ФОРМАЛЬНЫЕ ЯЗЫКИ
Домашнее задание №4

Громов Павел

23 марта 2020 г.

Задание 1

Условие: доказать или опровергнуть свойство регулярных выражений:

$$\forall p, q \text{ — регулярные выражения} : (p \mid q)^* = p^*(qp^*)^*$$

Решение: можно заметить, что автомат $(p \mid q)^*$ задает любой автомат, который состоит только из p и q при любой расстановке. Докажем, что тоже самое можем получить из $p^*(qp^*)^*$.

Регулярное выражение $(qp^*)^*$ может задать любую регулярку, которая состоить из p и q, но не начинается на p. Таким образом p^* решает данную проблему, и мы также можем построить любую регулярку из p и q. Следовательно свойство доказано.

Задание 2

Условие: доказать или опровергнуть свойство регулярных выражений:

$$\forall p, q \text{ — регулярные выражения} : (pq)^*p = p(qp)^*$$

Решение: попробуем доказать то, что какое либо не взяли слева регуряное выражение (т.е. раскрывали *), то всегда можем привести эквивалентное справа (и в обратную сторону тоже).

Воспользуюсь высказыванием: «если строка принимается выражением p^*, значит существует такой n, что строка принимается выражением p^n»

0) Посмотрим на регулярное выражение p, которое можем получить слева, если $(pq)^*$ - задают ничего. Тогда справа мы тоже сможем получить p, если $(qp)^*$.

1) Если слева получим pqp, то справа тоже можем раскрыть скобки и получить эквивалентное.

n) $(pq)^n p$ раскрыв, мы получим строку в которой p встречается $n+1$ раз, а q - n раз, а также p стоит на границах. Если посмотрим на регулярное выражение $p(qp)^*$, то получится тоже самое, а именно $p(qp)^n$, где на границах будут стоять p, и частота встречаемости p - $n+1$, а q - n

Следовательно свойство доказано.

Задание 3

Условие: доказать или опровергнуть свойство регулярных выражений:

$$\forall p, q \text{ — регулярные выражения} : (pq)^* = p^*q^*$$

Решение: пусть регулярное выражение p задает слово w_1, а регулярное выражение q - слово w_2. Таким образом слово $w_1w_2w_1w_2$ может быть распознано первым регулярным выражением, а вторым нет. Следовательно, свойство опровергнуто.

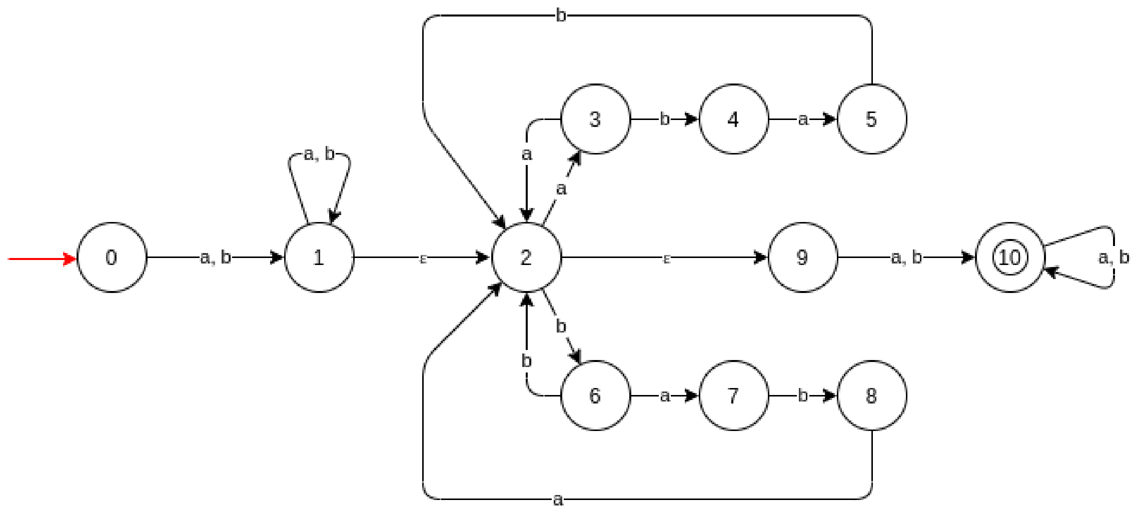
Задание 4

Условие: для регулярного выражения:

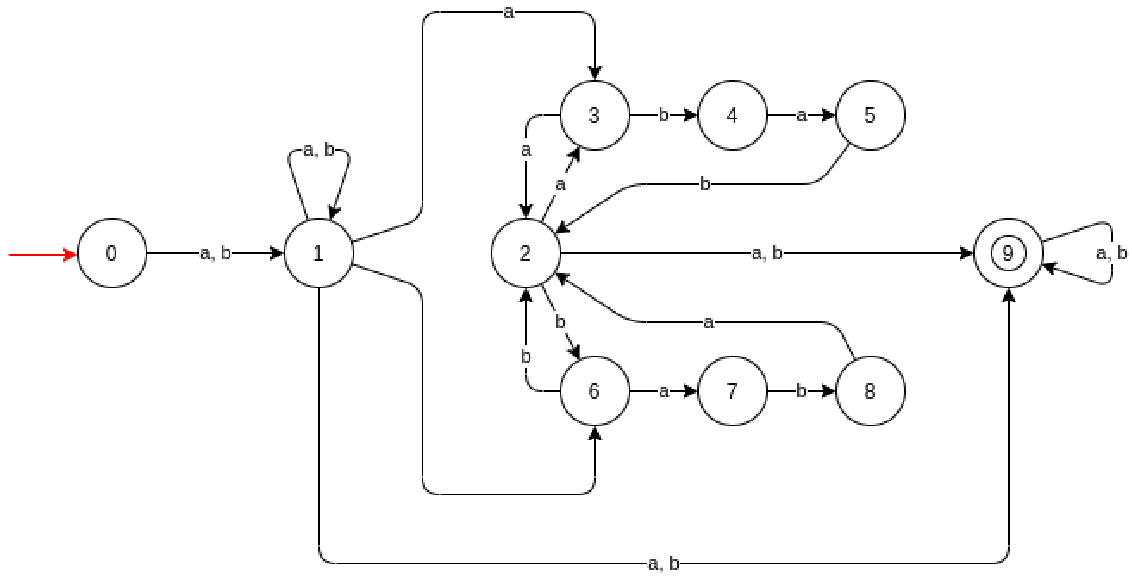
$$(a \mid b)^+(aa \mid bb \mid abab \mid baba)^*(a \mid b)^+$$

Построить эквивалентные:

1. Недетерминированный конечный автомат



2. Недетерминированный конечный автомат без ε-переходов



3. Минимальный полный детерминированный конечный автомат
Оказалось, что если упростить регулярное выражение, то все становится проще...
Таким образом, заметим, что регулярное выражение

$$(aa \mid bb \mid abab \mid baba)^*$$

может быть записано через

$$(a \mid b)^*$$

(более корректно, скажем, что первый автомат может быть представлен через второй, то есть он является подавтоматом второго (не знаю, можно ли так утверждать :D)).
Таким образом, автомат

$$(a \mid b)^+(aa \mid bb \mid abab \mid baba)^*(a \mid b)^+$$

можно свести к автомату

$$(a \mid b)(a \mid b)(a \mid b)^*$$

и для такого регулярного выражения будет намного проще построить минимальный полный детерминированный конечный автомат.
Данный переход корректен, так как слева и справа от регулярного выражения $(aa \mid bb \mid abab \mid baba)^*$ стоят $(a \mid b)^+$, которые также можно записать через $(a \mid b)^*$.