

2014 年南沙区初中毕业班综合测试(一)

数 学

本试卷分选择题和非选择题两部分，共三大题 25 小题，满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必在答题卡第 1 面、第 3 面、第 5 面、第 7 面上用黑色字迹的钢笔或签字笔填写自己的考生号、姓名；填写考场试室号、座位号，再用 2B 铅笔把对应这两个号码的标号涂黑。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号；不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，涉及作图的题目，用 2B 铅笔画图。答案必须写在答题卡各题指定区域内的相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；改动的答案也不能超出指定的区域。不准使用铅笔、圆珠笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分 选择题（共30分）

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，满分30分。在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的。）

1. -5 的相反数为（※）

- A. -5 B. 5 C. $-\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

【答案】B

2. 如果某天中午的气温是 1°C ，到傍晚下降了 3°C ，那么傍晚的气温是（※）

- A. 4°C B. 2°C C. -2°C D. -3°C

【答案】C

3. 点 A(2, 3) 向左平移 3 个单位长度得到点 A'，则点 A' 的坐标为（※）

- A. (2, 0) B. (-1, 3) C. (-2, 3) D. (5, 3)

【答案】B

4. 某红外线的波长为 $0.000\ 000\ 94\text{m}$ ，用科学记数法表示这个数是 (※)

- A. $9.4 \times 10^{-7}\text{m}$ B. $9.4 \times 10^7\text{m}$ C. $9.4 \times 10^{-8}\text{m}$ D. $9.4 \times 10^8\text{m}$

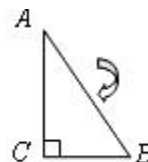
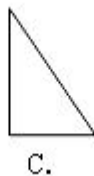
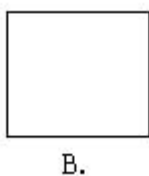
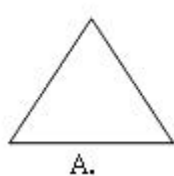
【答案】A

5. 下列运算正确的是 (※)

- A. $3^0 = 0$ B. $-|-3| = -3$ C. $3^{-1} = -3$ D. $\sqrt{9} = \pm 3$

【答案】B

6. 将如右图所示的 $Rt\triangle ABC$ 绕直角边 AC 旋转一周，所得几何体的俯视图是 (※)



【答案】D

7. 关于 x 的方程 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 的根的情况叙述正确的是 (※)

- A. 有两个相等的实数根 B. 有两个不相等的实数根
C. 没有实数根 D. 不能确定

【答案】B

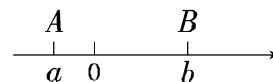
8. 已知一次函数 $y = kx - 3$ 且 y 随 x 的增大而增大，那么它的图像经过 (※)

- A. 第二、三、四象限 B. 第一、二、三象限
C. 第一、三、四象限 D. 第一、二、四象限

【答案】C

9. 如图，在数轴上点 A ， B 对应的实数分别为 a ， b ，则有 (※)

- A. $a + b > 0$ B. $a - b > 0$ C. $ab > 0$ D. $\frac{a}{b} > 0$



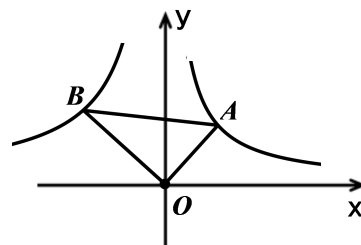
第9题

【答案】A

10. 如图，已知第一象限内的点 A 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上，第二象限内的点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，且 $OA \perp OB$ ， $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，则 k 的值为 (※)

比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，且 $OA \perp OB$ ， $\sin B = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，则 k 的值为 (※)

- A. -3 B. -6 C. $-\sqrt{3}$ D. $-2\sqrt{3}$



第 10 题

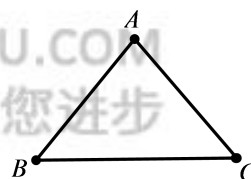
【答案】B

第二部分 非选择题 (共120分)

二、填空题 (本大题共6小题，每小题3分，满分18分.)

11. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， $\angle B=50^\circ$ ，则 $\angle A=$ *** 度.

【答案】80



第 11 题

12. 若二次根式 $\sqrt{x-2}$ 有意义，则 x 的取值范围为 ***.

【答案】 $x \geq 2$

13. 若方程 $x^2 - px - 2 = 0$ 的一个根为 2，则它的另一个根为 ***.

【答案】-1

14. 某春季田径运动会上，参加男子跳高的 15 名运动员的成绩如下表所示：

成绩 (m)	1.50	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80
人数	1	2	4	3	3	2

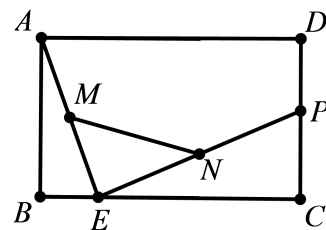
这些运动员跳高成绩的中位数是 *** m.

【答案】1.70

15. 一个扇形的圆心角为 60° ，半径为 2，则这个扇形的面积为 ***. (结果保留 π)

【答案】 $\frac{2}{3}\pi$

16. 如图, 矩形 ABCD 中, $AB=6$, $BC=8$, E 是 BC 边上的一点, P 是 CD 边上的一动点 (不与点 C、D 重合), M, N 分别是 AE、PE 的中点, 记 MN 的长度为 a , 在点 P 运动过程中, a 不断变化, 则 a 的取值范围是 ***.



第 16 题

【答案】 $4 < a < 5$

三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 102 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分 9 分)

解分式方程 $\frac{1}{x-3} = \frac{2}{x}$

【答案】 解: $2(x-3) = x$ 3 分

$$2x - 6 = x \text{ 6 分}$$

$$x = 6 \text{ 8 分}$$

经检验得 $x = 6$ 是原方程的解。 9 分

18. (本小题满分 9 分)

化简 $(a+b)^2 - a(a-b) - 3ab$

【答案】 解: 原式 $= a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + ab - 3ab$ 4 分

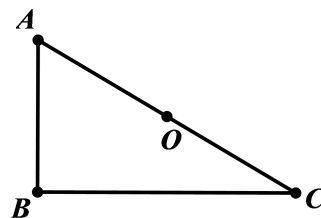
$$= (a^2 - a^2) + (2ab + ab - 3ab) + b^2 \text{ 6 分}$$

$$= b^2 \text{ 9 分}$$

19. (本小题满分 10 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, O 为 AC 的中点

- (1) 用直尺和圆规作出 $\triangle ABC$ 关于点 O 的中心对称图形 (保留作图痕迹, 不写作法);
- (2) 若点 B 关于点 O 中心对称的点为 D , 判断四边形 $ABCD$ 的形状并证明.



第 19 题

【答案】解: (1) 如图所示

注: 作得射线得 1 分, 弧 1 分

作出完整的中心对称图形得 4 分

- (2) 四边形 $ABCD$ 为矩形.....5 分

证明: $\because \triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, O 为 AC 的中点

$$\therefore AO=CO=BO \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$\because B$ 关于点 O 的对称点为 D

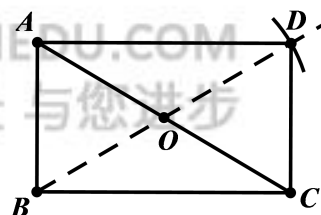
$$\therefore BO=DO \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\therefore AO=CO=BO=DO$$

$$\therefore AC=BD \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

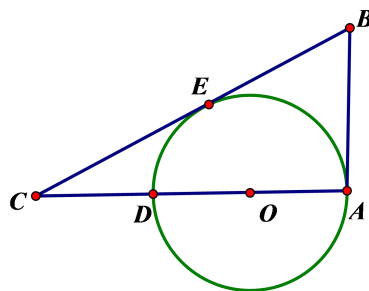
$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 是矩形} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

其他正确解法也给分



20. (本小题满分 10 分)

如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, 点 O 在 AC 上, $\odot O$ 切 BC 于点 E , A 在 $\odot O$ 上, 若 $AB=5$, $AC=12$, 求 $\odot O$ 的半径.



第 20 题

【答案】解: 连接 BO 、 EO , 设 $\odot O$ 半径为 x
在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 根据勾股定理, 有:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

$$\text{则: } S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABO} + S_{\triangle BCO}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AO + \frac{1}{2} BC \cdot EO \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\text{即} \therefore \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = \frac{1}{2} \times 5 \cdot x + \frac{1}{2} \times 13 \cdot x \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

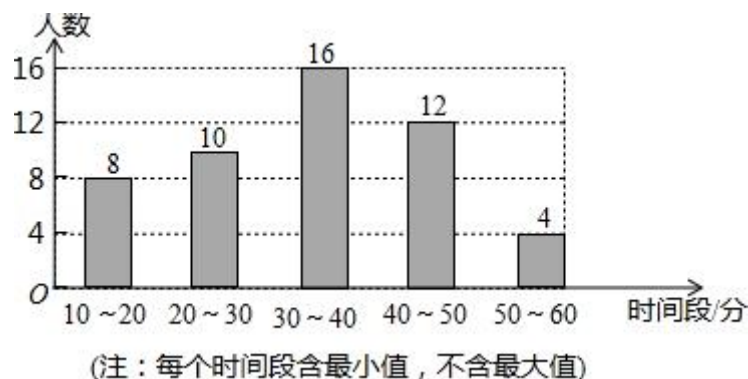
$$\text{解得 } x = \frac{10}{3}$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径长为 } \frac{10}{3} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

其他正确解法也给分

21. (本小题满分 12 分)

某校将举办“心怀感恩·孝敬父母”的活动，为此，校学生会就全校 1 000 名同学暑假期间每人平均每天做家务活的时间，随机抽取部分同学进行调查，并绘制成如下条形统计图.



(1) 求样本容量，并估计全校同学中在暑假期间平均每天做家务活的时间在 40 分钟以上(含 40 分钟)的人数；

(2) 校学生会拟在表现突出的甲、乙、丙、丁四名同学中，随机抽取两名同学向全校汇报. 请用树状图或列表法表示出所有可能的结果，并求恰好抽到甲、乙两名同学的概率.

【答案】解：(1) 样本容量为：8+10+16+12+4=50，……………2 分

$$1000 \times \frac{12+4}{50} = 320 \text{ 人；} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

(2) 列表如下：

	甲	乙	丙	丁
甲	—	甲、乙	甲、丙	甲、丁
乙	甲、乙	—	乙、丙	乙、丁
丙	甲、丙	乙、丙	—	丙、丁
丁	甲、丁	乙、丁	丙、丁	—

……………8 分

共有 12 种情况，恰好抽到甲、乙两名同学的是 2 种，

$$\text{所以 } P(\text{恰好抽到甲、乙两名同学}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

其他正确解法也给分

22. (本小题满分12分)

为了帮助贫困学生,姐妹两人各自编织28个中国结进行义卖,已知妹妹每天编的中国结的个数相同,且她编织一周(7天)不能完成,而姐姐编织不到一周就已完成,姐姐每天比妹妹多编2个.求:

(1) 姐姐和妹妹每天各编多少个中国结? (答案取整数)

(2) 若妹妹先工作2天,姐姐才开始工作,那么姐姐工作几天,两人所编中国结数量相同?

【答案】解: (1) 设妹妹每天编 x 个, 姐姐每天编 $(x+2)$ 个.1 分

$$\begin{cases} 7x < 28 \\ 7(x+2) > 28 \end{cases} \dots\dots\dots 4\text{分}$$

解得 $2 < x < 4$ 5分

因为 x 为整数, 所以 $x=3$, $x+2=5$

答: 姐姐每天编5个中国结, 妹妹每天编3个中国结.6分

(2) 设姐姐工作 y 天后两者相同, 则

$$3 \times (2+y) = 5y \dots\dots\dots 9\text{分}.$$

解得 $y = 3$ 11分

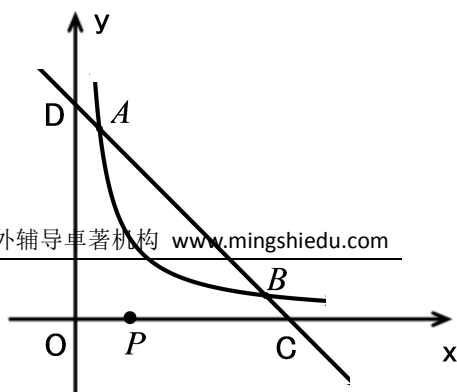
答: 姐姐工作3天, 两人所编中国结数量相同.....12分

23. (本小题满分 12 分)

如图, 已知直线 $y = 4 - x$ 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m > 0$, $x > 0$) 的图象交于 A、B 两点, 与 x 轴、 y 轴分别相交于 C、D 两点.

(1) 如果点 A 的横坐标为 1, 求 m 的值并利用函数图象求关于 x 的不等式 $4 - x < \frac{m}{x}$ 的解集;

(2) 是否存在以 AB 为直径的圆经过点 P (1, 0)? 若存在, 求出 m 的值; 若不存在, 请说明理由.



【答案】解：（1）将点 A 的横坐标 1 代入 $y = 4 - x$ ，得点 A 的纵坐标为 3， $\therefore A(1, 3)$. …

1 分

将 $A(1, 3)$ 代入 $y = \frac{m}{x}$ ，得 $m = 3$ ，……………2 分

\therefore 反比例函数解析式为 $y = \frac{3}{x}$.

联立 $\begin{cases} y = 4 - x \\ y = \frac{3}{x} \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$ ……………4 分

$\therefore B(3, 1)$.

\therefore 关于 x 的不等式 $4 - x < \frac{m}{x}$ 的解集，就是 $y = 4 - x$ 的图象在 $y = \frac{m}{x} (m > 0, x > 0)$ 的图象下方时 x 的取值范围，

\therefore 由函数图象知，关于 x 的不等式 $4 - x < \frac{m}{x}$ 的解集为 $0 < x < 1$ 或 $x > 3$. ……………6 分

（2）存在。……………7 分

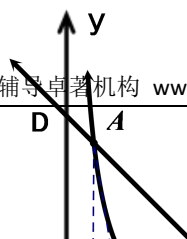
法一：由于点 A、B 都在直线 $y = 4 - x$ 上，设点 $A(a, 4 - a)$ ， $B(b, 4 - b)$

由 $\begin{cases} y = 4 - x \\ y = \frac{m}{x} \end{cases}$ 得 $4 - x = \frac{m}{x}$ ，即 $x^2 - 4x + m = 0$ ，由根与系数关系得到：

$a + b = 4$ ， $ab = m$ ……………8 分

过点 A、B 分别作 $AM \perp OC$ ， $BN \perp OC$ ，垂足分别为 M、N，

若以 AB 为直径的圆经过点 P，则 $AP \perp PB$ ，



由此可得 $\triangle AMP \sim \triangle PNB$

$$\therefore \frac{AM}{PN} = \frac{MP}{BN}$$

$$\text{即 } \frac{4-a}{b-1} = \frac{1-a}{4-b} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\therefore a+b-ab-1=16-4b-4a+ab$$

$$\text{化简得: } 3=2ab$$

$$\therefore ab = \frac{3}{2}$$

$$\text{即 } m = \frac{3}{2} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

法二：由于点 A、B 都在直线 $y = 4 - x$ 上，设点 A $(a, 4 - a)$, B $(b, 4 - b)$

$$\text{由 } \begin{cases} y = 4 - x \\ y = \frac{m}{x} \end{cases} \quad \text{得 } 4 - x = \frac{m}{x}, \text{ 即 } x^2 - 4x + m = 0, \text{ 由根与系数关系得到:}$$

$$a+b=4, \text{ 所以 } b=4-a$$

$$\text{则 } A(a, 4-a), \text{ 则 } B(4-a, a), \text{ AB 的中点 (即圆心) 为 } M(2, 2).$$

由勾股定理可求得:

$$AB = \sqrt{2(4-a-a)^2} = 2\sqrt{2}|a-2|, \quad PM = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5} \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

若以 AB 为直径的圆经过点 P $(1, 0)$, 则 $AB = 2PM$,

$$\text{即 } 2\sqrt{2}|a-2| = 2\sqrt{5}, \quad \text{解得 } a = 2 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}, \quad 4-a = 2 \mp \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

$$\therefore m = \left(2 \pm \frac{\sqrt{10}}{2}\right) \cdot \left(2 \mp \frac{\sqrt{10}}{2}\right) = 4 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2} \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

24. (本小题满分 14 分)

如图, $\triangle ABC$ 是以 BC 为底边的等腰三角形, 点 A、C 分别是一次函数 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 的图像与

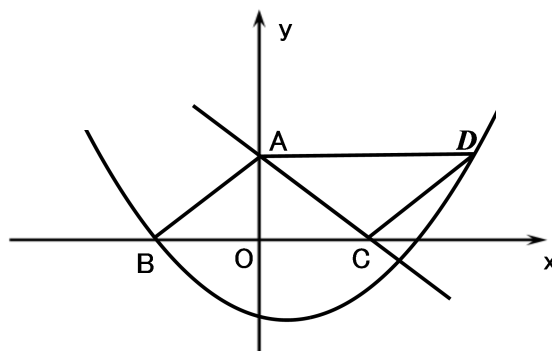
y 轴、 x 轴的交点，点 B 在二次函数 $y = \frac{1}{8}x^2 + bx + c$ 的图像上，且该二次函数图像上存在一点 D 使四边形 $ABCD$ 能构成平行四边形。

(1) 试求点 B 、 D 的坐标，并求出该二次函数的解析式；

(2) P 、 Q 分别是线段 AD 、 CA 上的动点，点 P 从 A 开始向 D 运动，同时点 Q 从 C 开始向 A 运动，它们运动的速度都是每秒 1 个单位，求：

①当 P 运动到何处时， $\triangle APQ$ 是直角三角形？

②当 P 运动到何处时，四边形 $PDCQ$ 的面积最小？此时四边形 $PDCQ$ 的面积是多少？



明师在线

MINGSHIEDU.COM
第 24 题
伴您成长 与您进步

【答案】解：(1) 由 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ ，得 $A(0, 3)$ ， $C(4, 0)$ 。

由于 B 、 C 关于 OA 对称，所以 $B(-4, 0)$ ，.....1 分

$BC=8$ 。

因为 $AD \parallel BC$ ， $AD=BC$ ，所以 $D(8, 3)$ 。.....2 分

将 $B(-4, 0)$ 、 $D(8, 3)$ 分别代入 $y = \frac{1}{8}x^2 + bx + c$ ，得 $\begin{cases} 2 - 4b + c = 0, \\ 8 + 8b + c = 3. \end{cases}$

解得 $b = -\frac{1}{4}$ ， $c = -3$ 。所以该二次函数的解析式为 $y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{4}x - 3$ 。.....4 分

(2) ①设点 P 、 Q 运动的时间为 t 。

如图 2，在 $\triangle APQ$ 中， $AP=t$ ， $AQ=AC-CQ=5-t$ ， $\cos \angle PAQ = \cos \angle ACO = \frac{4}{5}$ 。

当 $PQ \perp AC$ 时， $\frac{AQ}{AP} = \frac{4}{5}$ 。所以 $\frac{5-t}{t} = \frac{4}{5}$ 。解得 $t = \frac{25}{9}$ 。.....7 分

当 $QP \perp AD$ 时。这时 $\frac{AP}{AQ} = \frac{4}{5}$ ，所以 $\frac{t}{5-t} = \frac{4}{5}$ 。解得 $t = \frac{20}{9}$ 。.....9 分

即 $AP = \frac{25}{9}$ 或 $AP = \frac{20}{9}$ 时, $\triangle APQ$ 是直角三角形。.....10 分

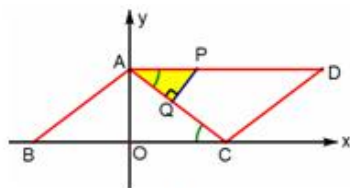
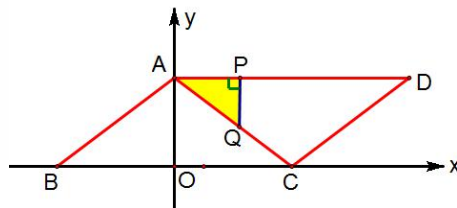


图 2



②如图 3, 过点 Q 作 $QH \perp AD$, 垂足为 H .

由于 $S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} AP \cdot QH = \frac{1}{2} AP \cdot AQ \sin \angle PAQ = \frac{1}{2} t(5-t) \times \frac{3}{5} = -\frac{3}{10} t^2 + \frac{3}{2} t$, ...11 分

$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AD \cdot OA = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$,12 分

所以 $S_{\text{四边形 } PDCQ} = S_{\triangle ACD} - S_{\triangle APQ} = 12 - (-\frac{3}{10} t^2 + \frac{3}{2} t) = \frac{3}{10} (t - \frac{5}{2})^2 + \frac{81}{8}$.

所以当 $t = \frac{5}{2}$, 即 $AP = \frac{5}{2}$ 时, 四边形 $PDCQ$ 的最小值是 $\frac{81}{8}$14 分

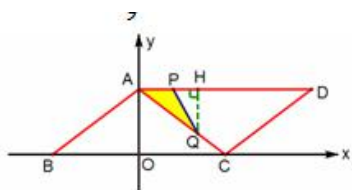


图 3



MINGSHIEDU.COM
伴您成长 与您进步

25 (本小题满分 14 分)

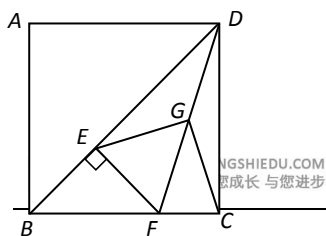
已知正方形 $ABCD$ 中, E 为对角线 BD 上一点, 过 E 点作 $EF \perp BD$ 交 BC 于 F , 连接 DF , G 为 DF 中点, 连接 EG , CG .

(1) 求证: $EG = CG$;

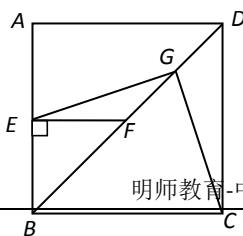
(2) 将图①中 $\triangle BEF$ 绕 B 点逆时针旋转 45° , 如图②所示, 取 DF 中点 G , 连接 EG , CG . 问

(1) 中的结论是否仍然成立? 若成立, 请给出证明; 若不成立, 请说明理由.

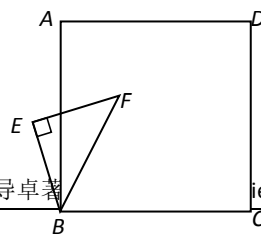
(3) 将图①中 $\triangle BEF$ 绕 B 点旋转任意角度, 如图③所示, 再连接相应的线段, 问 (1) 中的结论是否仍然成立? 通过观察你还能得出什么结论? (均不要求证明)



图①



图②



图③

【答案】解：（1）证明：在 $\text{Rt}\triangle FCD$ 中，

$\because G$ 为 DF 的中点，

$$\therefore CG = \frac{1}{2} FD. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

同理，在 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中， $EG = \frac{1}{2} FD. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

$$\therefore CG = EG. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

（2）：（1）中结论仍然成立，即 $EG = CG. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

证法一：连接 AG ，过 G 点作 $MN \perp AD$ 于 M ，与 EF 的延长线交于 N 点。 $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

在 $\triangle DAG$ 与 $\triangle DCG$ 中，

$$\because AD = CD, \angle ADG = \angle CDG, DG = DG,$$

$$\therefore \triangle DAG \cong \triangle DCG.$$

$$\therefore AG = CG. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

在 $\triangle DMG$ 与 $\triangle FNG$ 中，

$$\because \angle DGM = \angle FGN, FG = DG, \angle MDG = \angle NFG,$$

$$\therefore \triangle DMG \cong \triangle FNG.$$

$$\therefore MG = NG$$

在矩形 $AENM$ 中， $AM = EN. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

在 $\text{Rt}\triangle AMG$ 与 $\text{Rt}\triangle ENG$ 中，

$$\because AM = EN, MG = NG,$$

$$\therefore \triangle AMG \cong \triangle ENG.$$

$$\therefore AG = EG.$$

$$\therefore EG = CG. \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

证法二：延长 CG 至 M ，使 $MG = CG$ ，连接 MF ， ME ， EC ， $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

在 $\triangle DCG$ 与 $\triangle FMG$ 中，

$$\because FG = DG, \angle MGF = \angle CGD, MG = CG,$$

$$\therefore \triangle DCG \cong \triangle FMG.$$

