{k}{x}$，得 $\begin{cases} k=12-2m \\ k=24-6m \end{cases}$

解得：$m=3, k=6$

$\therefore y=\dfrac{6}{x}$

矩形 ABCD 向下平移了 3 个单位

22.（1）解：设 $AB=CD=x$，依题得：

$\dfrac{80-x}{2}\cdot x=750(0\prec x\leq 34)$

解得：$x_1=30, x_2=50$（舍去）

所以当 $AB=CD=30m, AD=BC=25m$ 时，矩形面积为 750 m^2

（2）解：设矩形面积为 Y，依题得：

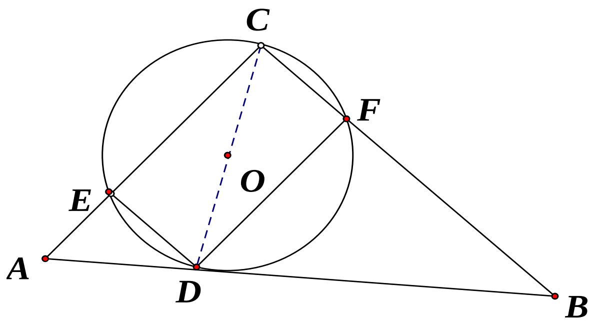
$$Y=\frac{80-x}{2}\cdot x=750(0\prec x\leq 34)$$

$$对称轴 x=-\frac{40}{2\times(-\frac{1}{2})}=40$$

$\therefore\ x=34$ 时，Y 最大，此时 $Y=\frac{80-34}{2}\times 34=782$

答：当 AB=CD=34 时，矩形面积最大，最大面积是 782 m^2

23.解：（1）如图所示



（2）连接 CD，$\angle CFD=90°$，

$\therefore$ CD 为⊙O 的直径，

又 AB 切⊙O 于 D，　$\therefore CD\perp AB$

在直角三角形 ABC 中，$\angle ACB=90°$,

$$AC^2=AD\cdot AB, BC^2=BD\cdot BA\therefore\frac{BD}{AD}=\frac{BC^2}{AC^2}①$$

$$又\because BD^2=BC\cdot BF, AD^2=AC\cdot AE\therefore\frac{BD^2}{AD^2}=\frac{BC\cdot BF}{AC\cdot AE}②$$

由①②得：$\frac{BC\cdot BF}{AC\cdot AE}=\frac{BC^4}{AC^4}\therefore\frac{BF}{AE}=\frac{BC^3}{AC^3}$　命题得证

24．解：（1）

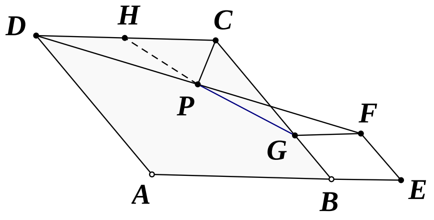


图 1

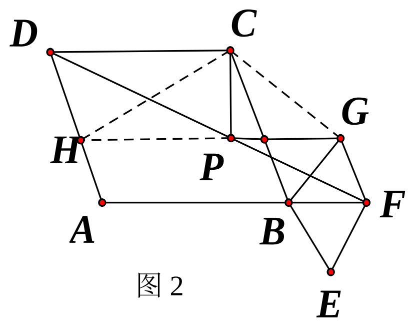


图 2

延长 GP，交 CD 于点 H，

∵四边形 ABCD 与四边形 BEFG 是菱形，

∴CD∥AB∥GF，

$\angle PDH = \angle PFG, \angle DHP = \angle PGF$

∵P 是线段 DF 的中点，

∴DP=PF，

在ΔDPH和ΔFGP中，

$\angle PDH = \angle PFG, \angle DHP = \angle PGF, DP = DF$

$\therefore\ \Delta DPH \cong \Delta FGP(AAS)$

∴PH=PG，DH=GF，

∵CD=BC，GF=GB=DH，

∴CH=CG，

∴$CP \perp HG, \angle ABC = 60°$

∴$\angle DCG = 120°, \angle PCG = 60°$

$\therefore\ PG : PC = \tan 60° = \sqrt{3}$

∴线段 PG 与 PC 的位置关系是$PG \perp PC, \dfrac{PG}{PC} = \sqrt{3}$

（2）猜想：（1）中的结论没有发生变化．

证明：如图（2），延长 GP 交 AD 于点 H，连接 CH，CG，

∵P 是线段 DF 的中点，

∴FP=DP，

∵AD∥GF，

∴ $\angle HDP = \angle GFP$，

∵ $\angle GPF = \angle HDP$

∴ $\Delta GFP \cong \Delta HDP(ASA)$

∴GP=HP，GF=HD，

∵四边形 ABCD 是菱形，

∴ $CD = CB, \angle HDC = \angle ABC = 60°$

∵ $\angle ABC = \angle BEF = 60°$,

菱形 BEFG 的对角线 BF 恰好与菱形 ABCD 的边 AB 在同一条直线上，

∴ $\angle GBF = 60°$,

∴ $\angle HDC = \angle GBF$

∵四边形 BEFG 是菱形，

∴GF=GB，

∴HD=GB，

∴ $\Delta HDC \cong \Delta GBC$

∴ $GH = CG, \angle HCD = \angle GCB$

∴ $PG \perp CG$（到线段两端点距离相等的点在线段的垂直平分线上）

∵ $\angle ABC = 60°$

∴ $\angle DCB = \angle HCD + \angle HCB = 120°$

∵ $\angle HCG = \angle HCB + \angle GCB$,

∴ $\angle HCG = 120°$,

∴ $\angle GCP = 60°$，

∴ $\dfrac{PG}{PC} = \tan\angle GCP = \tan 60° = \sqrt{3}$

（3）$\dfrac{PG}{PC} = \tan(90° - \alpha)$

25．解：（1）如图 1,

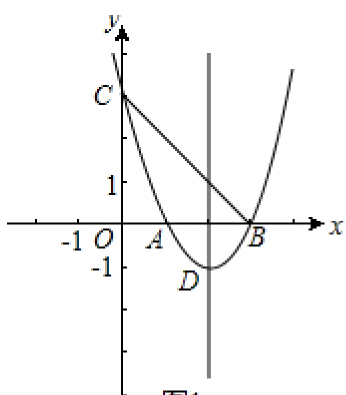


图1

对称轴 $x=-\frac{-4a}{2a}=2$

由于 A（1，0），所以 B（3，0）

由 OB=OC，所以 C（0，3）

把 A（1，0），C（0，3）代入 $y=ax^2-4ax+4a+c$

得：$a+c=0, 4a+c=0$

解得：$a=1, c=-1$

$\therefore y=x^2-4x+3$

（2）作△ABC 的外接圆⊙E，设抛物线的对称轴与 x 轴的交点为点 F，设⊙E 与抛物线的对称轴位于 x 轴上方的部分的交点为点 P1，点 P1 关于 x 轴的对称点为点 P2，点 P1，点 P2，均为所求的点，如图 2 所示：可知圆心 E 必在 AB 边的垂直平分线上即抛物线的对称轴直线 x=2 上，

$\because$ $\angle AP_1B, \angle ACB$ 都是 AB 所对的圆周角，

$\therefore \angle AP_1B=\angle ACB$ 且射线 FE 上的其它点 P 都不满足 $\angle APB=\angle ACB$，

由（1）可知 $\angle OBC=45°, AB=2, OF=2$

可得圆心 E 也在 BC 边的垂直平分线上即直线 y=x 上，

∴点 E 的坐标为：E（2，2），

由勾股定理可得出：$EA=\sqrt{5}$

$\therefore EP_1=EA=\sqrt{5}$

∴点 P1 的坐标为：$P_1(2, 2+\sqrt{5})$

由对称性得点 P2 的坐标为：$P_2(2, -2-\sqrt{5})$

∴符合题意的点 P 坐标为：$P_1(2, 2+\sqrt{5})$，$P_2(2, -2-\sqrt{5})$

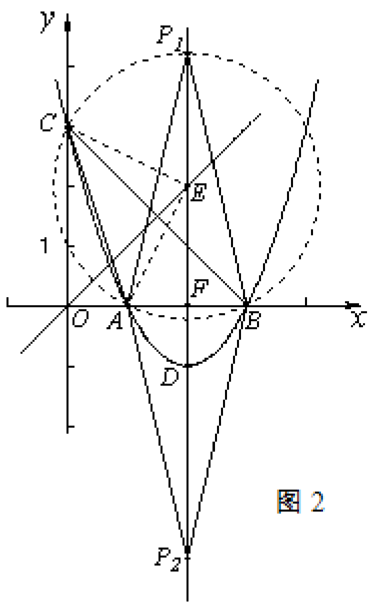


图 2

（3）∵点 B、D 的坐标分别为 B（3，0）、D（2，-1），

可得直线 BD 的解析式为 y=x-3，直线 BD 与 x 轴所夹的锐角为 45°.

∵点 A 关于∠AQB 的平分线的对称点为 A’，（如图 3）

若设 AA’与∠AQB 的平分线的交点为 M，

则有 QA=QA’，AM=A’M，AA’⊥QM，Q，B，A’三点在一条直线上.

$\because QA-QB=\sqrt{2},$

$\therefore BA'=QA'-QB=QA-QB=\sqrt{2}$

作 $A'N\perp x$ 轴于点 N.

∵点 Q 在线段 BD 上，Q，B，A’三点在一条直线上，

∴A’N=BA’sin45°=1,BN=BA’cos45°=1

∴点 A’的坐标为 A’（4，1）.

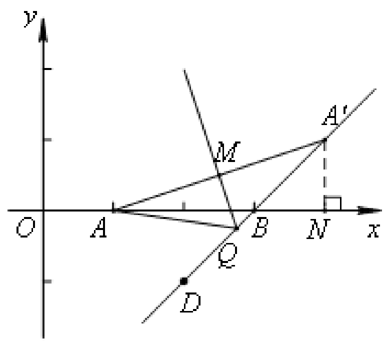
∵点 Q 在线段 BD 上，

∴设点 Q 的坐标为 Q（x，x-3），其中 2＜x＜3.

∵QA=QA’，

∴由两点间的距离公式得 $(x-1)^2+(x-3)^2=(x-4)^2+(x-3-1)^2$

解得 $x=\dfrac{11}{4}$



经检验，$x=\dfrac{11}{4}$ 在 2＜x＜3 的范围内.

∴点 Q 的坐标为 $Q(\dfrac{11}{4},-\dfrac{1}{4})$

此时 $S_{\Delta QAA'}=S_{\Delta A'AB}+S_{\Delta QAB}=\dfrac{1}{2}AB(|y_{A'}|+|y_Q|)=\dfrac{1}{2}\times2\times(1+\dfrac{1}{4})=\dfrac{5}{4}$