

## 2015年中考备考综合测试（一）

### 数 学 试 题

本试卷分选择题和非选择题两部分，共三大题25小题，满分150分．考试时间为120分钟．

#### 注意事项：

1. 答卷前，考生务必在答题卡第1页上用黑色字迹的钢笔或签字笔填写自己的学校、班级、姓名、试室号、座位号、准考证号，再用2B铅笔把准考证号对应的号码标号涂黑．
2. 选择题每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号；不能答在试卷上．
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答，涉及作图的题目，用2B铅笔画图．答案必须写在答题卡各题目指定区域内的相应位置上；如需要改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；改动的答案也不能超出指定的区域．不准使用铅笔、圆珠笔和涂改液．不按以上要求作答的答案无效．
4. 考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

### 第一部分 选择题（共30分）

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，满分30分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1.  $-2$  的绝对值是（ ）

- (A)  $-2$       (B)  $2$       (C)  $\frac{1}{2}$       (D)  $-\frac{1}{2}$

2.  $\angle \alpha = 35^\circ$ ，则  $\angle \alpha$  的余角的度数为（ ）

- (A)  $55^\circ$       (B)  $65^\circ$       (C)  $75^\circ$       (D)  $145^\circ$

3. 16 的算术平方根是（ ）

- (A)  $\pm 8$       (B)  $\pm 4$       (C)  $-4$       (D)  $4$

4. 不等式组  $\begin{cases} 2x+1 < 5 \\ 1-x \leq 2 \end{cases}$  的解集为（ ）

- (A)  $x < 2$       (B)  $x \geq 1$       (C)  $-1 \leq x < 2$       (D) 无解

5. 菱形 ABCD 的周长为 16， $\angle A = 60^\circ$ ，则 BD 的长为（ ）

- (A) 8      (B) 4      (C)  $2\sqrt{3}$       (D)  $4\sqrt{3}$

6. 下列式子中是完全平方式的是（ ）

- (A)  $a^2 + 2a + 1$       (B)  $a^2 + 2a + 4$

- (C)  $a^2 - 2b + b^2$  (D)  $a^2 + ab + b^2$

7. 如图1,  $\triangle OAB$  绕点  $O$  顺时针旋转  $85^\circ$  到  $\triangle OCD$ , 已知  $\angle A = 110^\circ$ , 若  $\angle D = 40^\circ$ , 则  $\angle \alpha$  的度数是 ( )

- (A)  $30^\circ$  (B)  $45^\circ$   
(C)  $55^\circ$  (D)  $60^\circ$

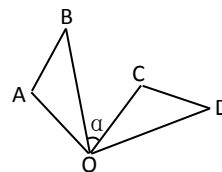


图 1

8. 已知一次函数  $y = kx + b$  的函数值  $y$  随  $x$  的增大而增大, 且其

图象与  $y$  轴的负半轴相交, 则对  $k$  和  $b$  的符号判断正确的是 ( )

- (A)  $k > 0, b > 0$  (B)  $k > 0, b < 0$   
(C)  $k < 0, b > 0$  (D)  $k < 0, b < 0$

9. 如图2,  $AB$  为  $\odot O$  的直径, 弦  $CD$  垂直平分半径  $OB$ , 垂足为  $E$ ,  $CD = 6\text{cm}$ , 则直径  $AB$  的长是 ( )

- (A)  $10\text{cm}$  (B)  $3\sqrt{2}\text{cm}$

- (C)  $4\sqrt{2}\text{cm}$  (D)  $4\sqrt{3}\text{cm}$

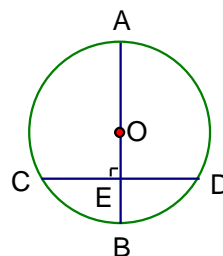


图 2

10. 把函数  $y = -2x + 3$  的图象向左平移 2 个单位长度, 再向下平移 2 个单位长度, 可得到的图象的函数解析式是 ( )

- (A)  $y = -2x + 7$  (B)  $y = -2x - 7$  (C)  $y = -2x - 3$  (D)  $y = -2x$

## 第二部分 非选择题 (共120分)

二、填空题 (本大题共6小题, 每小题3分, 满分18分)

11. 已知点  $A$  的坐标为  $(-2, 4)$ , 则点  $A$  关于  $x$  轴对称的点  $B$  的坐标为\_\_\_\_\_.

12. 若等腰三角形的腰长为 6, 则它的底边长  $a$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

13. 若反比例函数的图象经过点  $A(3, -2)$ , 则它的表达式是\_\_\_\_\_.

14. 已知  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ , 顶点  $D, E, F$  分别对应顶点  $A, B, C$ , 且

$S_{\triangle ABC} : S_{\triangle DEF} = 9 : 49$ , 则  $AB : DE =$ \_\_\_\_\_.

15. 已知函数  $y = x^2 - 4x + 3$ , 则函数值  $y$  随  $x$  的增大而减小的  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

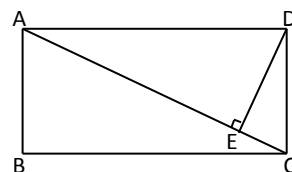


图 3

16. 如图3, 矩形  $ABCD$  中,  $DE \perp AC$  于点  $E$ ,  $\angle EDC : \angle EDA = 1 : 3$ ,

且  $AC=12$ ，则  $DE$  的长度是\_\_\_\_\_（结果用根号表示）。

三、解答题（本大题共9小题，满分102分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 10 分）

解方程组： 
$$\begin{cases} 3x-2y=4 \\ x+y=3 \end{cases}$$

18.（本小题满分 10 分）

已知，如图 4， $\square ABCD$  中， $AE$  平分  $\angle BAD$ ，交  $BC$  于点  $E$ ， $CF$  平分  $\angle DCB$ ，交  $AD$  于点  $F$ 。

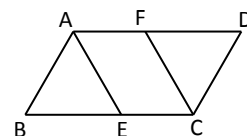


图 4

求证：  $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ 。

19.（本小题满分 10 分）

已知  $a=3-\sqrt{2}$ ， $b=3+\sqrt{2}$ ，试求  $\frac{b}{a}-\frac{a}{b}$  的值。

20.（本小题满分 10 分）

某完全中学（含初、高中）篮球队 12 名队员的年龄情况如下：

年龄（单位：岁）	14	15	16	17	18
人 数	1	4	3	2	2

（1）这个队队员年龄的众数是\_\_\_\_\_，中位数是\_\_\_\_\_；

（2）求这个队队员的平均年龄；

（3）若把这个队队员年龄绘成扇形统计图，请求出年龄为 15 岁对应的圆心角的度数。

21.（本小题满分 10 分）

在一个不透明的袋子中，放有四张质地完全相同的卡片，分别标有数字 1, 2, 3,

4. 第一次从袋中随机地抽出一张卡片，把其上的数字记为横坐标  $x$ ，然后把卡

片放回袋中，搅匀后第二次再随机地从中抽出一张，把其上的数字记为纵坐标  $y$ 。

- (1) 用树状图或列表法把所有可能的点表示出来；
- (2) 求所得的点在直线  $y = -x + 5$  的点的概率。

22. (本小题满分 12 分)

如图 5，抛物线  $y = ax^2 - bx - 4a$  交  $x$  轴于点 A、B，交  $y$  轴于点 C，其中点 B、C 的坐标分别为  $B(1, 0)$ 、 $C(0, 4)$ 。

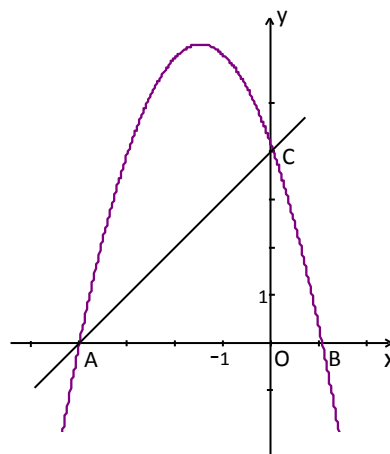


图 5

- (1) 求抛物线的解析式，并用配方法把其化为  $y = a(x-h)^2 + k$  的形式，写出顶点坐标；
- (2) 已知点  $D(m, 1-m)$  在第二象限的抛物线上，求出  $m$  的值，并直接写出点 D 关于直线 AC 的对称点 E 的坐标。

23. (本小题满分 12 分)

已知，如图 6， $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ，E 为 BC 边中点。

- (1) 尺规作图：以 AC 边为直径，作  $\odot O$ ，交 AB 于点 D (保留作图痕迹，标上相应的字母，可不写作法)；
- (2) 连结 DE，求证：DE 为  $\odot O$  的切线；
- (3) 若  $AD = 4$ ， $BD = \frac{9}{4}$ ，求 DE 的长。

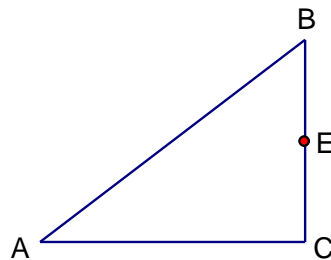


图 6

24. (本小题满分 14 分)

如图 7，点 A、B 分别位于  $x$  轴负、正半轴上，OA、OB ( $OA < OB$ ) 的长分别是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4mx + m^2 + 2 = 0$  的两根， $C(0, 3)$ ，且  $S_{\triangle ABC} = 6$ 。

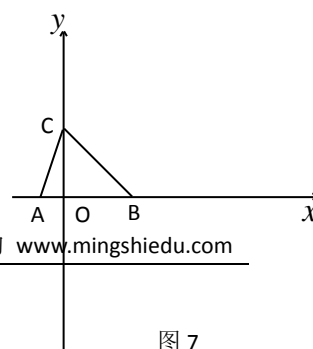


图 7

- (1) 求线段 AB 的长；

- (2) 求  $\angle ABC$  的度数；
- (3) 过点 C 作  $CD \perp AC$  交  $x$  轴于点 D，求点 D 的坐标；
- (4)  $y$  轴上是否存在点 P，使  $\angle PBA = \angle ACB$ ？若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。

25. (本小题满分 14 分)

如图 8，在  $\triangle ABC$  中，BD 平分  $\angle ABC$ ， $\angle A = 2\angle C$ 。

- (1) 若  $\angle C = 38^\circ$ ，则  $\angle ABD =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ ；
- (2) 求证： $BC = AB + AD$ ；
- (3) 求证： $BC^2 = AB^2 + AB \cdot AC$ 。

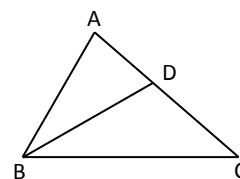


图 8

## 2015 年白云区初三一模数学科考试答案

### 一、选择题

题 号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答 案	B	A	D	C	B	A	C	B	D	C

### 二、填空题

题 号	1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6
答 案	$(-2, -4)$	$0 < a < 12$	$y = -\frac{6}{x}$	3:7	$x \leq 2$	$3\sqrt{2}$

### 三、解答题

1 7. (本小题满分 1 0 分)

解法一:  $\begin{cases} 3x-2y=4 & \text{①} \\ x+y=3 & \text{②} \end{cases}$  ..... 1 分

② $\times 2$ , 得  $2x+2y=6$  ③ ..... 5 分

①+③, 得  $5x=10$ , ..... 7 分

$\therefore x=2$ , ..... 8 分

把  $x=2$  代入②, 得  $y=1$ , ..... 9 分

$\therefore$  方程组的解为:  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$  ..... 1 0 分

解二法:  $\begin{cases} 3x-2y=4 & \text{①} \\ x+y=3 & \text{②} \end{cases}$  ..... 1 分

由②得:  $x=3-y$ , ..... 3 分

把  $x=3-y$  代入①, 得:  $3(3-y)-2y=4$ , ..... 5 分

即  $9-3y-2y=4$ , ..... 7 分

解得  $y=1$ , ..... 8 分

把  $y = 1$  代入②，解得  $x = 2$ ，..... 9 分

∴ 方程组的解为：  $\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$  . ..... 10 分

18. (本小题满分 10 分)

证法一：∵  $ABCD$  为平行四边形，

∴  $AB = CD$ ， $\angle B = \angle D$ ， $\angle BAD = \angle DCB$ . ..... 3 分

∵  $AE$  平分  $\angle BAD$ ，∴  $\angle 1 = \angle 2 = \frac{1}{2} \angle BAD$  (如图 1)，..... 4 分

∵  $CF$  平分  $\angle DCB$ ，∴  $\angle 3 = \angle 4 = \frac{1}{2} \angle DCB$ ，..... 5 分

∴  $\angle 1 = \angle 3$ . ..... 6 分

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle CDF$  中，

∴  $\begin{cases} \angle B = \angle D \\ AB = CD \\ \angle 1 = \angle 3 \end{cases}$ ，..... 9 分

∴  $\triangle ABE \cong \triangle CDF$  (ASA). ..... 10 分

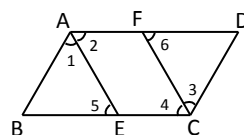


图 1

证法二：∵  $ABCD$  为平行四边形，

∴  $AB = CD$ ， $\angle B = \angle D$ ， $\angle BAD = \angle DCB$ . ..... 3 分

∵  $AE$  平分  $\angle BAD$ ，∴  $\angle 1 = \angle 2 = \frac{1}{2} \angle BAD$ ，..... 4 分

∵  $CF$  平分  $\angle DCB$ ，∴  $\angle 3 = \angle 4 = \frac{1}{2} \angle DCB$ ，..... 5 分

∴  $\angle 2 = \angle 4$ . ..... 6 分

∵  $AD \parallel BC$ ，∴  $\angle 2 = \angle 5$ ， $\angle 4 = \angle 6$  (如图 2)，..... 7 分

∴  $\angle 5 = \angle 6$ . ..... 8 分

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle CDF$  中,

$$\therefore \begin{cases} \angle B = \angle D \\ \angle 5 = \angle 6, \dots\dots\dots 9 \text{ 分} \\ AB = CD \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CDF \text{ (AAS)}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

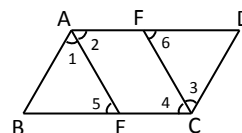


图 2

证法三：运用 (SAS)，证法四：运用 (SSS) 等皆可证明此题 (过程略)

19. (本小题满分 10 分)

$$\text{解法一: } \frac{b}{a} - \frac{a}{b} = \frac{b \cdot b}{a \cdot b} - \frac{a \cdot a}{b \cdot a} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= \frac{b^2 - a^2}{ab} \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$= \frac{(b+a)(b-a)}{ab}, \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

分别把  $a = 3 - \sqrt{2}$ ,  $b = 3 + \sqrt{2}$  代入上式,

$$\text{原式} = \frac{(3 + \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2} - 3 + \sqrt{2})}{(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$= \frac{6 \times 2\sqrt{2}}{9 - 2} = \frac{12\sqrt{2}}{7}. \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

解法二：分别把  $a = 3 - \sqrt{2}$ ,  $b = 3 + \sqrt{2}$  代入原式,

$$\frac{b}{a} - \frac{a}{b} = \frac{3 + \sqrt{2}}{3 - \sqrt{2}} - \frac{3 - \sqrt{2}}{3 + \sqrt{2}} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$= \frac{(3 + \sqrt{2})^2}{(3 - \sqrt{2}) \cdot (3 + \sqrt{2})} - \frac{(3 - \sqrt{2})^2}{(3 + \sqrt{2}) \cdot (3 - \sqrt{2})} \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$



$$= \frac{9+6\sqrt{2}+2}{9-2} - \frac{9-6\sqrt{2}+2}{9-2} \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$= \frac{11+6\sqrt{2}-11+6\sqrt{2}}{7} = \frac{12\sqrt{2}}{7} \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

20. (本小题满分10分)

解: (1) 15, 16; \dots\dots\dots 2 分

$$(2) \bar{x} = \frac{1}{12} (14 \times 1 + 15 \times 4 + 16 \times 3 + 17 \times 2 + 18 \times 2) \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$= 16 \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

\therefore 这个队队员平均的年龄为16岁;

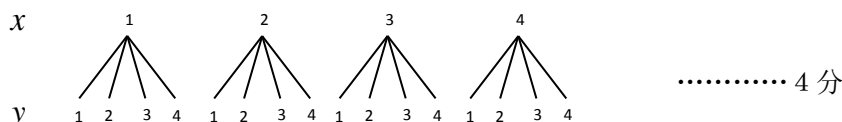
$$(3) 360^\circ \times \frac{4}{12} \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$= 120^\circ,$$

\therefore 扇形统计图中, 年龄为15岁对应的圆心角的度数为120^\circ. \dots\dots\dots 10 分

21. (本小题满分10分)

解: (1) 树状图如下:



\therefore 所有可能的点为:

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3),  
(2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2),  
(4, 3), (4, 4) 共16个; \dots\dots\dots 6 分

或列表法:

$x \backslash y$	1	2	3	4
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)

2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	..... 4 分
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	

∴所有可能的点为:

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (2, 3),  
(2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 2),  
(4, 3), (4, 4) 共 16 个; ..... 6 分

(2) ∵点 (1, 4)、(2, 3)、(3, 2)、(4, 1) 这 4 个点 ..... 8 分  
在直线  $y = -x + 5$  图象上,

∴  $P(\text{点在直线上}) = \frac{4}{16}$  ..... 9 分

$= \frac{1}{4}$  ..... 10 分

即在直线  $y = -x + 5$  上的点的概率为  $\frac{1}{4}$ .

22. (本小题满分 12 分)

解: (1) 把 B (1, 0)、C (0, 4) 两点的坐标

代入抛物线  $y = ax^2 - bx - 4a$  中,

得  $\begin{cases} a - b - 4a = 0 \\ -4a = 4 \end{cases}$ , ..... 2 分

解得  $\begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \end{cases}$ , ..... 4 分

∴抛物线的解析式为:  $y = -x^2 - 3x + 4$ . ..... 5 分

$y = -x^2 - 3x + 4 = -[x^2 + 3x + (\frac{3}{2})^2 - (\frac{3}{2})^2] + 4$  ..... 7 分

$$= - \left[ \left( x + \frac{3}{2} \right)^2 - \frac{9}{4} \right] + 4$$

$$= - \left( x + \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{9}{4} + 4 = - \left( x + \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{25}{4}, \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{即 } y = - \left( x + \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{25}{4},$$

抛物线的顶点坐标为  $\left( -\frac{3}{2}, \frac{25}{4} \right)$ ;  $\dots\dots\dots 9 \text{ 分}$

(2)  $\because$  点 D  $(m, 1-m)$  在抛物线上,

$$\therefore 1-m = -m^2 - 3m + 4 \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$\text{即 } m^2 + 2m - 3 = 0,$$

解得  $m = -3$  或  $m = 1$ ,

$\because$  点 D 在第二象限,  $\therefore m = 1$  不合题意,

$\therefore m = -3$ . 则点 D 的坐标为 D  $(-3, 4)$ .  $\dots\dots\dots 11 \text{ 分}$

点 D 关于直线 AC 的对称点 E 的坐标为 E  $(0, 1)$ .  $\dots\dots\dots 12 \text{ 分}$

23. (本小题满分 12 分)

(1) 作图如下 (应有正确的作图痕迹, 标有相应的字母)

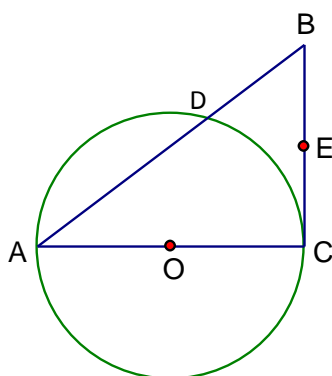


图 3

$\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

(2) 证法一: 连结 DE、OD、OE (如图 4)

$\because$  E 为 BC 的中点, O 为 AC 的中点,

$\therefore$  OE 为  $\triangle ABC$  的中位线,  $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

$\therefore OE \parallel AB$ ,  $\therefore \angle 1 = \angle A$ ,  $\angle 2 = \angle 3$ .

$\because OA = OD$ ,  $\therefore \angle A = \angle 3$  (等边对等角),

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ . ..... 4 分

在  $\triangle OCE$  和  $\triangle ODE$  中,  $\because \begin{cases} OC = OD \\ \angle 1 = \angle 2 \\ OE = OE \end{cases}$ , ..... 5 分

$\therefore \triangle OCE \cong \triangle ODE$  (SAS), ..... 6 分

$\therefore \angle ODE = \angle OCE = 90^\circ$ , ..... 7 分

$\therefore DE$  切  $\odot O$  于点  $D$ , 即  $DE$  为  $\odot O$  的切线; ..... 8 分

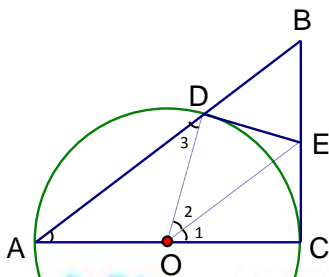


图 4

证法二: 连结  $OD$ 、 $CD$  (如图 5).

$\because AC$  为直径,  $\therefore \angle ADC = 90^\circ$ , ..... 3 分

即  $\angle CDB = 90^\circ$ ,  $\therefore \triangle BCD$  为直角三角形.

$E$  为斜边  $BC$  的中点,  $\therefore DE = \frac{1}{2} BC = EC$ . ..... 4 分

(直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半),

$\therefore \angle 4 = \angle 6$ ; ..... 5 分

又  $OC = OD$ ,  $\therefore \angle 5 = \angle 7$ , ..... 6 分

$\therefore \angle 4 + \angle 7 = \angle 5 + \angle 6 = 90^\circ$ , ..... 7 分

$\therefore DE$  为  $\odot O$  的切线; ..... 8 分

(3) 解: 连结  $CD$  (如图 5).

$\because AC$  为直径,  $\therefore \angle ADC = 90^\circ$ ,

即  $\angle CDB = 90^\circ$ ,

$\therefore \triangle BCD$  为直角三角形.

$E$  为斜边  $BC$  的中点,  $\therefore DE = \frac{1}{2} BC = EC$

(直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半),

$\therefore \angle 4 = \angle 6$ ;  $\because \angle 5 + \angle 6 = 90^\circ$ ,  $\angle 5 + \angle A = 90^\circ$ ,

$\therefore \angle 6 = \angle A$ . ..... 9 分

在  $\triangle BAC$  和  $\triangle BCD$  中,  $\because \angle B$  是公共角,  $\angle A = \angle 6$ ,

$\therefore \triangle BAC \sim \triangle BCD$ , ..... 10 分

$$\therefore \frac{BA}{BC} = \frac{BC}{BD},$$

$$\therefore BC^2 = BA \cdot BD = (AD + DB) \cdot BD$$

$$= \left(4 + \frac{9}{4}\right) \times \frac{9}{4} = \frac{25}{4} \times \frac{9}{4},$$

$$\therefore BC = \frac{15}{4}, \text{ ..... 11 分}$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2} BC = \frac{15}{8}, \text{ ..... 12 分}$$

即  $DE$  的长为  $\frac{15}{8}$ .

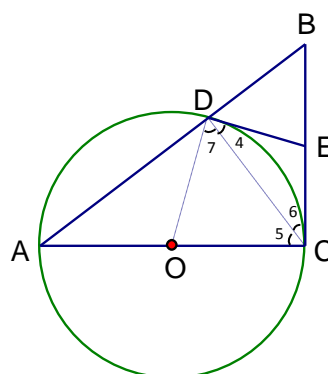


图 5

24. (本小题满分 14 分)

解: (1)  $\because C(0, 3)$ ,  $\therefore OC = 3$ ,

又  $\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot OC = \frac{1}{2} \times 3 AB$ , ..... 1 分

而已知  $S_{\triangle ABC} = 6$ ,

$\therefore$  得  $\frac{1}{2} \times 3 AB = 6$ ,

$\therefore AB = 4$ ; ..... 2 分

(2) 由一元二次方程根与系数的关系及已知条件,

可得  $OA + OB = 4m$ , ..... 3 分

即  $AB = 4m$ ,  $\therefore 4m = 4$ ,  $m = 1$ , ..... 4 分

$\therefore$  方程为  $x^2 - 4x + 3 = 0$ , 解得  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = 3$ .

$\therefore OA = 1$ ,  $OB = 3$ ,  $\therefore \triangle OBC$  为等腰直角三角形. .... 5 分

$\therefore \angle ABC = 45^\circ$ ; ..... 6 分

(3) 由  $\angle ACD = 90^\circ$ , 得  $\angle 1 + \angle OCD = 90^\circ$ ,

又  $\angle 2 + \angle OCD = 90^\circ$  (如图 6),

$\therefore \angle 1 = \angle 2$ ,  $\therefore \text{Rt}\triangle AOC \sim \text{Rt}\triangle COD$ , ..... 7 分

$\therefore \frac{AO}{CO} = \frac{OC}{OD}$ , 得  $OD = 9$ , ..... 8 分

$\therefore$  点 D 的坐标为  $D(9, 0)$ ; ..... 9 分

(4) 存在. .... 10 分

过点 B 作  $BE \perp AC$  于点 E, 得  $\text{Rt}\triangle BCE$  (如图 7). .... 11 分

$$AC = \sqrt{OA^2 + OC^2} = \sqrt{10},$$

$$\text{由 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BE = 6, \text{ 解得 } BE = \frac{6}{5}\sqrt{10}.$$

$$CE = \sqrt{BC^2 - BE^2} = \frac{3}{5}\sqrt{10}. \text{ 若 } \angle PBA = \angle ACB$$

即  $\angle PBO = \angle ECB$ ,

由  $\angle BOP = \angle CEB = 90^\circ$ ,

得  $\text{Rt}\triangle BOP \sim \text{Rt}\triangle CEB$ , ..... 12 分

得  $\frac{OP}{EB} = \frac{BO}{CE}$ ,  $OP = \frac{BO \cdot BE}{CE} = 6$ ,

∴点P的坐标为 (0, 6), ..... 1 3 分

点P关于O点对称点也符合题意,

∴另一点坐标为 (0, -6).

∴符合条件的点P的坐标为 (0, 6) 及 (0, -6). ..... 1 4 分

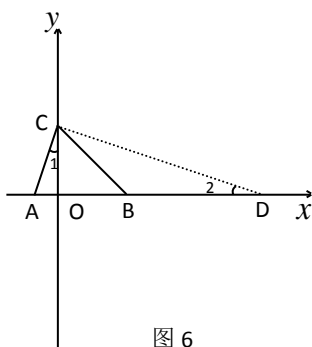


图 6

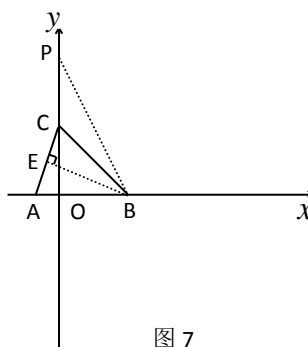


图 7

明师在线

MINGSHIEDU.COM  
伴您成长 与您进步

2 5. (本小题满分 1 4 分)

解: (1)  $33^\circ$ ; ..... 1 分

(2) 证法一:

在 BC 上截取 BE = AB (如图 8). ..... 2 分

∵ AD 平分  $\angle ABC$ , ∴  $\angle 1 = \angle 2$ .

在  $\triangle ABD$  和  $\triangle EBD$  中,

$$\therefore \begin{cases} AB = EB \\ \angle 1 = \angle 2 \\ BD = BD \end{cases}, \therefore \triangle ABD \cong \triangle EBD \text{ (SAS)}, \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

∴  $\angle 3 = \angle A$ ,  $ED = AD$ . ..... 5 分

∵  $\angle A = 2\angle C$ , ∴  $\angle 3 = 2\angle C$ .

又 ∵  $\angle 3 = \angle C + \angle 4$ , 得  $2\angle C = \angle C + \angle 4$ ,

$\therefore \angle C = \angle 4$ ,  $\therefore DE = CE$ , ..... 6 分

$\therefore CE = AD$ . ..... 7 分

$BC = BE + CE = AB + AD$ ,

$\therefore BC = AB + AD$ ; ..... 8 分

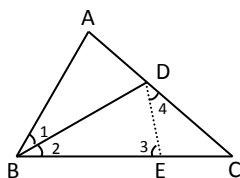


图 8

证法二:

延长 BA 到点 F, 使得  $AF = AD$ , 连结 DF (如图 9). ..... 2 分

$\because \angle BAD = \angle F + \angle ADF$  (三角形外角性质), ..... 3 分

又  $\because AD = AF$ ,  $\therefore \angle F = \angle ADF$  (等边对等角). ..... 4 分

$\therefore \angle BAD = 2\angle F$ . ..... 5 分

$\because \angle BAD = 2\angle C$ ,  $\therefore \angle F = \angle C$ . ..... 6 分

在  $\triangle BDF$  和  $\triangle BDC$  中,

$\because \begin{cases} \angle F = \angle C \\ \angle 1 = \angle 2 \\ BD = BD \end{cases}$ ,  $\therefore \triangle BDF \cong \triangle BDC$  (AAS), ..... 7 分

$\therefore BF = BC$ . ..... 8 分

$BC = BF = AB + AF = AB + AD$ .

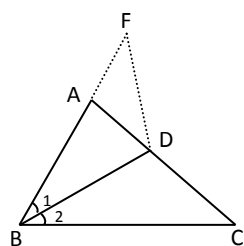


图 9

(3) 延长 BA 到点 M, 使得  $AM = AC$ , 连结 CM (如图 10). ..... 10 分

$\because \angle BAC = \angle M + \angle ACM$  (三角形外角性质),

又  $\because AM = AC$ ,  $\therefore \angle M = \angle ACM$  (等边对等角).

$\therefore \angle BAC = 2\angle M$ .



$\because \angle BAC = 2\angle ACB, \therefore \angle M = \angle ACB. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

在 $\triangle BCA$ 和 $\triangle BMC$ 中,

$\because \angle BCA = \angle M, \angle CBA = \angle MBC,$

$\therefore \triangle BCA \sim \triangle BMC, \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$\therefore \frac{BC}{BM} = \frac{BA}{BC}, \therefore BC^2 = BA \cdot BM = AB(AB + AM) \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$= AB(AB + AC) = AB^2 + AB \cdot AC. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

$\therefore BC^2 = AB^2 + AB \cdot AC.$

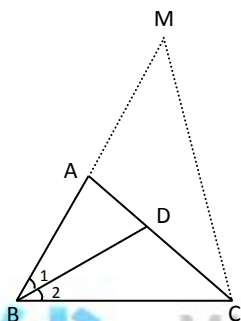


图 10