

## 2018 “数学花园探秘” 科普活动总决赛

### 小学四年级组一试

（时间：2018 年 2 月 3 日 9:00—10:00）

#### 一. 填空题（每小题 10 分，共 30 分）

1. 有五位智者聚会，他们的年龄刚好是一个等差数列，并且这 5 个年龄使用的数字恰好是 1~9 各 1 个。如果其中年龄最大的智者是 45 岁，那么，这五位智者的年龄之和是\_\_\_\_\_岁。

【答案】135

【作者】北京 胡浩

2. 一个多位数只由 1 或 2 组成。如果它的数字和是 2018，它的 5 倍的数字和是 10000，那么，这个自然数共有\_\_\_\_\_位。

【答案】2008

【作者】北京 赵晓峰

3. 下列 5 道判断题，这 5 道题的题干与它们的答案相关，请判断正误：

- (1) 第 2 题的答案是√； ( )  
(2) 第 4 题的答案是×； ( )  
(3) 有 2 道题的答案是√； ( )  
(4) 本题和上一题中至少有 1 个√； ( )  
(5) 第 2、3 题答案一致； ( )

如果这 5 道题的答案可以使得题干正确，互不矛盾，那么，请在上面的 5 个括号内写出这 5 道题的答案。

【答案】××√√×

【作者】北京 林牧

#### 二. 解答题（每题 15 分，共 30 分）

4. 箱子里有编号为 1~7 的卡片各两张，每次取出 3 张，如果这三张卡片的编号互不相同，就视为无效取法，不计取卡片次数，然后把它们放回去；如果取出的 3 张卡片有两张卡片的编号相同，则计为 1 次取卡片，并且这三张卡片都不再放回。当箱子里剩余的卡片不足三张时，就将卡片全部取出并不再放回（本次计为最后 1 次取卡片）。请问：

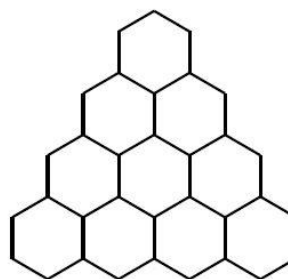
(1) 如果第 1 次取出卡片包含 1 和 2，第 2 次取出的卡片包含 2 和 3，第 3 次取出的卡片编号总和比第 4 次取出的卡片编号总和多 7，那么，第 5 次取出的卡片分别是哪几张？（5 分）

(2) 不计第 (1) 问的要求，总共有多少种取卡片的顺序？（取法不计无效取法，另外编号相同的卡片视为相同）（10 分）

【答案】(1) 5、6 (2) 45360

【作者】北京 饶海波

5. 如图所示，下图中共有 10 个正六边形，将其中的 5 个染成红色，另外 5 个染成黄色。我们把两个有公共边的正六边形所组成的图形称作“六边形对”；如果这两个正六边形的颜色不同，我们称它是“幸运六边形对”。



(1) 图中共有\_\_\_\_\_个不同的“六边形对”。(无需写过程，1 分)

(2) “幸运六边形对”最多有多少个？(7 分)

(3) “幸运六边形对”最少有多少个？(7 分)

**【答案】**18；12；6

**【作者】**北京 魏博宇

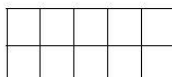
## 2018 “数学花园探秘” 科普活动总决赛

### 小学四年级组二试

（时间：2018 年 2 月 3 日 10:20—11:50）

#### 一. 填空题（每小题 10 分，共 30 分）

1. 在下面的每个小方格内都填入 1 或 2，要求：任意相邻两格，右面的不比左面的小，下面的不比上面的小，那么，不同的填法共有\_\_\_\_\_种.



【答案】21

【作者】北京 赵晓峰

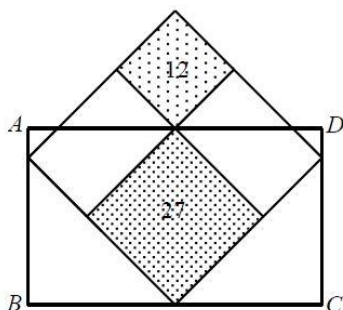
2. 在下面的算式中，所有汉字都代表 1~9 中的其中一个，相同的汉字代表相同的数字，不同的汉字代表不同的数字. 如果等号左边的所有汉字的奇偶性都相同，那么，“千古佳话好”所代表的五位数是\_\_\_\_\_.

$$\overline{\text{国好}} \times \overline{\text{家好}} + \overline{\text{山好}} \times \overline{\text{水好}} = \overline{\text{千古佳话}}$$

【答案】68421

【作者】武汉 付谦

3. 下图是一个左右对称的图形. 图中的两个阴影部分都是正方形，它们的面积分别是 12 和 27. 那么，长方形 ABCD 的面积是\_\_\_\_\_.

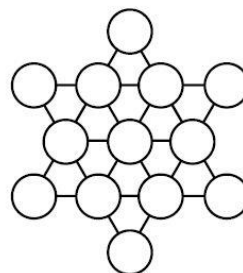


【答案】90

【作者】北京 赵晓峰

#### 二. 解答题（每题 15 分，共 30 分）

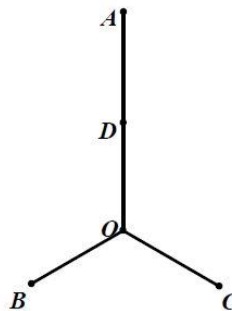
4. 如图，在每个圆圈内填入一个自然数（可以是 0，允许相同），使得图中 9 条直线上所填数的和都互不相同. 那么，所填的 13 个数的总和最小是多少？请给出你的证明和构造.



【答案】12

【作者】北京 陈平

5. 如图,  $OA$ 、 $OB$ 、 $OC$  是三段公路, 其中  $AD=OD=OB=OC$ . 每辆汽车都有自己固定的最高速度, 在每段公路上, 如果汽车的最高速度不超过该路段的限速, 汽车会按照最高速度行驶; 如果汽车最高速度超过该路段的限速, 汽车会按照该路段限速行驶.  $OA$  路段限速是每小时 100 千米,  $OB$  路段限速是每小时 60 千米,  $OC$  路段限速是每小时 80 千米. 有甲、乙、丙三辆最高速度不一定相同的汽车, 甲从  $A$ 、乙从  $B$ 、丙从  $C$  同时出发, 甲向  $O$  行驶, 乙、丙分别经过  $O$  向  $A$  行驶, 三车刚好同时在  $D$  点相遇; 相遇后甲车继续向  $O$  行驶, 乙车继续向  $A$  行驶, 到达  $A$  后立即掉头向  $O$  行驶, 丙车在  $D$  点立即掉头并经过  $O$  向  $B$  行驶, 结果当甲车到达  $O$  地时, 乙车刚好到达  $OD$  两地中点, 而丙车距  $B$  地还有 36 千米. 请问:
- (1) 三车在  $D$  点相遇之前, 哪辆或哪几辆车曾经按照路段限速行驶过? (5 分)
  - (2) 三辆车的最高速度分别是每小时多少千米? (7 分)
  - (3)  $OA$  段的距离是多少千米? (3 分)



**【答案】**(1) 乙 (2) 甲: 36 乙: 90 丙: 72 (3) 432 **【作者】**北京 孙佳俊

## 2018 “数学花园探秘” 科普活动总决赛

### 小学五年级组一试

（时间：2018 年 2 月 3 日 9:00—10:00）

#### 一. 填空题（每小题 10 分，共 30 分）

1. 算式  $20 \times 19 - 18 \times 17 + 16 \times 15 - \dots + 4 \times 3 - 2 \times 1$  的计算结果是\_\_\_\_\_.

【答案】210

【作者】命题组

2. 下面的算式中，相同的汉字代表相同的数字，不同的汉字代表不同的数字；那么“风雨”表示的两位数是\_\_\_\_\_.

$$\overline{\text{听风}} \times \overline{\text{雨}} \times \overline{\text{听风雨}} = \overline{\text{听风风雨雨}}$$

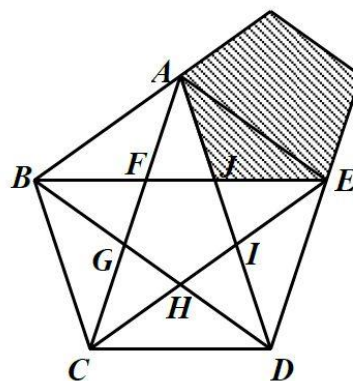
【答案】28

【作者】武汉 付谦

3. 如图，正五边形  $ABCDE$  与正五边形  $FGHIJ$  的面积和为 2520，那么图中阴影部分正五边形的面积是\_\_\_\_\_.

【答案】840

【作者】北京 林牧



#### 二. 解答题（每题 15 分，共 30 分）

4. 给定一个数表，每次允许从中选出一个  $2 \times 2$  或  $3 \times 3$  的表格，将表格中的所有数都加 1，称为一次操作.

1) 如果给出的是下图 1 的  $4 \times 4$  数表，能否经过若干次操作后，数表中的数全都相同？

2) 如果给出的是下图 2 的  $5 \times 5$  数表，能否经过若干次操作后，数表中的数全都相同？

如果能，请给出操作过程；如果不能，请说明理由.

2	2	1	1
2	1	0	0
1	0	1	1
1	0	1	1

图 1

2	2	1	1	1
2	1	0	0	0
1	1	0	1	1
0	0	0	1	2
1	1	2	2	2

图 2

【答案】1)能；2)不能.

【作者】北京 朱雍容



5.  $A$ 、 $B$  两地相距 600 千米，从  $A$  地起，路上每隔 100 米有一根电线杆，甲、乙两车同时于  $A$  地出发，前往  $B$  地；与此同时，丙车从  $B$  地出发，前往  $A$  地。甲、丙两车率先相遇，相遇处恰有一根电线杆。过了一会儿，当甲车抵达  $B$  地的时候，乙、丙两车恰好相遇。而后甲车立刻返回并提速为原速度的  $k$  倍（ $k$  为大于 1 的整数），当丙车抵达  $A$  地时，甲车与乙车恰好相遇，且相遇处正好有另一根电线杆。请问：甲、丙第一次相遇的时候距离  $A$  地多少千米？

【答案】312

【作者】北京 孙铭海

## 2018 “数学花园探秘” 科普活动总决赛

### 小学五年级组二试

（时间：2018 年 2 月 3 日 10:20—11:50）

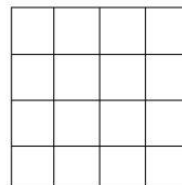
#### 一. 填空题（每小题 10 分，共 30 分）

1. 颜料的三原色是黄、品红、青，已知 1:1 混合调色时，青+品红=蓝，品红+黄=红，黄+青=绿，小龙绘制了一幅由红、绿、蓝三种颜色构成的图画，共耗费黄色颜料 20 克，品红颜料 18 克，青色颜料 23 克，已知图画中绿色面积比红色多 20 平方厘米，那么绘制的蓝色面积为\_\_\_\_\_平方厘米。

【答案】42

【作者】北京 李文龙

2. 给定如图  $4 \times 4$  的方格图，现将其中两个方格染成红色，另两个方格染成蓝色，如果要求颜色相同的方格相邻(即有边重合)，颜色不同的方格不相邻，那么有\_\_\_\_\_种染色方法。(方格图不可旋转或翻转)



【答案】252

【作者】浙江 余逸舟

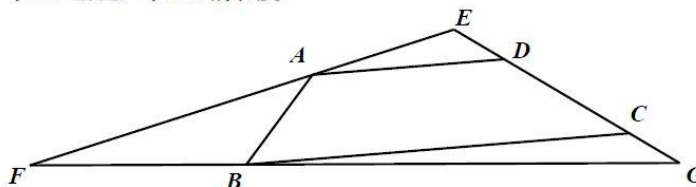
3. 有一堆互不相同的写有所有两位质数的卡片，共 21 张。甲乙两人从卡片堆里各取 3 张，两人都只知道自己卡片上的数而不知道对方卡片的数是多少，他们展开了如下对话：  
甲：我手中三个数的数字和能构成一个等差数列；  
乙：我手中有两个数的和是一个立方数，还有两个数的数字和相同；  
甲：那我知道你手中的三个数是多少了，我手中三个数的和比你手中三个数的和大；  
乙：那我也知道你手中的三个数是多少了。  
如果甲和乙说的都是对的，那么他们取的六个数之和是\_\_\_\_\_。

【答案】276

【作者】北京 陈景发

#### 二. 解答题（每题 15 分，共 30 分）

4. 右图中梯形  $ABCD$  的面积是 30，三角形  $EFG$  的面积是 54， $AF = 2AE$ ， $BC = 2AD$ ， $DE = CG = 2$ 。如果  $AB$  与  $CD$  垂直，求  $AB$  的长度。



【答案】4

【作者】北京 成俊锋

5. 桌上有一堆糖果共 100 颗，甲、乙两人玩取糖游戏：两人轮流取糖，甲先取，每人可以将糖果分成两堆（每堆不少于 1 颗）并取走较少的那堆（若两堆一样多，则任取一堆），若桌上糖果只剩 1 颗，轮到的人直接取走并获胜，游戏结束。游戏结束时获胜者所取得的所有糖果作为游戏奖品，失败者取得的所有糖果均被收回。

1) 谁有必胜策略？请说明你的必胜策略；

2) 在必胜情况下，奖品至少为多少颗糖果？请说明理由。

【答案】甲；11.                      【作者】武汉 付谦



## 2018 “数学花园探秘” 科普活动总决赛

### 小学六年级组一试

（时间：2018 年 2 月 3 日 9:00—10:00）

#### 一. 填空题（每小题 10 分，共 30 分）

1. 如图，在每个空格内填入 1~4 中的一个，使每行、每列以及每个由粗线所围成的区域中的四个数都不重复，且任意相邻两个空格所填数的和都是质数。那么四位数  $\overline{ABCD} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】2143

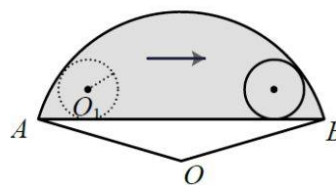
【作者】北京 陈平

A	B	C	D
		1	
		2	

2. 一个半径为 5 厘米的轮子放置在如图的阴影弓形中。它能沿着弓形的弦  $AB$  滚动，如果弓形的半径  $OA$ 、 $OB$  为 25 厘米， $AB$  长为 48 厘米。那么轮子在  $AB$  上滚动时能扫过区域的面积为  $\underline{\hspace{2cm}}$  平方厘米。（ $\pi$  取 3）

【答案】395

【作者】天津 李明



3. 下式中相同字母代表相同数字，不同的字母代表不同的数字，那么四位数  $\overline{abcd}$  是  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

$$(\overline{ab})^c \times \overline{acd} = \overline{abcacd}$$

【答案】3125

【作者】北京 洪思维

#### 二. 解答题（每题 15 分，共 30 分）

4. 老王王要把 100 座城池划分给自己的 7 个王子，7 个王子按照年龄从大到小分到的城池数量是递减的。

大王子：“虽然我分到的城池最多，但还是要比五弟、六弟、七弟的总和少。”

二王子：“还好我分到的城池数量比六弟、七弟的总和多。”

三王子：“真可惜，我分到的城池数量就比六弟、七弟的总和少。”

四王子：“我分到的城池数量是 5 的倍数。”

如果王子们都没有说谎，并且大王子分到的城池数量是个质数，请问：三王子分到了多少个城池？

【答案】16

【作者】北京 石健

5. 一个十位数的每个数字均是 1 或 2，任取其中相邻三位可以得到 8 个不同的三位数。这样的十位数共有多少个？请将其一一列举出来。

【答案】16

【作者】天津 李明

## 2018 “数学花园探秘” 科普活动总决赛

### 小学六年级组二试

（时间：2018 年 2 月 3 日 10:20—11:50）

#### 一. 填空题（每小题 10 分，共 30 分）

1. 某次数学竞赛，原计划只有六年级学生参加，参赛学生男、女人数之比为 15:8；现组委会决定增加五年级组，并且要求五年级组参赛的男、女生人数一样多，这样女生总数比男生总数少 28%；后来又决定六年级增加 18 名女生，这样参赛男生总数将比女生总数多  $\frac{1}{4}$ ，那么五年级计划共有\_\_\_\_\_人参加。

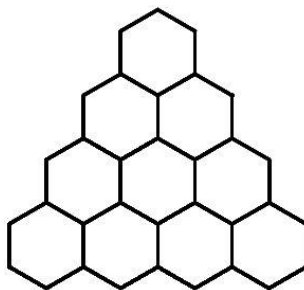
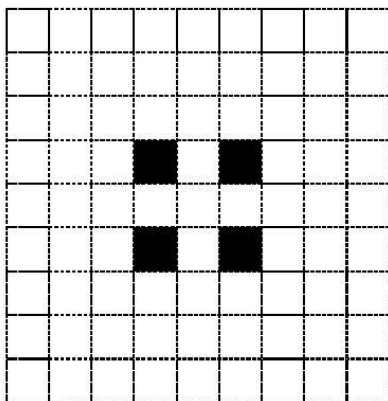
【答案】180

【作者】广州 黄达鹏

2. 用红色和黑色在下图的虚线网格中涂出一个  $5 \times 5$  的正方形，包括 18 个红色小正方形和 7 个黑色小正方形，其中 4 个黑色的方格已经涂好（如下左图所示）。如果要求所有黑色方格全都连成一片，所有红色方格也都连成一片。那么，一共有\_\_\_\_\_种不同的涂色方式。

【答案】30

【作者】北京 饶海波



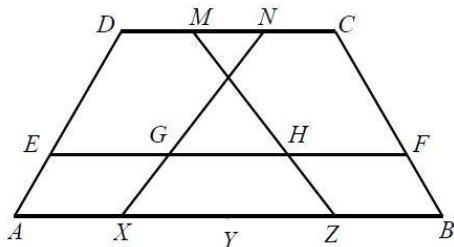
3. 如上右图，由 10 个边长为 1 厘米的正六边形拼成的图形，现在从其中某个交点开始不走重复路线，最多一共能走\_\_\_\_\_厘米。（点可以重复到达）

【答案】32

【作者】北京 成俊锋

## 二. 解答题（每题 15 分，共 30 分）

4. 如图在梯形  $ABCD$  中， $EF$  平行于梯形的上下底，已知  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  为  $AB$  的四等分点， $M$ 、 $N$  为  $CD$  的三等分点， $G$ 、 $H$  为  $EF$  的三等分点。如果  $AB$  长是  $CD$  的 2 倍，梯形  $ABFE$  和梯形  $EFCD$  的面积相差 20，请计算梯形  $ABCD$  的面积。



【答案】108

【作者】北京 成俊锋

5. 甲、乙两港相距整数千米，有一木筏从甲港出发向乙港顺水漂流；木筏出发  $a$  小时后，一艘客船从甲港出发，用  $b$  小时追上了木筏；客船出发的同时，一艘货船从乙港出发，只用  $c$  小时就与木筏迎面相遇。已知  $a > b > c$ ，且是两两互质的完全平方数；客、货两船在静水中的速度相同，且木筏被客船追上的地点和木筏与货船相遇的地点相距 24 千米。求甲、乙两港距离的最小值。

【答案】90

【作者】北京 陈平