2015年广州市初中毕业生学业考试

数学试卷分析

第一部分 选择题 (共30分)

- 一、选择题(本大题共10小题,每小题3分,满分30分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)
- 1. 四个数-3.14, 0, 1, 2中为负数的是().

A. -3.14

B = 0

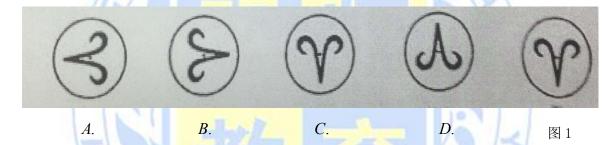
C.1

D.2

【答案】: A

【明师教育中考研究院独家点评】: 考察了负数的认识,是一条信度很高的试题。是在实数基础上考察学生对有理数概念的理解.

2. 将图 1 所示的图案以圆心为中心,旋转180°后得到的图案是().



【答案】: D

【明师教育中考研究院独家点评】: 考察了中心对称图形的定义,是一条信度很高的习题

3. 已知 $\bigcirc O$ 的半径是 5 ,直线 $l \not\in O$ 的切线,则点 O 到直线 l 的距离是 ()

A. 2.5

B3

C 5

 D_{10}

【答案】: C

【明师教育中考研究院独家点评】: 考察了圆切线性质, 是一条信度很高的习题。

4. 两名同学进行了10次三级蛙跳测试,经计算,他们的平均成绩相同,若要比较这两名同成绩哪一位更稳定,通常还需要比较他们成绩的().

A. 众数

B. 中位数

C. 方差

D. 以上都不对

【答案】: C

【明师教育中考研究院独家点评】:考察了方差的理解,是一条信度很高的习题。

5. 下列计算正确的是().

$$A. ab \cdot ab = 2ab$$

$$B. (2a)^3 = 2a^3$$

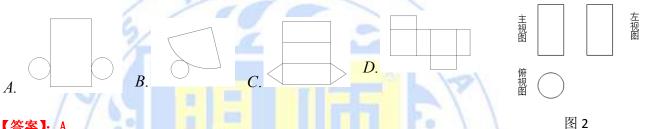
$$C. 3\sqrt{a} - \sqrt{a} = 3(a \ge 0)$$

$$D. \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \ge 0, b \ge 0)$$

【答案】: D

【明师教育中考研究院独家点评】: 考察了整式计算,二次根式运算的题目,属于多种基础 概念并存的概念题。

6. 如图 2 是一个几何体的三视图,则该几何体的展开图可以是(



【答案】: A

【明师教育中考研究院独家点评】: 考察了三视图与展开图,难度不大

7. 已知a, b满足方程组 则a+b的值为(

A. –4

B. 4

C. -2

D.2

【答案】: B

【明师教育中考研究院独家点评】: 考察了解二元一次方程组,属于

- 8. 下列命题中, 真命题的个数有(
 - ①对角线互相平分的四边形是平行四边形.
 - ②两组对角分别相等的四边形是平行四边形.
 - ③一组对边平行,另一组对边相等的四边形是平行四边形。

A. 3 ↑

B. 2 ↑

C.1个

D. 0 个

【答案】: B

【明师教育中考研究院独家点评】: 考察了学生对平行四边形的判定记忆程度,属于基础题 目。

9. 己知圆的半径是 $2\sqrt{3}$,则该圆的内接正六边形的面积是().

A. $3\sqrt{3}$

B. $9\sqrt{3}$

 $C. 18\sqrt{3}$ $D. 36\sqrt{3}$

【答案】: C

【明师教育中考研究院独家点评】: 考察了学生圆内接正六边形的认识以及等边三角形面积 计算,对多边形考察进行的变式,对基础薄弱的学生有一定难度。

- 10. 已知 2 是关于 x 的方程 $x^2 2mx + 3m = 0$ 的一个根, 并且这个方程的两个根恰好是等腰 三角形 ABC 的两条边长,则三角形 ABC 的周长为()).
 - A. 10
- B. 14
- C.10或14 D.8或10

【答案】: B

【明师教育中考研究院独家点评】: 考察了一元二次方程给解代入,以及等腰三角形分类讨 论。属于多种基础概念并存的概念题。

第二部分 非选择题 (共120分)

- 二、填空题(本大题共6小题,每小题3分,满分18分)
- 11. 如图 3, AB / CD, 直线 l 分别与 AB, CD 相交, 若 $\angle 1 = 50^{\circ}$,则 $\angle 2$ 的度数为

【答案】: 50°

【明师教育中考研究院独家点评】: 考察了内错角认识,属于基础题目,是-





12. 根据环保局公布的广州市 2013 年至 2014 年 PM2.5 的主要来源的数据,制成扇形统计 图(如图4),其中所占百分比最大的主要来源是_____.(填主要来源的名 称)

【答案】: 机动车尾气

【明师教育中考研究院独家点评】: 考察了对统计图的认识,属于基础题目,是一条信度很 高的习题

13. 分解因式: 2mx - 6my = .

【答案】: 2m(x-3y)

【明师教育中考研究院独家点评】:考察因式分解,有学生可能忽略2与6也可以提公因式, 但总体难度简单,是一条信度很高的习题

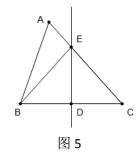
14. 某水库的水位在5小时内持续上涨,初始的水位高度为6米,水位以每小时0.3米的速度匀速上升,则水库的水位高度v米与时间x小时($0 \le x \le 5$)的函数关系式为

【答案】: y = 0.3x + 6

【明师教育中考研究院独家点评】: 考察一次函数应用题,需要学生学会把 实际问题转化成数学模型,有一定难度。

15. 如图 5, $\triangle ABC$ 中,DE 是 BC 的垂直平分线,DE 交 AC 于点 E ,

连接
$$BE$$
,若 $BE=9$, $BC=12$,则 $\cos C=$



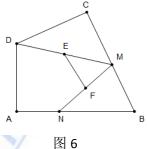
【答案】: $\frac{2}{3}$

【明师教育中考研究院独家点评】: 考察垂直平分线性质以及三角函数的求解,属于中等题目。

16. 如图 6,四边形 ABCD 中, $\angle A=90^\circ$, $AB=3\sqrt{3}$, AD=3 , 点 M , N 分别为线 段 BC , AB 上的动点(含端点,但点 M 不与点 B 重合),点 E , F 分别为 DM , MN 的中点,则 EF 长度的最大值为

【答案】: 3

【明师教育中考研究院独家点评】:考本题是动点问题,考察中位线的性质,对学生思维能力要求较高,有一定难度。



三、解答题(本大题共 9 小题,满分 102 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (本小题满分9分)

解方程:
$$5x = 3(x-4)$$
.

【答案】: 解: 5x = 3x - 12

$$5x - 3x = -12$$

$$2x = -12$$

$$x = -6$$

【明师教育中考研究院独家点评】: 考察了解一元二次方程,属于信度很高的简单计算大题。

18. (本小题满分9分)

如图 7, 正方形 ABCD 中, 点 E, F 分别在 AD, CD 上, 且 AE = DF 连接 BE, AF.

求证:
$$BE = AF$$

【答案】: : : 四边形 *ABCD* 是正方形

$$\therefore AD = AB, \angle D = \angle EAB = 90^{\circ}$$

 ΔEAB 和 ΔFDA 中,

$$\begin{cases} AE = DF \\ \angle EAB = \angle D = 90^{\circ} \\ AB = AD \end{cases}$$

 $\therefore \Delta EAB \cong \Delta FDA(SAS)$

$$\therefore BE = AF$$

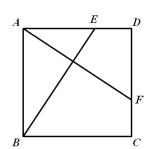


图 7

【明师教育中考研究院独家点评】: 考察利用全等证边等的思维方式,难度不大,属于常规题目。

19. (本小题满分 10 分)

已知
$$A = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 1} - \frac{x}{x - 1}$$

- (1) 化简 A;
- (2) 当x满足不等式组 $\begin{cases} x-1 \ge 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}$, 且x为整数时,求 $\frac{A}{x}$ 的值.

【答案】: (1)解:
$$A = \frac{(x+1)^2}{(x+1)(x-1)} - \frac{x}{x-1}$$

$$= \frac{x+1}{x-1} - \frac{x}{x-1} = \frac{x+1-x}{x-1} = \frac{1}{x-1}$$

(2) 解:不等式组的解集为: $1 \le x < 3$

$$:: x \rightarrow 2$$
 整数, $:: x = 1$ 或 2

$$\therefore A = \frac{1}{x-1} \therefore x \neq 1$$

当
$$x = 2$$
时, $A = \frac{1}{x-1} = \frac{1}{2-1} = 1$

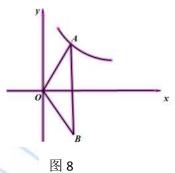
【明师教育中考研究院独家点评】: 考察分式化简计算,以及简单的不等式计算,属于基础题目,是一条信度很高的习题。

5

20. (本小题满分 10 分)

已知反比例函数 $y = \frac{m-7}{x}$ 的图象的一支位于第一象限.

- (1) 判断该函数图象的另一支所在的象限,并求 m 的取值范围;
- (2) 如图 8, O为坐标原点,点 A 在该反比例函数位于第一象限的图象上,点 B 与点 A 关于 x 轴对称,若 ΔOAB 的面积为 6, 求 m 的值.



【答案】: (1) 解: 该函数图像的另一支所在象限是第三象限

 $: \mathbb{S}$ 图像过第一、三象限,: m-7 > 0 : m > 7

∴ *m* 的取值范围为 *m* > 7

(2) 解:设A的坐标为(x,y)

 \therefore 点 B 与点 A 关于 x 轴对称, $\therefore B$ 点坐标为(x,-y) $\therefore AB$ 的距离为 2y

$$\therefore S_{\Delta OAB} = 6 \qquad \therefore \frac{1}{2} \cdot 2y \cdot x = 6 \qquad \therefore xy = 6$$

$$y = \frac{m-7}{x} \qquad \therefore xy = m-7$$

 $\therefore m - 7 = 6 \qquad \therefore m = 13$

∴ *m* 的取值为 *m* = 13

【明师教育中考研究院独家点评】:考察反比例函数 k 的代数性质与几何性质。难度中等。

21. (本小题满分 12 分)

某地区 2013 年投入教育经费 2500 万元, 2015 年投入教育经费 3025 万元.

- (1) 求 2013 年至 2015 年该地区投入教育经费的年平均增长率;
- (2) 根据(1) 所得的年平均增长率,预计2016年该地区将投入教育经费多少万元.

【答案】:解:(1)设 2013年至 2015年该地区投入教育经费的年平均增长率为x,

由题意得
$$2500(1+x)^2 = 3025$$

解得
$$x_1 = 0.1$$
, $x_2 = -2.1$ (舍去)

所以,增长率为0.1=10%

答: 2013 年至 2015 年该地区投入教育经费的年平均增长率为10%。

6

(2) 由题意得 2500(1+10%) = 3327.5(万元)

答: 2016年该地区将投入教育经费3327.5万元。

【明师教育中考研究院独家点评】:第一问是典型的增长率问题,学生根据九年级上学期一元二次方程章节中提及的解题技巧完成题目就可以,唯一容易出错的是作答的时候,考生没有用百分比的格式写出增长率。在顺利完成第二问的前提下,考生拿到第二问的分数是很容易的事情。

22. (本小题满分 12 分)

- 4件同型号的产品中,有1件不合格品和3件合格品
- (1) 从这 4 件产品中随机抽取 1 件进行检测,求抽到的是不合格品的概率;
- (2) 从这 4 件产品中随机抽取 2 件进行检测,求抽到的都是合格品的概率;
- (3) 在这 4 件产品中加入 x 件合格品后,进行如下试验:随机抽取 1 件进行检测,然后放回,多次重复这个试验,通过大量重复试验后发现,抽到合格品的频率稳定在 0.95,则可以推算出 x 的值大约是多少?

【答案】: 解: (1)
$$P$$
 (抽到的是不合格品) = $\frac{1}{1+3} = \frac{1}{4}$

(2)



共有12种情况,其中抽到的都是合格品的情况有6种,

$$P$$
 (抽到的都是合格品) = $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

(3) 由题意得:
$$\frac{3+x}{4+x} = 0.95$$
,解得 $x = 16$

答: x 的值大约是16。

【明师教育中考研究院独家点评】: 第一问考察了学生对概率的定义是否熟悉,属于简单题;

第二问考察学生对利用树状图或列表法求概率的解题手法是否熟悉,这个问并没有要求考生列出相应的具体情况,所以不存在格式扣分的现象:

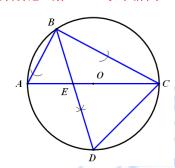
第三问是考察利用频率求频数的考点,这个考点是往年很少出现的考点,对促进及检验学生在中考备考过程中,是否有进行全面而细致的复习具有十分积极的意义

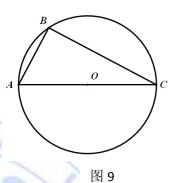
23. (本小题满分 12 分)

如图 9, AC 是 $\bigcirc O$ 的直径,点 B 在 $\bigcirc O$ 上, $\angle ACB = 30^{\circ}$

- (1) 利用尺规作 $\angle ABC$ 的平分线 BD, 交 AC 于点 E, 交 $\bigcirc O$ 于点 D, 连接 CD (保留作图痕迹, 不写作法)
- (2) 在 (1) 所作的图形中,求 ΔABE 与 ΔCDE 的面积之比.

【答案】:解:(1)如图所示





(2) 连接OD, 设⊙O 半径为R,

 $_{\Delta ABE}$ 和 $\triangle DCE$ 中,

$$\begin{cases}
\angle BAE = \angle CDE \\
\angle AEB = \angle DEC
\end{cases}$$

 $\triangle ABE \sim \Delta DCE$

在Rt $\triangle ACB$ 中, $\angle ABC = 90^{\circ}$, $\angle ACB = 30^{\circ}$

$$\therefore AB = \frac{1}{2}AC = r$$

∵ BD 平分 ∠ABC

$$\angle ABD = \angle ACD = 45^{\circ}$$

$$OD = OC$$

$$\therefore \angle ACD = \angle OCD = 45^{\circ}$$

$$\angle DOC = 90^{\circ}$$

在 $Rt\triangle ODC$ 中, $DC = \sqrt{OD^2 + OC^2} = \sqrt{2}r$

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABE}}{S_{\triangle CDE}} = (\frac{AB}{DC})^2 = (\frac{r}{\sqrt{2}r})^2 = \frac{1}{2}$$

【明师教育中考研究院独家点评】: 第一问考察的知识点是角平分线尺规作图,学生的 易失分点是忘记写作图结论,容易被扣 1 分格式分。第二问考察的知识点包括: 等腰直角三角形的判定,勾股定理,相似三角形的判定,面积比等于相似比的平方,综合性很强,学生不容易找到突破口.

24. (本小题满分 14 分)

如图 10,四边形 OMTN 中, OM = ON , TM = TN , 我们把这种两组邻边分别相等的四边形叫做筝形.

- (1) 试探究筝形对角线之间的位置关系,并证明你的结论;
- (2) 在筝形 ABCD 中,已知 AB = AD = 5, BC = CD, BC > AB, BD、 AC 为对角线, BD = 8.
- ①是否存在一个圆使得 A, B, C, D 四个点都在这个圆上?若存在,求出圆的半径;若不存在,请说明理由;
- ②过点 B 作 $BF \perp CD$, 垂足为 F, BF 交 AC 于点 E, 连接 DE. 当四边形 ABED 为 菱形时,求点 F 到 AB 的距离.

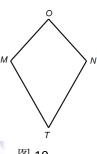
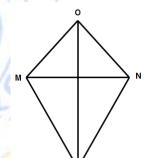


图 10

【答案】:解:(1)猜想:筝形对角线之间的位置关系:垂直。即 $OT \perp MN$

$$_{\stackrel{\bullet}{E}}\triangle OMT$$
和 $\triangle ONT$ 中, $\begin{cases} OM = ON \\ MT = NT \\ OT = OT \end{cases}$



- $\therefore \triangle OMT \cong \triangle ONT(SSS)$
- $\therefore \angle MOT = \angle NOT$
- :: OM = ON
- *∴ OT* ⊥ *MN*(等腰三角形三线合一)

(2) ①存在

曲 (1) 得AC ⊥ BD

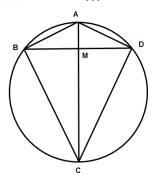
设 AC 与 BD 交于点 M.

 $\stackrel{\bigstar}{=} Rt\Delta AMB + AB = 5, \quad BM = \frac{1}{2}BD = 4$

$$AM = \sqrt{AB^2 - BM^2} = 3$$

∵A、B、C、D 四点共圆

$$\therefore \angle ABC + \angle ADC = 180^{\circ}$$



 $\mathbb{X} :: \Delta ABC \cong \Delta ADC$

$$\therefore \angle ABC = \angle ADC = 90^{\circ}$$

:AC 即为所求圆的直径。

$$\therefore \angle BAM = \angle BAC$$
, $\angle ABC = \angle AMB = 90^{\circ}$

 $\therefore \Delta ABM \sim \Delta ACB$

$$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AM}{AB}, \exists \mathbb{P} \frac{5}{AC} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore AC = \frac{25}{3}$$

∴圆的半径为:
$$\frac{1}{2}AC = \frac{25}{6}$$

②四边形 ABED 是菱形,

$$\therefore AB = AD = BE = DE = 5,$$

$$\therefore BM = MD = 4, AM = ME = 3$$

$$BD \perp AE, \angle BME = 90^{\circ}$$

$$\nabla BF \perp CD, \angle BFD = 90^{\circ}$$

$$\therefore \Delta BME \sim \Delta BFD$$

$$\therefore \frac{BE}{BD} = \frac{EM}{DF}, \exists \frac{5}{8} = \frac{3}{DF}$$

$$\therefore DF = \frac{24}{5}$$

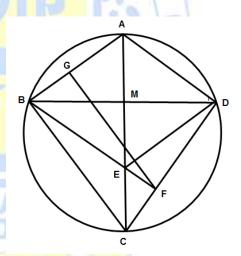
在 $Rt\Delta DEF$ 中, $EF^2 = DE^2 - DF^2$

$$\mathbb{E} F^2 = 5^2 - (\frac{24}{5})^2$$

$$\therefore EF = \frac{7}{5}, BF = \frac{32}{5}$$

$$\therefore AB//DE, \therefore \angle ABF = \angle DEF$$

作 $FG \perp AB$, 交AB 于点G



$$\therefore \angle BGF = \angle EFD = 90^{\circ}$$

 $\therefore \Delta BGF \sim \Delta EFD$

$$\therefore \frac{BF}{DE} = \frac{FG}{DF} \quad \therefore \frac{\frac{32}{5}}{\frac{5}{5}} = \frac{FG}{\frac{24}{5}}$$

$$\therefore FG = \frac{768}{125}$$

∴F 到 AB 的距离为 $\frac{768}{125}$

【明师教育中考研究院独家点评】: 本题目属于新定义习题,是过去 10 年的广州市中考都没有出现过的题型。第一问考察的知识点是全等三角形的证明和等腰三角形三线合一的性质,考题难度较低,学生很容易能拿到相应的分数。第二问则考察了四点共圆的情况下,圆半径的计算问题,这个小问的求解方式很多,考生可以使用相似比或勾股定理进行计算。第三问的求解方式更多,考生可以使用相似比或勾股定理或等面积法进行计算,只要考生言之成理,改卷老师都会按照步骤给出相应的得分

25. (本小题满分 14 分)

已知O为坐标原点,抛物线 $y_1 = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 与x轴相交于点

 $A(x_1,0), B(x_2,0)$, 与y轴交于点C, 且O,C两点间的距离为3, $x_1 \cdot x_2 < 0$,

$$|x_1| + |x_2| = 4$$
, $\triangle A$, C 在直线 $y_2 = -3x + t$.

- (1) 求点C的坐标;
- (2) 当y, 随着x 的增大而增大时,求自变量x 的取值范围;
- (3) 当抛物线 y_1 向左平移 n(n>0) 个单位,记平移后 y 随着 x 的增大而增大的部分为 P,

直线 y_2 向下平移 n 个单位,当平移后的直线与 P 有公共点时,求 $2n^2-5n$ 的最小值.

【答案】:解: (1) 令x = 0, 则y = c; ∴ C(0,c)

$$\because OC$$
 的距离为 3, $\therefore |c| = 3$, 即 $c = \pm 3$

∴
$$C(0,3)$$
 或 $C(0,-3)$

(2) $: x_1 x_2 < 0 : x_1, x_2$ 异号

①若
$$C(0,3)$$
,即 $c=3$

把
$$C(0,3)$$
代入 $y_2 = -3x + t$,则 $0 + t = 3$,即 $t = 3$

$$y_2 = -3x + 3$$

把
$$A(x_1,0)$$
 代入 $y_2 = -3x + 3$,则 $-3x_1 + 3 = 0$,即 $x_1 = 1$

A(1,0)

$$x_1, x_2$$
 异号, $x_1 = 1 > 0$... $x_2 < 0$

$$|x_1| + |x_2| = 4$$
 ∴ $1 - x_2 = 4$, $x_2 = -3$, $\bigcup B(-3,0)$

代入
$$y_1 = ax^2 + bx + 3$$
 得,
$$\begin{cases} a+b+3=0 \\ 9a-3b+3=0 \end{cases}$$
 解得:
$$\begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases}$$

$$\therefore y_1 = -x^2 - 2x + 3 = -(x+1)^2 + 4$$
,则当 $x \le -1$ 时, y 随 x 增大而增大。

②若C(0,-3),即c=-3

把
$$C(0,-3)$$
代入 $y_2 = -3x+t$,则 $0+t = -3$,即 $t = -3$

$$y_2 = -3x - 3$$

把
$$A(x_1,0)$$
 代入 $y_2 = -3x - 3$,则 $-3x_1 - 3 = 0$,即 $x_1 = -1$

A(-1,0)

$$x_1, x_2$$
 异号, $x_1 = -1 < 0$ $x_2 > 0$

$$|x_1| + |x_2| = 4$$
 ∴ $1 + x_2 = 4, x_2 = 3$, $\bigcup B(3,0)$

代入
$$y_1 = ax^2 + bx + 3$$
 得,
$$\begin{cases} a - b - 3 = 0 \\ 9a + 3b - 3 = 0 \end{cases}$$
 解得:
$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

∴
$$y_1 = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$
,则当 $x \ge 1$ 时, y 随 x 增大而增大。

综上所述,若c=3,当y随x增大而增大时, $x \le -1$

若 c = -3, 当 y 随 x 增大而增大时, $x \ge 1$

(3) ①若
$$c=3$$
,则 $y_1=-x^2-2x+3=-(x+1)^2+4$, $y_2=-3x+3$

$$y_1$$
 向左平移 n 个单位后则解析式为: $y_3 = -(x+1+n)^2 + 4$

则当
$$x \le -1 - n$$
时, y 随 x 增大而增大.

 y_2 向下平移ⁿ个单位后则解析式为: $y_4 = -3x + 3 - n$

要使平移后直线与P有公共点,则当x = -1 - n, $y_3 \ge y_4$

即
$$-(-1-n+1+n)^2+4 \ge -3(-1-n)+3-n$$
,解得, $n \le -1$

: n > 0, $: n \le -1$ 不符合条件, 应舍去。

②若
$$c=-3$$
,则 $y_1=x^2-2x-3=(x-1)^2-4$, $y_2=-3x-3$

 y_1 向左平移 ⁿ 个单位后则解析式为: $y_3 = (x-1+n)^2 - 4$

则当 $x \ge 1-n$ 时,y随x增大而增大.

 y_2 , 向下平移ⁿ个单位后则解析式为: $y_4 = -3x - 3 - n$

要使平移后直线与P有公共点,则当x=1-n, $y_4 \ge y_3$

即
$$-3(1-n)-3-n \ge (1-n-1+n)^2-4$$
,解得: $n \ge 1$

综上所述, $n \ge 1$

$$2n^2 - 5n = 2\left(n - \frac{5}{4}\right)^2 - \frac{25}{8},$$

∴ 当
$$n = \frac{5}{4}$$
 时, $2n^2 - 5n$ 的最小值为 $-\frac{25}{8}$

【明师教育中考研究院独家点评】: 本题目从第一个问就开始分类讨论,也是过去 10 年的广州市中考都没有出现过的题型。第二问要求学生有完整的函数画图思维,并懂得用题中所给的一次函数求出相应的 A,C 点的坐标,之后再求出二次函数的解析式,最后再判断 x 的取值范围,但要注意分类讨论。第三问考察了函数的平移,还有字母型整式的计算,画图及计算难度都很大,具有很好的区分度