

2015 年越秀区 14 校联考初三一模数学科考试问卷

九年级数学问卷

本试卷共 5 页, 25 小题, 满分 150 分. 考试时间 120 分钟. 可以使用计算器, 用 2B 铅笔画图, 所有答案都要写在答卷上, 答在问卷上的答案无效.

一、选择题(本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 满分 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

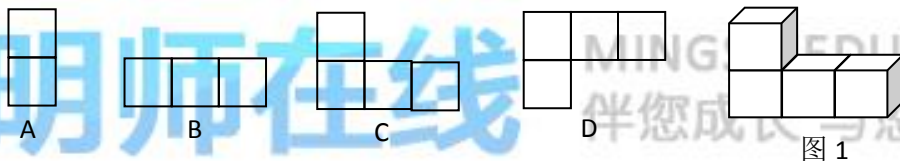
1. 实数 64 的立方根是 ().

- A. 4 B. ± 4 C. 8 D. ± 8

2. 地球绕太阳公转的速度约是 110000 千米/时, 将 110000 用科学记数法表示为 ().

- A. 11×10^4 B. 1.1×10^4 C. 1.1×10^5 D. 0.11×10^6

3. 用 4 个小立方块搭成如图 1 所示的几何体, 该几何体的俯视图是 ().



4. 若 $\angle \alpha$ 与 $\angle \beta$ 互为补角, 则下列式子成立的是 ().

- A. $\alpha - \beta = 90^\circ$ B. $\alpha + \beta = 90^\circ$ C. $\alpha - \beta = 180^\circ$ D. $\alpha + \beta = 180^\circ$

5. 下列运算正确的是 ().

- A. $x^8 \div x^2 = x^6$ B. $(x^3 y)^2 = x^5 y^2$ C. $-2(a-1) = -2a+1$ D. $(x+3)^2 = x^2 + 9$

6. 若代数式 $\frac{1}{\sqrt{x+2}}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 ().

- A. $x \geq -2$ B. $x > -2$ C. $x \leq -2$ D. $x < -2$

7. $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, 把它沿 AC 所在直线旋转一周, 则所得几何体的侧面积是 ().

- A. 12π B. 15π C. 20π D. 36π

8. 如图 2, $AB = AC$, $\angle A = 40^\circ$, AB 的垂直平分线 DE 交 AC 于点 E , 垂足为 D , 则 $\angle EBC$ 的度数是 ().

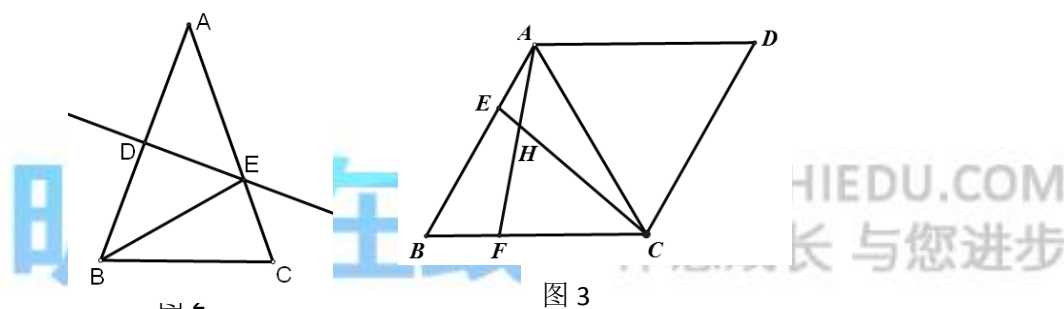
- A. 30° B. 40° C. 70° D. 80°

9. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + k = 0$ 没有实数根, 则一次函数 $y = (k-1)x + 3$ 的图象经过 ().

- A. 第二、三、四象限 B. 第一、二、三象限
C. 第一、三、四象限 D. 第一、二、四象限

10. 如图 3, 菱形 $ABCD$ 中, $AB = AC$, 点 E 、 F 分别为边 AB 、 BC 上的点, 且 $AE = BF$, 连接 CE 、 AF 交于点 H , 则下列结论: ① $\triangle ABF \cong \triangle CAE$; ② $\angle AHC = 120^\circ$; ③ $\triangle AEH \sim \triangle CEA$; ④ $AE \cdot AD = AH \cdot AF$; 其中结论正确的个数是 ().

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分.)

11. 分式方程 $\frac{x-2}{x} = 3$ 的解是_____.

12. 正六边形的外角和是_____.

13. 数轴上到原点的距离等于 4 的数是_____.

14. 若一组数据 3, 3, 4, x , 8 的平均数是 4, 则这组数据的中位数是_____.

15. 点 A 、 B 、 C 是半径为 10 的 $\odot O$ 上三点, $\angle BAC = 45^\circ$, 则圆心 O 到弦 BC 的距离是_____.

16. 有一数值转换器, 原理如图 4 所示, 若开始输入 x 的值是 14, 可发现第 1 次输出的结果是 7, 第 2 次输出的结果是 12, 依次继续下去, 则第 2015 次输出的结果是_____.

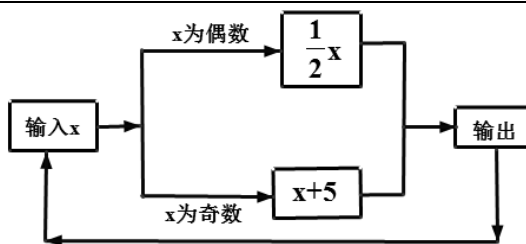


图 4

三、解答题(本大题共 9 小题，满分 102 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．)

17. (本小题满分 9 分)

解方程组：
$$\begin{cases} 3x + y = 3 \\ 4x - y = 11 \end{cases}$$

18. (本小题满分 9 分)

如图 5，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 交于点 O ， $\angle AOB = 60^\circ$ ， $AB = 3$ ，求 BD 的长．

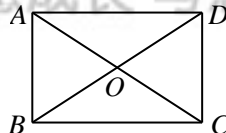


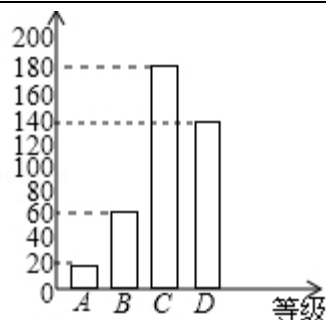
图 5

19. (本小题满分 10 分)

先化简，再求值： $\frac{5a-2b}{a^2-b^2} - \frac{3a}{a^2-b^2}$ ，其中 $a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ ， $b = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ ．

20. (本小题满分 10 分)

今年以来，我国持续大面积的雾霾天气让环保和健康问题成为焦点。为了调查学生对雾霾天气知识的了解程度，某数学兴趣小组在本校学生中做了一次抽样调查，调查结果共分为四个等级：A. 非常了解；B. 比较了解；C. 基本了解；D. 不了解。根据调查结果，绘制了如下的统计图，结合统计图，回答下列问题。



- (1) 本次抽样调查的样本容量是_____；
- (2) 若该校有学生 1500 人，请根据调查结果估计这些学生中“比较了解”雾霾天气知识的人数约为多少？
- (3) 根据调查结果，学校准备开展关于雾霾天气知识竞赛，某班要从“非常了解”的小明和小刚中选一人参加，现设计了如下游戏来确定，具体规则是：在一个不透明的袋中装有 2 个红球和 2 个白球，它们除了颜色外无其它差别，从中随机摸出两个球，若摸出的两个球颜色相同，则小明去；否则小刚去。请用树状图或列表法说明这个游戏规则是否公平。

21. (本小题满分 12 分)

中国移动公司现推出两种移动电话计费方式：方式一：免月租费，本地通话费每分钟 0.39 元；方式二：月租费 18 元，本地通话费每分钟 0.15 元。

- (1) 若某用户选择方式一，本地通话时间为 120 分钟，则他应支付话费多少元？
- (2) 本地通话时间在什么范围时，选择方式二更合算？

22. (本小题满分 12 分)

如图 6， $A(4,0)$ ， $B(1,3)$ ，以 OA 、 OB 为边作平行四边形 $OACB$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像经过点 C 。

- (1) 求 k 的值；
- (2) 根据图像，直接写出 $y < 3$ 时自变量 x 的取值范围；

(3) 将平行四边形 $OACB$ 向上平移几个单位长度，使点 B 落在反比例函数的图像上.

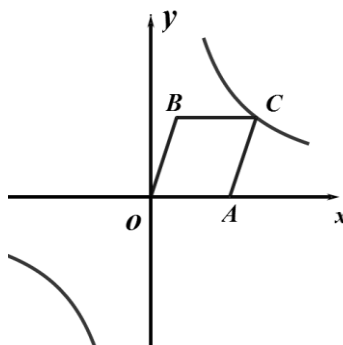


图 6

23. (本小题满分 12 分)

如图 7, $\triangle ABC$ 是直角三角形, $\angle ACB = 90^\circ$.

(1) 动手操作: 利用尺规作 $\angle ABC$ 的平分线, 交 AC 于点 O , 再以 O 为圆心, OC 的长为半径作 $\odot O$ (保留作图痕迹, 不写作法);

(2) 综合运用: 在你所作的图中,

① 判断 AB 与 $\odot O$ 的位置关系, 并证明你的结论;

② 若 $AC = 12$, $\tan \angle OBC = \frac{2}{3}$, 求 $\odot O$ 的半径.

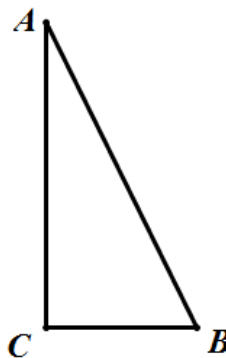


图 7

24. (本小题满分 14 分)

如图 8, 抛物线 $y = -x^2 - x + 6$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C .

(1) 求点 A 、 B 的坐标;

(2) 设点 P 是线段 AC 上一点, 且 $S_{\triangle ABP} : S_{\triangle BCP} = 1:3$, 求点 P 的坐标;

(3) 若直线 $y = \frac{1}{2}x + a$ 与抛物线交于 M 、 N 两点，当 $\angle MON$ 为锐角时，求 a 的取值范围.

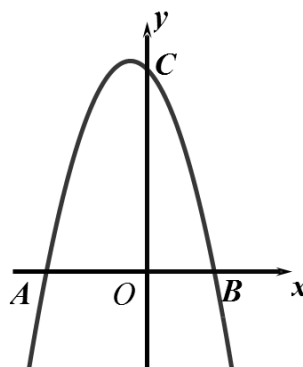


图 8

25. (本小题满分 14 分)

如图 9，现有一张边长为 4 的正方形纸片 $ABCD$ ，点 P 为正方形 AD 边上的一点（不与点 A 、点 D 重合），将正方形纸片折叠，使点 B 落在 P 处，点 C 落在 G 处， PG 交 DC 于 H ，折痕为 EF ，连接 BP 、 BH 。

(1) 求证： $\angle APB = \angle BPH$ ；

(2) 当点 P 在边 AD 上移动时，求证： $DPDH$ 的周长是定值；

(3) 当 $BE + CF$ 的长取最小值时，求 AP 的长。

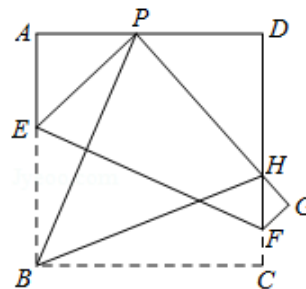


图 9

2015 年越秀区 14 校联考初三一模数学科考试答案

九年级数学答案与评分标准

一、选择题（本大题共有 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	A	C	B	D	A	B	C	A	B	D

二、填空题（本大题共有 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分）

11. $x = -1$ 12. 360° 13. ± 4 （只写对一个给 2 分）

14. 3 15. $5\sqrt{2}$ 16. 8

三、解答题（本大题共 9 小题，满分 102 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. 解： $\begin{cases} 3x + y = 3 \text{ ①} \\ 4x - y = 11 \text{ ②} \end{cases}$ MINGSHIEDU.COM
伴您成长 与您进步

由①+②，得 $7x = 14$ 3 分

$\therefore x = 2$ 4 分

把 $x = 2$ 代入①，得 $y = -3$8 分

\therefore 原方程组的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases}$ 9 分

18. 解： \because 四边形 $ABCD$ 是矩形

$\therefore AO = BO$ 3 分

又 $\because \angle AOB = 60^\circ$,

$\therefore \triangle AOB$ 为等边三角形5 分

$\therefore BO = AB = 3$ 7 分

$\therefore BD = 2BO = 6$ 9 分

备注：本题解法很多，请参照本解法按步骤给分。

19. 解: $\frac{5a-2b}{a^2-b^2} - \frac{3a}{a^2-b^2}$
 $= \frac{2a-2b}{a^2-b^2} \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

$= \frac{2(a-b)}{(a+b)(a-b)} \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

$= \frac{2}{a+b} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

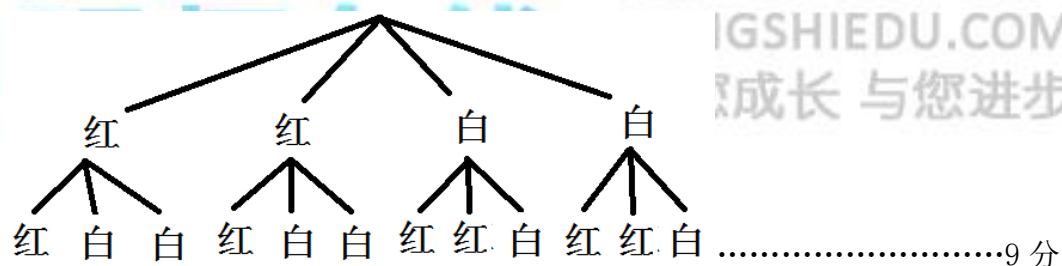
当 $a = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $b = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ 时,

原式 $= \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

20. 解: (1) 400 $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

(2) $\frac{60}{400} \times 1500 = 225 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

(3)



$P(\text{颜色相同}) = \frac{1}{3}$, $P(\text{颜色不同}) = \frac{2}{3}$

\therefore 游戏规则不公平 $\dots\dots\dots 10 \text{ 分}$

21. 解: (1) $120 \times 0.39 = 46.8$ (元) $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

答: 他应支付话费 46.8 元。

(2) 设本地通话时间是 x 分钟 $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

$0.39x > 18 + 0.15x \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$

$x > 75 \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$

答: 本地通话时间大于 75 分钟, 选择方式二更合算。 $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

22. 解: (1) $\because A(4,0), B(1,3)$

$\therefore C(5,3)$ 2 分

把 $C(5,3)$ 代入 $y = \frac{k}{x}$, 得 $k = 15$ 4 分

(2) $x > 5$ 或 $x < 0$ 8 分

(3) 把 $x = 1$ 代入 $y = \frac{15}{x}$, 得 $y = 15$ 10 分

\therefore 向上平移 $15 - 3 = 12$ 个单位,12 分

23. 解: (1) 如图, $\square O$ 为所求3 分

(2) AB 与 $\square O$ 相切, 理由如下4 分

过点 O 作 $OD \perp AB$, 垂足为 D ,

$\because \angle ACB = 90^\circ$, BO 是 $\angle ABC$ 的平分线 $\therefore OC = OD$ 5 分

即 OD 是 $\square O$ 的半径, AB 经过 $\square O$ 的半径 OD 的外端 D , 并且垂直于半径 OD ,

$\therefore AB$ 与 $\square O$ 相切。6 分

(3) 在 $Rt\triangle OBC$ 中, $\tan \angle OBC = \frac{2}{3}$,

$\therefore \frac{OC}{BC} = \frac{2}{3}$,7 分

又 $\because \angle ADO = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = \angle A$,

$\therefore Rt\triangle ADO \sim Rt\triangle ACB$,8 分

$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{OD}{BC} = \frac{OC}{BC} = \frac{2}{3}$,

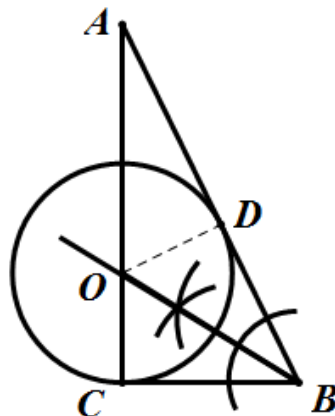
$\therefore \frac{AD}{12} = \frac{2}{3}$,

$\therefore AD = 8$,9 分

在 $Rt\triangle ADO$ 中, 设 $OD = x$,

$\therefore x^2 + 8^2 = (12 - x)^2$,10 分

解得 $x = \frac{10}{3}$, $\therefore \square O$ 的半径是 $\frac{10}{3}$ 12 分



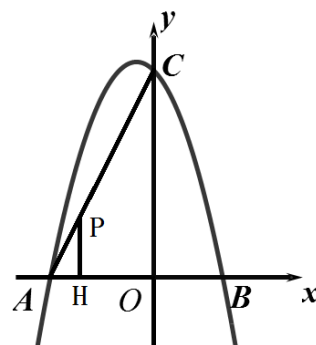
24. (1) 解: 令 $y=0$, 即 $-x^2-x+6=0$, 解得 $x_1=-3$, $x_2=2$ 2 分

$\therefore A(-3,0)$, $B(2,0)$ 3 分

(2) 解: 令 $x=0$, 得 $y=6$, 即 $OC=6$

由于 $\triangle ABP$ 和 $\triangle BCP$ 的高相等, 所以面积比等于底边之比,

即 $\frac{S_{\triangle ABP}}{S_{\triangle BCP}} = \frac{AP}{PC} = \frac{1}{3}$,4 分



过 P 作 $PH \perp x$ 轴, 垂足为 H $\therefore \frac{AP}{AC} = \frac{1}{4}$

$\because PH \parallel CO \therefore \frac{PH}{CO} = \frac{AH}{AO} = \frac{AP}{AC} = \frac{1}{4}$ 5 分

$\therefore PH = \frac{3}{2}$, $AH = \frac{3}{4} \therefore HO = \frac{9}{4}$ 6 分

$\therefore P(-\frac{9}{4}, \frac{3}{2})$ 7 分

备注: 本题也可以求出直线 AC 的解析式为 $y=2x+6$, 从而求点 P 的坐标。

(3) 解: 方法 1: 设直线 $y = \frac{1}{2}x + a$ 与抛物线 $y = -x^2 - x + 6$ 交于 $M(x_1, y_1)$ 、 $N(x_2, y_2)$ 两点 (M 在 N 的左侧),

由 $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + a \\ y = -x^2 - x + 6 \end{cases}$, 得 $x^2 + \frac{3}{2}x + a - 6 = 0$ 8 分

$\therefore x_1 + x_2 = -\frac{3}{2}$, $x_1 \cdot x_2 = a - 6$ 9 分

又 $y_1 = \frac{1}{2}x_1 + a$, $y_2 = \frac{1}{2}x_2 + a$

$\therefore y_1 \cdot y_2 = (\frac{1}{2}x_1 + a)(\frac{1}{2}x_2 + a)$

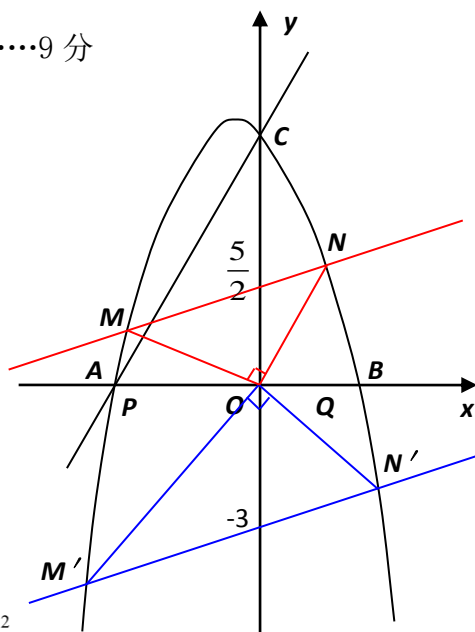
$= \frac{1}{4}x_1 \cdot x_2 + \frac{1}{2}(x_1 + x_2)a + a^2$

$= \frac{a-6}{4} - \frac{3}{4}a + a^2$ 10 分

当 $\angle MON = 90^\circ$ 时,

$\therefore OM^2 + ON^2 = MN^2$

$\therefore x_1^2 + y_1^2 + x_2^2 + y_2^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$



$$\therefore x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 0 \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\therefore a - 6 + \frac{a-6}{4} - \frac{3}{4}a + a^2 = 0 \quad \text{即 } a^2 + \frac{1}{2}a - \frac{15}{2} = 0$$

$$\therefore a = -3 \text{ 或 } a = \frac{5}{2} \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

若抛物线与直线只有一个公共点，即方程 $x^2 + \frac{3}{2}x + a - 6 = 0$ 有两个相等的实数根，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = 0, \text{ 解得: } a = \frac{105}{16} \quad \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

把直线 $y = \frac{1}{2}x - 3$ 向下平移， $\angle MON$ 是锐角，此时 $a < -3$

把直线 $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ 向上平移， $\angle MON$ 也是锐角，此时 $\frac{5}{2} < a < \frac{105}{16} \quad \dots\dots\dots 14 \text{ 分}$

方法 2: 设直线 $y = \frac{1}{2}x + a$ 与抛物线 $y = -x^2 - x + 6$ 交于 $M(x_1, y_1)$ 、 $N(x_2, y_2)$ 两点

(M 在 x 轴上侧)，如图，过 M 作

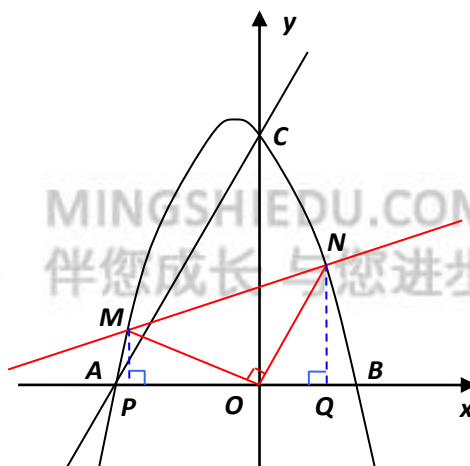
$MP \perp x$ 于 P ，过 N 作 $NQ \perp x$ 于 Q

可证明 $\triangle MPO \sim \triangle OQN$

$$\therefore \frac{MP}{OQ} = \frac{PO}{QN} \quad \text{即 } \frac{y_1}{x_2} = \frac{-x_1}{y_2}$$

$$\therefore -x_1 x_2 = y_1 y_2 \quad \text{即 } x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 0$$

(以下过程同解法一)



25. (1) 解: 如图 1, $\because PE = BE$,

$$\therefore \angle EBP = \angle EPB. \quad \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

又 $\because \angle EPH = \angle EBC = 90^\circ$,

$$\therefore \angle EPH - \angle EPB = \angle EBC - \angle EBP.$$

$$\text{即 } \angle PBC = \angle BPH. \quad \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

又 $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle APB = \angle PBC.$$

$$\therefore \angle APB = \angle BPH. \quad \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

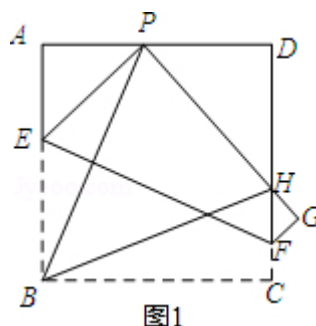


图1

(2) 证明: 如图 2, 过 B 作 $BQ \perp PH$, 垂足为 Q.

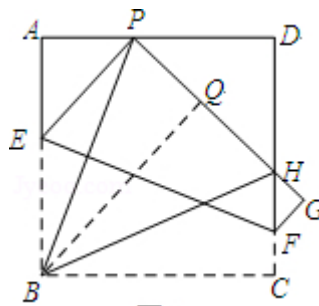


图2

由 (1) 知 $\angle APB = \angle BPH$,

又 $\because \angle A = \angle BQP = 90^\circ$, $BP = BP$,

$\therefore \triangle ABP \cong \triangle QBP$4 分

$\therefore AP = QP$, $AB = BQ$.

又 $\because AB = BC$,

$\therefore BC = BQ$5 分

又 $\because \angle C = \angle BQH = 90^\circ$, $BH = BH$,

$\therefore \triangle BCH \cong \triangle BQH$.

$\therefore CH = QH$6 分

$\therefore \triangle PHD$ 的周长为: $PD + DH + PH = AP + PD + DH + HC = AD + CD = 8$.

$\therefore \triangle PDH$ 的周长是定值7 分

(3) 解: 如图 3, 过 F 作 $FM \perp AB$, 垂足为 M, 则 $FM = BC = AB$.

又 $\because EF$ 为折痕,

$\therefore EF \perp BP$.

$\therefore \angle EFM + \angle MEF = \angle ABP + \angle BEF = 90^\circ$,

$\therefore \angle EFM = \angle ABP$.

又 $\because \angle A = \angle EMF = 90^\circ$,

$\therefore \triangle EFM \cong \triangle BPA$8 分

$\therefore EM = AP$9 分

设 $AP = x$

在 $Rt\triangle APE$ 中, $(4 - BE)^2 + x^2 = BE^2$.

解得, $BE = 2 + \frac{x^2}{8}$11 分

$\therefore CF = BE - EM = 2 + \frac{x^2}{8} - x$12 分

$\therefore BE + CF = \frac{1}{4}x^2 - x + 4 = \frac{1}{4}(x - 2)^2 + 3$13 分

当 $x = 2$ 时, $BE + CF$ 取最小值

$\therefore AP = 2$ 14 分

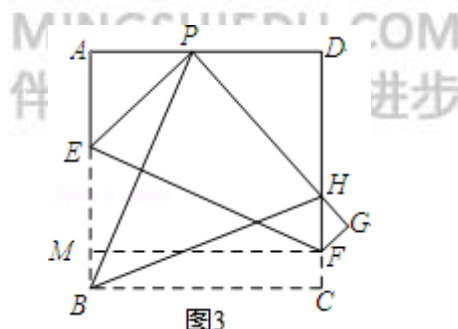


图3