2013 学年模拟检测题

九年级　数学问卷

本试卷分选择题和非选择题两部分，共三大题 25 小题，共 6 页，满分 150 分,考试时间 120 分钟．可以使用规定型号的计算器。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用黑色字迹的钢笔或签字笔填写好自己的学校、班级、姓名、试室号、座位号、准考证号，再用2B铅笔把准考证号对应的号码标号涂黑．
2. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号；不能答在试卷上．
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，涉及作图的题目，用2B铅笔画图．答案必须写在答题卡各题目指定区域内的相应位置上；如需要改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；改动的答案也不能超出指定的区域．不准使用铅笔、圆珠笔和涂改液．不按以上要求作答的答案无效．
4. 考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

第一部分　选择题(共 30 分)

一、选择题(本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1．4 的平方根为（　　）．

A．2　　B．±2　　C．4　　D．±4

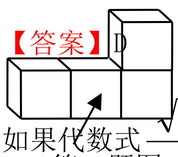
【答案】B

2．对于样本数据 1，2，3，2，2，以下判断：①平均数为 5；②中位数为 2；③众数为 2；④极差为 2．正确的有（　　）．

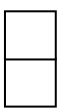
A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【答案】C

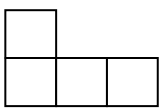
3. 如图所示的几何体的主视图是（　　）．



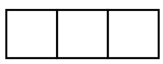
第 3 题图



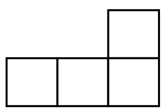
A.



B.



C.



D.

【答案】D

4．如果代数式 $\frac{\sqrt{x}}{x-1}$ 有意义，那么 x 的取值范围是（　　）．

A．$x\geqslant 0$　　B．$x\neq 1$　　C．$x>0$　　D．$x\geqslant 0$ 且 $x\neq 1$

【答案】D

5. 已知一个圆锥的底面半径为 3cm，母线长为 10cm，则这个圆锥的侧面积为（　　）.

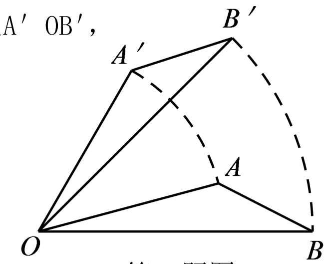
A. $30\pi \text{cm}^2$　　B. $50\pi \text{cm}^2$　　C. $60\pi \text{cm}^2$　　D. $3\sqrt{91}\ \pi \text{cm}^2$

【答案】A

6．如图，将△AOB 绕点 O 按逆时针方向旋转 45° 后得到△A′OB′，若∠AOB=15°，则∠AOB′的度数是（　　）.

A. 25°　　B. 30°

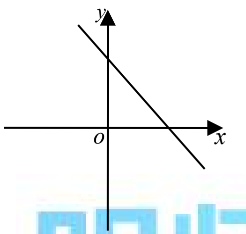
C. 35°　　D. 40°



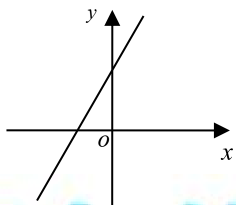
第 6 题图

【答案】B

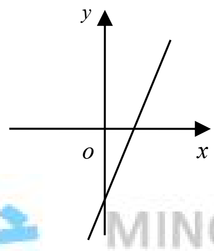
7．一次函数 $y = 2x - 3$ 的大致图像为（　　）.



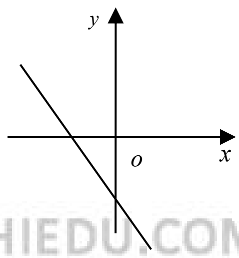
A.



B.



C.

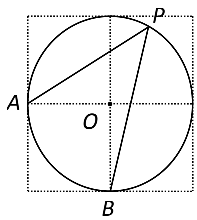


D.

【答案】C

8．如图，四个边长为 1 的小正方形拼成一个大正方形，A、B、O 是小正方形顶点，⊙O 的半径为 1，P 是⊙O 上的点，且位于右上方的小正方形内，则∠APB 等于（　　）.

A. 30°　　B. 45°　　C. 60°　　D. 90°



第 8 题图

【答案】B

9．关于 x 的二次函数 $y = -(x-1)^2 + 2$，下列说法正确的是（　　）.

A. 图象的开口向上　　B. 图象与 y 轴的交点坐标为（0，2）

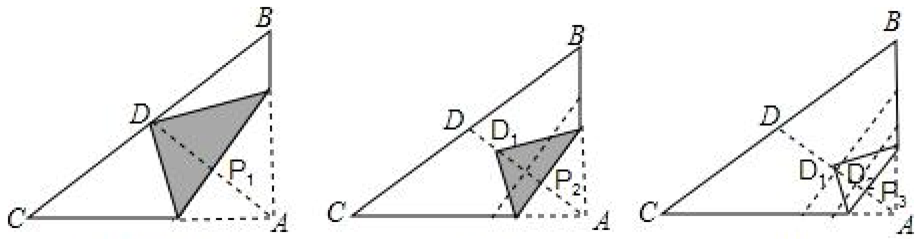
C. 当 $x > 1$ 时，y 随 x 的增大而减小　　D. 图象的顶点坐标是（-1,2）

【答案】C

10．如图，直角三角形纸片 ABC 中，AB=3，AC=4，D 为斜边 BC 中点，第 1 次将纸片折叠，使点 A 与点 D 重合，折痕与 AD 交与点 P_1；设 P_1D 的中点为 D_1，第 2 次将纸片折叠，使点 A 与点 D_1 重合，折痕与 AD 交于点 P_2；设 P_2D_1 的中点为 D_2，第 3 次将纸片折叠，使点 A 与点 D_2

重合，折痕与 AD 交于点 P_3；…；如此类推，则 AP_6 的长为（　　）.

A. $\dfrac{5\times3^5}{2^{12}}$　　B. $\dfrac{3^6}{5\times2^9}$　　C. $\dfrac{5\times3^6}{2^{14}}$　　D. $\dfrac{3^7}{5\times2^{11}}$



第1次折叠　　第2次折叠　　第3次折叠

第 10 题图

【答案】A

第二部分　非选择题(共 120 分)

二、填空题(本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分)

11．点 A（0, 3）向右平移 2 个单位长度后所得的点 A' 的坐标为_______.

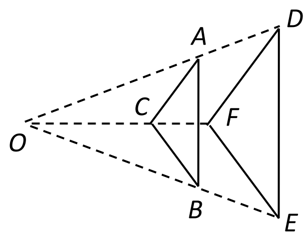
【答案】(2,3)

12．已知空气的单位体积质量为 0.00124 克/厘米^3，将 0.00124 用科学记数法表示为_________.

【答案】1.24×10^{-3}

13.如图，△ABC 与△DEF 是位似图形，相似比为 2∶3，已知 AB＝4，则 DE 的长为______.

【答案】6



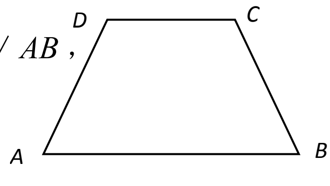
第 13 题图

14．化简：$\dfrac{a^2}{a+1}-\dfrac{1}{a+1}=$______.

【答案】$a-1$

15．如图，防水堤坝的轴截面是等腰梯形 $ABCD$，$DA=CB$，$DC\parallel AB$，$DA=5$，$DC=4$，$AB=9$，则斜坡 DA 的坡角为_______度.

【答案】60



第 15 题图

16．已知α，β是关于 x 的一元二次方程 $x^2+(2m+3)x+m^2=0$ 的两个不相等的实数根，且

满足$\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}=-1$，则 m 的值是______.

【答案】3 **（说明：此题写出“3 或-1”作为答案，给 2 分）**

三、解答题(本大题共 9 小题，满分 102 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.（本小题满分 9 分）

解方程：$\frac{2}{x-3}=\frac{3}{x}$.

【答案】

解：方程两边同乘以 $x(x-3)$，得 $2x=3(x-3)$ ………………4 分

解得 $x=9$. ………………8 分

检验：当 $x=9$ 时，$x(x-3)\neq 0$

所以 $x=9$ 是原方程的解． ………………9 分

18.（本小题满分 9 分）

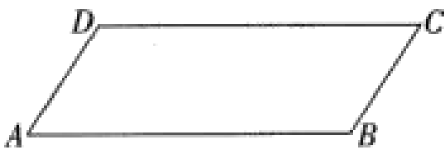
如图，已知▱$ABCD$.

（1）作图：延长 BC，并在 BC 的延长线上截取线段 CE，使得 $CE=BC$

（用尺规作图法，保留作图痕迹，不要求写作法）；

（2）在（1）的条件下，连结 AE，交 CD 于点 F，

求证：$\triangle AFD \cong \triangle EFC$.



第 18 题图

【答案】

解：（1）如图所示，线段 CE 为所求； ………………3 分

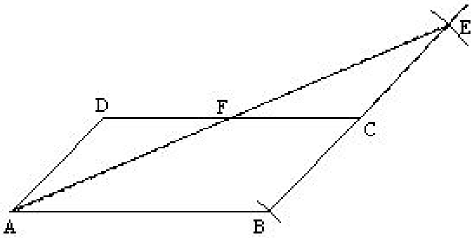
（2）证明：在▱$ABCD$ 中，$AD\parallel BC$，$AD=BC$.

$\therefore \angle DAF=\angle CEF$ ………………5 分

$\because CE=BC$，$\therefore AD=CE$， ………………7 分

又$\because \angle DFA=\angle CFE$， ………………8 分

$\therefore \triangle AFD \cong \triangle EFC$. ………………9 分



（说明：第（2）小题的解法较多，只要过程合理，同样给满分）

19.（本小题满分 10 分）

已知 $a-b=1$ 且 $ab=2$，求代数式 $a^3b-2a^2b^2+ab^3$ 的值.

【答案】

解法一：$\because a-b=1$ 且 $ab=2$

$\therefore a^3b-2a^2b^2+ab^3=ab(a^2-2ab+b^2)$ ………………3 分

$=ab(a-b)^2$ ………………6 分

$=2\times1^2$ ………………8 分

$=2$ ………………10 分

解法二：由 $a-b=1$ 且 $ab=2$

解得 $\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=-1\\b=-2\end{cases}$ ………………4 分

当 $\begin{cases}a=2\\b=1\end{cases}$ 时，$a^3b-2a^2b^2+ab^3=2$； ………………7 分

当 $\begin{cases}a=-1\\b=-2\end{cases}$ 时，$a^3b-2a^2b^2+ab^3=2$ ………………10 分

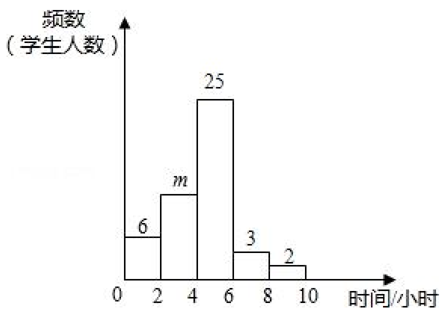
（说明：解法二只算出一种情况共给 5 分）

20.（本小题满分 10 分）

小强对自己所在班级的 48 名学生平均每周参加课外活动的时间进行了调查，由调查结果绘制了频数分布直方图，根据图中信息回答下列问题：

（1）求 m 的值；

（2）从参加课外活动时间在 6～10 小时的 5 名学生中随



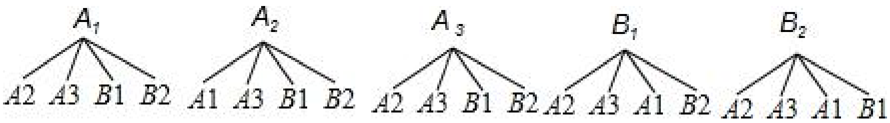
第 20 题图

机选取 2 人，请你用列表或画树状图的方法，求其中至少有 1 人课外活动时间在 8～10 小时的概率．

【答案】

解：（1）m=48－6－25－3－2=12；　　　　　　　　…………………3 分

（2）记 6～8 小时的 3 名学生为 A_1、A_2、A_3，8～10 小时的两名学生为 B_1、B_2，



…8 分

（说明：列表法的评分标准与画树状图法一样）

P（至少 1 人时间在 8～10 小时）$=\dfrac{14}{20}=\dfrac{7}{10}$.　　　…………………10 分

21.（本小题满分 12 分）

为支持失学儿童，某中学计划用“义捐义卖”活动中筹集的部分资金用于购买 A,B 两种型号的学习用品共 1000 件，已知 A 型学习用品的单价为 20 元，B 型学习用品的单价为 30 元.

（1）若购买这批学习用品用了 26000 元，则购买 A,B 两种学习用品各多少件？

（2）若购买这批学习用品的钱不超过 28000 元，则最多能购买 B 型学习用品多少件？

【答案】

解：（1）**解法一：**

设购买 A 型学习用品 x 件，则 B 型学习用品为 $(1000-x)$.

根据题意，得 $20x+30(1000-x)=26000$　　　………3 分

解方程，得 x=400　　　………5 分

则 $1000-x=1000-400=600$

答：购买 A 型学习用品 400 件，购买 B 型学习用品 600 件．………6 分

解法二：

设购买 A 型学习用品 x 件， B 型学习用品 y 件．

根据题意，得 $\begin{cases} x+y=1000 \\ 20x+30y=26000 \end{cases}$　　　………3 分

解方程组，得 $\begin{cases} x=400 \\ y=600 \end{cases}$　　　………5 分

答：购买 A 型学习用品 400 件，购买 B 型学习用品 600 件．………6 分

（2）设最多购买 B 型学习用品 z 件，则购买 A 型学习用品为 $(1000-z)$ 件.

根据题意，得 $20(1000-z)+30z \le 28000$ ………9 分

解不等式，得 $z \le 800$ ………11 分

答：最多购买 B 型学习用品 800 件. ………12 分

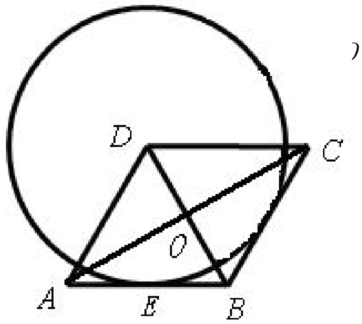
22.（本小题满分 12 分）

如图，在菱形 $ABCD$ 中，$AB=2\sqrt{3}$，$\angle BAD=60°$，AC 交 B ……)

与边 AB 相切于点 E.

（1）求 AC 的长；

（2）求证：⊙D 与边 BC 也相切.



第 22 题图

【答案】

解：（1）∵四边形 ABCD 是菱形，$\angle BAD=60°$

∴$\angle BAO=30°$，$\angle AOB=90°$，$AC=2AO$ ………3 分

$\therefore AO = AB \cdot \cos\angle BAO = 2\sqrt{3} \times \cos 30° = 3$ ………5 分

∴$AC=6$. ………6 分

（说明：第（1）小题的解法较多，只要过程合理、答案正确，同样给满分）

（2）证明： 连接 DE，过点 D 作 $DF \perp BC$，垂足为点 F ………7 分

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，∴BD 平分 $\angle ABC$ ………9 分

∵⊙D 与边 AB 相切于点 E，∴$DE \perp AB$

∵$DF \perp BC$

∴$DF=DE$ ………11 分

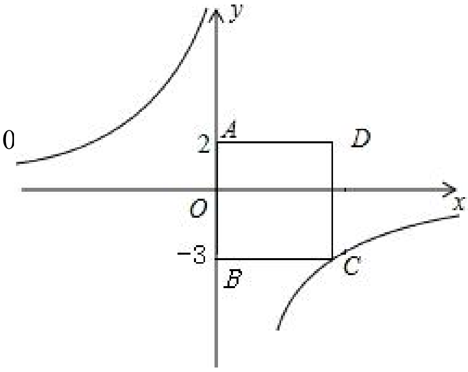
∴⊙D 与边 BC 也相切. ………12 分

23.（本小题满分 12 分）

如图，四边形 $ABCD$ 为正方形．点 A 的坐标为（0，2），点 B 的坐标为（0，－3），反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}\ (k \ne 0)$ 的图象经过点 C.

（1）求反比例函数的解析式；

（2）若点 P 是反比例函数图象上的一点，△PAD 的面积恰好等于正方形 $ABCD$ 的面积，求点 P 的坐标．



第 23 题图

【答案】

解：（1）∵点 A 的坐标为（0，2），点 B 的坐标为（0

∴AB=5，

∵四边形 $ABCD$ 为正方形，

∴点 C 的坐标为（5，－3）．

∵反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象经过点 C，

∴$-3=\dfrac{k}{5}$，解得 k=－15，

∴反比例函数的解析式为 $y=-\dfrac{15}{x}$；　　　　………………4 分

（2）设点 P 到 AD 的距离为 h．

∵△PAD 的面积恰好等于正方形 $ABCD$ 的面积，

∴$\dfrac{1}{2}\times5\times h=5^2$，

解得 h=10．　　　　………………6 分

① 当点 P 在第二象限时，$y_P=h+2=12$　　　　………………7 分

此时，$x_P=\dfrac{-15}{12}=-\dfrac{5}{4}$　　∴点 P 的坐标为（$-\dfrac{5}{4}$，12）　　………………9 分

②当点 P 在第四象限时，$y_P=-(h-2)=-8$　　　　………………10 分

此时，$x_P=\dfrac{-15}{-8}=\dfrac{15}{8}$　　∴点 P 的坐标为（$\dfrac{15}{8}$，－8）　　………………12 分

综上所述，点 P 的坐标为（$-\dfrac{5}{4}$，12）或（$\dfrac{15}{8}$，－8）．

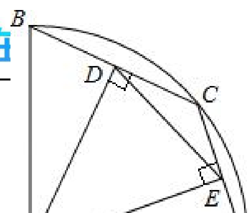
24．（本小题满分 14 分）

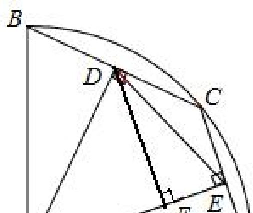
如图 1，在半径为 2 的扇形 AOB 中，∠AOB=90°，点 C 是 $\overset{\frown}{AB}$ 的一个动点（不与点 A、B 重合）$OD\perp BC$，$OE\perp AC$，垂足分别为点 D、点 E．

（1）当 BC=1 时，求线段 OD 的长；

（2）在点 C 的运动过程中，△DOE 中是否存在长度保持不变的边或度数保持不变的角？如果存在，请指出并求其长度或度数（只求一种即可）；如果不存在，请说明理由；

（3）作 $DF\perp OE$ 于点 F（如图 2），当 DF^2+EF 取得最大值时，求 sin∠BOD 的值．





【答案】

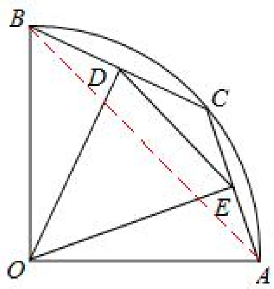
解：（1）∵点 O 是圆心，$OD\perp BC$，$BC=1$，

∴$BD=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{1}{2}$。　………1 分

又∵$OB=2$，

∴ $OD=\sqrt{OB^2-BD^2}=\sqrt{2^2-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{15}}{2}$。………3 分

（2）**解法一：**



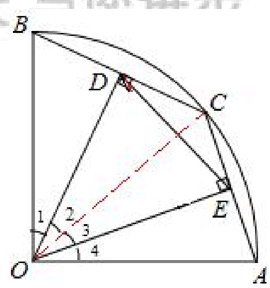
存在，DE 的长度是不变的。　　………4 分

如图，连结 AB，则 $AB=\sqrt{OB^2+OA^2}=2\sqrt{2}$。……5 分

∵点 D、点 E 分别是 BC、AC 的中点，

∴$DE=\dfrac{1}{2}AB=\sqrt{2}$。………7 分

解法二：



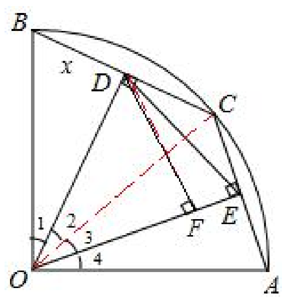
存在，$\angle DOE$ 的度数是不变的。　　………4 分

如图，连结 OC，可得$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$，　…5 分

∵$\angle AOB=90^0$

∴$\angle 2+\angle 3=45°$即$\angle DOE=45°$，……7 分

（3）**解法一：**



如图，设 $BD=x$，则 $OD^2=4-x^2$

由（2）解法二，可知$\angle DOE=45°$，

∴$\triangle DOF$ 是等腰直角三角形，　　　……8 分

$\therefore DF=\dfrac{OD}{\sqrt{2}}$　　$\therefore DF^2=\dfrac{OD^2}{2}=2-\dfrac{1}{2}x^2$………9 分

在 $Rt\triangle DFE$ 中，由（2）解法一，可知 $DE=\sqrt{2}$

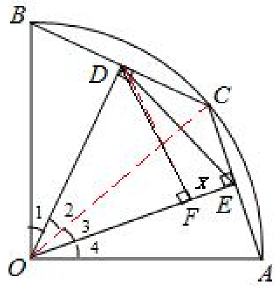
$$EF=\sqrt{DE^2-DF^2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2-(2-\frac{1}{2}x^2)}=\frac{\sqrt{2}}{2}x$$　　………10 分

∴$DF^2+EF=-\frac{1}{2}x^2+\frac{\sqrt{2}}{2}x+2$ ………11 分

∴当 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$，即 $BD=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时，DF^2+EF 取得最大值， ………12 分

此时，$\sin\angle BOD=\frac{BD}{OB}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$。 ………………14 分

解法二：



如图，设 $EF=x$，由（2）解法一，可知 $DE=\sqrt{2}$

在 Rt△DFE 中，

$DF^2=DE^2-EF^2=2-x^2$ ………9 分

∴$DF^2+EF=-x^2+x+2$ ………10 分

∴当 $x=\frac{1}{2}$，即 $EF=\frac{1}{2}$ 时，DF^2+EF 取得最大值， ………11 分

此时，$DF=\frac{\sqrt{7}}{2}$

由（2）解法二，可知∠DOE=45°，

∴△DOF 是等腰直角三角形，

∴$OD=\frac{\sqrt{14}}{2}$

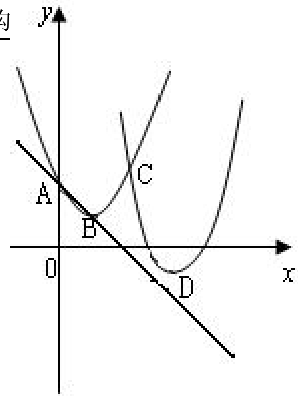
在 Rt△BOD 中，$BD=\sqrt{OB^2-OD^2}=\sqrt{2^2-(\frac{\sqrt{14}}{2})^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ………13 分

∴$\sin\angle BOD=\frac{BD}{OB}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{2}=\frac{\sqrt{2}}{4}$。 ………14 分

25.（本小题满分 14 分）

如图，已知直线 l：$y=-x+2$ 与 y 轴交于点 A，抛物线 $y=(x-1)^2+k$ 经过点 A，其顶点为 B，另一抛物线 $y=(x-h)^2+2-h$（$h>1$）的顶点为 D，两抛物线相交于点 C，

（1）求点 B 的坐标，并判断点 D 是否在直线 l 上，请说明理由；



第 25 题图

（2）设交点 C 的横坐标为 m.

①请探究 m 关于 h 的函数关系式；

②连结 AC、CD，若 $\angle ACD=90°$，求 m 的值.

【答案】

解：（1）由题意可知 *A*（0，2），又因为抛物线 $y=(x-1)^2+k$ 经过点 *A*，

所以有 $2=(0-1)^2+k$，解得 $k=1$，　　　　………………1 分

所以抛物线解析式为 $y=(x-1)^2+1$，

从而得出点 *B* 的坐标为（1，1）；　　　　………………2 分

因为点 *D* 是抛物线 $y=(x-h)^2+2-h$（*h*>1）的顶点，

所以点 *D* 的坐标为（*h*，2－*h*），　　　　………………3 分

将（*h*，2－*h*）代入 $y=-x+2$ 中，左右两边相等，所以点 *D* 在直线 *l* 上．…4 分

（2）①交点 *C* 的纵坐标可以表示为：$(m-1)^2+1$ 或 $(m-h)^2+2-h$

由题意知：$(m-1)^2+1=(m-h)^2+2-h$，　　　　………………6 分

整理得：$h^2-(1+2m)h+2m=0$，

解得，$h=2m$ 或 $h=1$，

∵*h*>1

$\therefore m=\dfrac{h}{2}$.　　　　………………8 分

②过点 *C* 作 *CM*⊥*y* 轴，垂足为点 *M*，过点 *D* 作 *DE*⊥*y* 轴，垂足为点 *E*，过点 *C* 作 *CN*⊥*DE*，垂足为点 *N*，则四边形 *CMEN* 是矩形，　　　　………………9 分

∴∠*MCN*=90°，

又∵∠*ACD*=90°

∴∠*MCA*=∠*DCN*

∴△*ACM*∽△*DCN*　　　　………………10 分

$\therefore \dfrac{CM}{CN}=\dfrac{AM}{DN}$

由题意可知 *CM*=*m*，*AM*=m^2-2m，*CN*=m^2-2m+h，*DN*=$h-m$

从而有 $\dfrac{m}{m^2-2m+h}=\dfrac{m^2-2m}{h-m}$，　　　　………………11 分

由①得 $h=2m$，

∴整理，得 $m^2-2m-1=0$ ………………12 分

解得，$m=1\pm\sqrt{2}$，

又∵点 C 在第一象限内，

∴ $m=1+\sqrt{2}$． ………………14 分

（说明：第②小问的解法较多，只要过程合理、答案正确，同样给满分）