ФОРМАЛЬНЫЕ ЯЗЫКИ

Домашнее задание №4

Громов Павел

21 марта 2020 г.

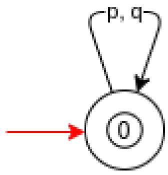
Задание 1

Условие: доказать или опровергнуть свойство регулярных выражений:

$$\forall p, q \text{ — регулярные выражения} : (p \mid q)^* = p^*(qp^*)^*$$

Решение: можно заметить, что автомат $(p \mid q)^*$ распознает все строки, которые состоят из p и q, так как на кждом шаге * мы выбираем один из двух символов (или пустота). Теперь осталось определить, возможно ли получить любую строку из символов p и q вторым автоматом. Рассмотрим для начала скобку, по ней можем определить, что можно вывести любую стоку из p и q, но которая никогда не начинается на p. Таким образом, если мы добавим к скобке p^*, то $\rightarrow$ мы можем вывести любую строку из данного набора символа.

Также построим минимальный детерминированный автомат и убедимся, что для обоих регулярных выражений он подходит, а значит они эквивалетные.



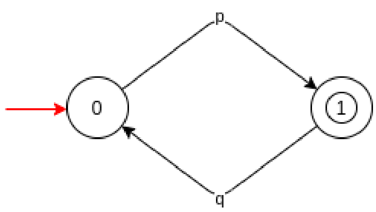
Задание 2

Условие: доказать или опровергнуть свойство регулярных выражений:

$$\forall p, q \text{ — регулярные выражения} : (pq)^*p = p(qp)^*$$

Решение: можно заметить, что в данном случае выражение в скобка в слева отзеркалены выражению в скобках справа. Оба регулярных выражения соответствуют строке, которая начнается на p, а после чередуются q и p. Слева от равенства сначала происходит повторение pq, а после заканчивается на p. А справа наоборот, сначала начало на p, и после чередование qp. Таким образом они эквивалентны.

Также построим минимальный детерминированный автомат и убедимся, что для обоих регулярных выражений он подходит, а значит они эквивалетные.



Задание 3

Условие: доказать или опровергнуть свойство регулярных выражений:

$$\forall p, q \text{ — регулярные выражения} : (pq)^* = p^*q^*$$

Решение: приведем контр-пример.
Первый автомат распознает строку вида $pqpq$, а второй нет.
И наоборот, второй автомат распознает строку вида p, а первый не распознает.

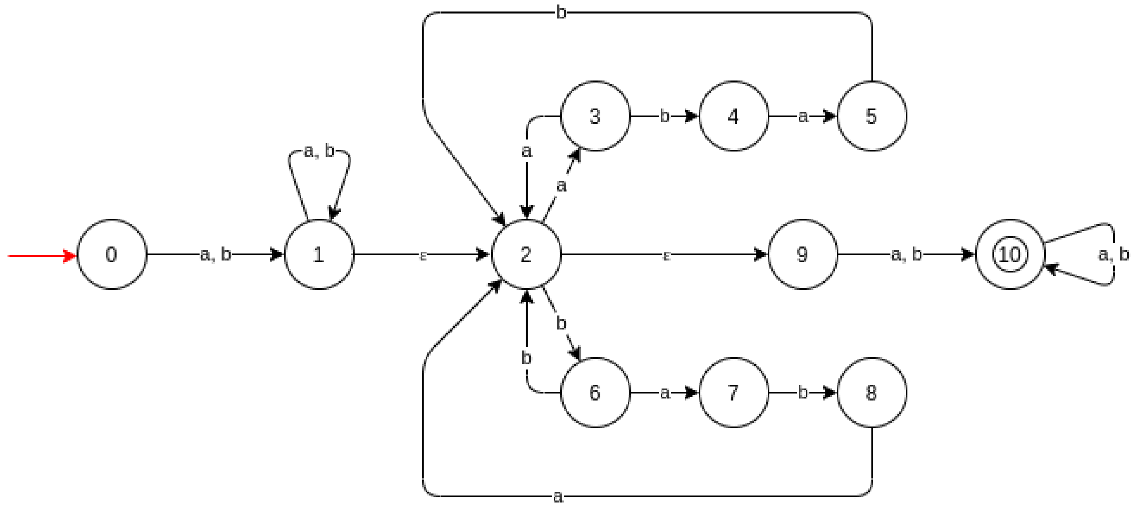
Задание 4

Условие: для регулярного выражения:

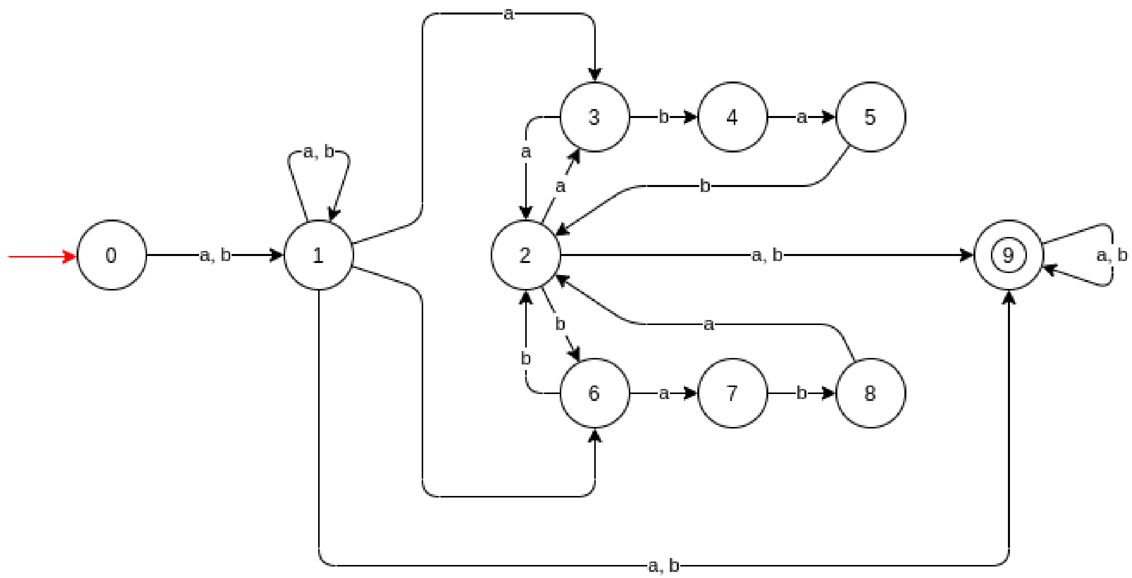
$$(a \mid b)^+(aa \mid bb \mid abab \mid baba)^*(a \mid b)^+$$

Построить эквивалентные:

1. Недетерминированный конечный автомат



2. Недетерминированный конечный автомат без ε-переходов



3. Минимальный полный детерминированный конечный автомат
   Оказалось, что если упростить регулярное выражение, то все становится проще...
   Таким образом, заметим, что регулярное выражение

$$(aa \mid bb \mid abab \mid baba)^*$$

   может быть записано через

$$(a \mid b)^*$$

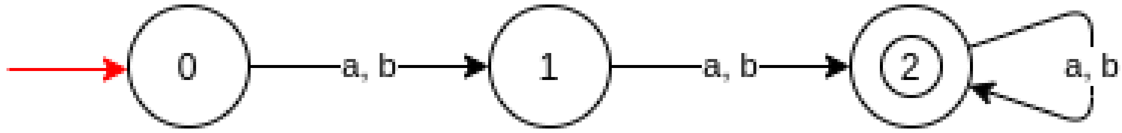
   (более корректно, скажем, что первый автомат может быть представлен через второй, то есть он является подавтоматом второго (не знаю, можно ли так утверждать :D)).
   Таким образом, автомат

$$(a \mid b)^+(aa \mid bb \mid abab \mid baba)^*(a \mid b)^+$$

   можно свести к автомату

$$(a \mid b)(a \mid b)(a \mid b)^*$$

   и для такого регулярного выражения будет намного проще построить минимальный полный детерминированный конечный автомат.
   Данный переход корректен, так как слева и справа от регулярного выражения $(aa \mid bb \mid abab \mid baba)^*$ стоят $(a \mid b)^+$, которые также можно записать через $(a \mid b)^*$.


0
a, b
1
a, b
2
a, b