

西南交通大学 2017—2018 学年第 (一) 学期考试试卷

课程代码 1271046 课程名称 高等数学 BI (A 卷) 考试时间 120 分钟

题号	一	二	三	四	五	总成绩
得分						

阅卷教师签字: _____

一. 选择题 (每小题 4 分, 共 16 分)

- 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列无穷小中与 x^2 为同阶无穷小的是 ().
 (A) $1 - e^x$; (B) $\ln(1 - x^3)$;
 (C) $\arcsin(2x^2)$; (D) $\sqrt{1 + x^4} - 1$.
- 函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 的某邻域内连续, 且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x \sin x} = -1$, 则以下说法正确的是 ().
 (A) $x=0$ 是 $f(x)$ 的极大值点; (B) $x=0$ 是 $f(x)$ 的极小值点;
 (C) $f(x)$ 在 $x=0$ 处不可导; (D) $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 但 $f'(0) \neq 0$.
- 曲线 $y = x(x-1)(x-2)$ 与 x 轴所围图形的面积为 ().
 (A) $\int_0^2 x(x-1)(x-2)dx$; (B) $\int_0^1 x(x-1)(x-2)dx - \int_1^2 x(x-1)(x-2)dx$;
 (C) $\int_0^1 x(x-1)(x-2)dx$; (D) $\int_1^2 x(x-1)(x-2)dx - \int_0^1 x(x-1)(x-2)dx$.
- 设方程 $y' + P(x)y = Q(x)$ 有两个不同的解 $y_1(x)$, $y_2(x)$, C 为任意常数, 则方程通解为: ().
 (A) $C[y_1(x) - y_2(x)]$; (B) $y_1(x) + C[y_1(x) + y_2(x)]$;
 (C) $C[y_1(x) + y_2(x)]$; (D) $y_1(x) + C[y_1(x) - y_2(x)]$.

二. 填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

- 设 $y = y(x)$ 是由方程 $xy + e^y = x + 1$ 所确定的隐函数, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} =$ _____.
- 设 $F(x)$ 是 $\frac{\sin x}{x}$ 的一个原函数, 则 $dF(x^2) =$ _____.
- 微分方程 $xy' + y = 0$ 满足条件 $y(1) = 1$ 的解是 _____.
- $\int_0^{+\infty} \frac{e^x dx}{1 + e^{2x}} =$ _____.

9、曲线 $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$ 的凸区间是_____.

三. 计算题 (每小题 7 分, 共 21 分)

10、计算极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\tan 2x} \ln(1+t^2) dt}{x^2 \sin 2x}$.

11、计算定积分 $I = \int_0^{\pi} \sqrt{\sin^3 x - \sin^5 x} dx$.

12、计算不定积分 $I = \int \sin(\ln x) dx$.

四. 解答题 (每小题 10 分, 共 30 分)

13、求 $y'' + 4y = 3\sin x$ 的一条积分曲线, 使其与曲线 $y = \tan 3x$ 相切于原点.

14、求由平面曲线 $y = x \sin x$ 与 $y = x (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2})$ 所围图形的面积, 以及此图形绕 x 轴旋转而成的旋转体体积.

15、有一个体积为 V 的无盖圆柱形容器, 问如何确定底面半径和容器高的比例使容器的表面积最小?

五. 证明题 (第 16 题 6 分, 第 17 题 7 分, 共 13 分)

16、证明: 方程 $\int_a^x \frac{e^t}{1+t^2} dt + \int_b^x \frac{e^{-t}}{1+t^2} dt = 0$ 在区间 (a, b) 内有且只有一个实根.

17、设函数 $f(x)$ 在 $[0, 1]$ 上连续, 在 $(0, 1)$ 内可导, 且满足 $f(1) = 2 \int_0^{0.5} x e^{1-x} f(x) dx$, 证明: 至少存在一点 $\xi \in (0, 1)$ 使得 $f'(\xi) = (1 - \xi^{-1}) f(\xi)$.