Секулярни пертурбации на наклоненостите и дължините на възлите. Резултати на Стокуел.

Аналогично на ексцентричните променливи обличните променливи

$$(p_0, \ldots, p_8) := p, \qquad (q_0, \ldots, q_8) := q.$$

удовлетворяват 18 ОДУ от първи ред с постоянни коефициенти

$$\dot{p} \;=\; Rq, \qquad \dot{q} \;=\; -Rp \tag{1}$$

$$R_{js} = R_{sj} = \frac{Gm_j m_s}{2L_j^{\frac{3}{2}} L_s^{\frac{3}{2}}} B_2(a_j, a_s) = \frac{Gm_j m_s}{a_j^{\frac{3}{4}} a_s^{\frac{3}{4}}} \int_0^{2\pi} \frac{\cos\varphi}{(\frac{a_j}{a_s} + \frac{a_s}{a_j} - 2\cos\varphi)^{\frac{3}{2}}}\, d\varphi\,,$$

при $s \neq j$ и,

$$R_{ss} = -\sum_{j\neq s} \frac{Gm_j m_s}{2L_j L_s^2} B_1(a_0, a_8) = -\frac{Gm_s}{a_j^{\frac{3}{4}} a_s^{\frac{3}{4}}} \sum_{j\neq s} \frac{m_j}{\sqrt{a_j}} \int_0^{2\pi} \frac{\cos\varphi}{(\frac{a_j}{a_s} + \frac{a_s}{a_j} - 2\cos\varphi)^{\frac{3}{2}}}\, d\varphi\,.$$

Аналогично на ексцентричния случай, решението на (1) е

$$\left|\begin{array}{l} \sin i_s.\cos\Theta_s = M_{s0}\cos(v_0 t + \delta_0) + M_{s1}\cos(v_1 t + \delta_1) + \ldots + M_{s8}\cos(v_8 t + \delta_8) \\ \sin i_s.\sin\Theta_s = M_{s0}\sin(v_0 t + \delta_0) + M_{s1}\sin(v_1 t + \delta_1) + \ldots + M_{s8}\sin(v_8 t + \delta_8) \end{array}\right.$$

където константните M_{sj}, ν_s, δ_s зависят от началните условия.

Изключвайки Слънцето, Стокуел пресмята тези три константи за $s \geq 1$. Ако са известни координатите и масите на планетите, масата на Слънцето и при положение, че центъра на тежестта на Слънчевата система е в координатното начало, то лесно може да възстановим координатите на Слънцето. В таблиците долу са вписани резултатите на Стокуел с точност до четвъртия знак след десетичната запетая. Максималната нaклоненост на s-та планета е сума от модулите на M_{sj}. Минималната наклоненост се получава от най-голямата по модул наклоненост като от нея извадим модулите на всички останали; ако полученото число е отрицателно, ще считаме, че минималната наклоненост е нула и съответната планета няма средно движение на възела. Такива планети са само Венера, Земя и Марс. Периодът T на обиколката на възела се получава по формулата $T_s = \frac{2\pi}{\nu_{j0}}$, където долния индекс j0 отговаря на максималната наклоненост т.е. $max M_{sj} = M_{sj0}$. С тире са означени неизвестни засега стойности.

Таблица 1

ν	δ		Меркурий	Венера	Земя
$-5'', 126$	$21\,°6'26''$	M_{1j}	$+0,121$	$+0,0148$	$+0,0106$
$-6'', 592$	$132\,°40'57''$	M_{2j}	$+0,0283$	$-0,0078$	$-0,0063$
$-17'', 393$	$292\,°49'55''$	M_{3j}	$+0,0015$	$-0,0084$	$+0,0069$
$-18'', 408$	$252\,°45'8''$	M_{4j}	$+0,0036$	$-0,0224$	$+0,0244$
$-0'', 661$	$20\,°31'24''$	M_{5j}	$+0,0014$	$+0,0013$	$+0,0013$
$-2'', 916$	$135\,°56'10''$	M_{6j}	$+0,0031$	$+0,0018$	$+0,0016$
$-25'', 934$	$306\,°19'21''$	M_{7j}	$-0,0002$	$-0,0002$	$-0,0027$
		M_{8j}	$0,0002$	$0,0003$	$0,0001$

	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун
M_{1j}	$+0,0021$	$-0,0000$	$+0,0000$	$+0,0000$	$+0,0021$
M_{2j}	$-0,0013$	$+0,0000$	$-0,0000$	$-0,0000$	$-0,0013$
M_{3j}	$+0,0506$	$-0,0000$	$+0,0000$	$+0,0000$	$+0,0506$
M_{4j}	$-0,0375$	$-0,0000$	$-0,0000$	$+0,0000$	$-0,0375$
M_{5j}	$+0,0012$	$+0,0011$	$-0,0011$	$-0,0117$	$+0,0012$
M_{6j}	$+0,0011$	$+0,0007$	$-0,0176$	$+0,0019$	$+0,0011$
M_{7j}	$-0,0094$	$-0,01569$	$+0,0006$	$+0,0000$	$-0,0092$
M_{8j}	$0,0004$	$0,0001$	$0,0002$	$0,0001$	$0,0004$

Таблица 2

	Меркурий	Венера	Земя	Марс	Юпитер	Сатурн	Уран	Нептун
$\sum_s \|M_{s,j}\| = \max(\sin i_s)$	$9°10'41''$	$3°16'18''$	$3°6'0''$	$5°56'2''$	$0°28'56''$	$1°0'39''$	$1°7'10''$	$0°47'21''$
$\min(\sin i_s)$	$4°44'27''$	0	0	0	$0°14'23''$	$0°47'16''$	$0°54'25''$	$0°33'43''$
средно движение на възела (за година)	$-5'',126$	-	-	-	$-25'',9346$	$-25'',9346$	$-2'',91608$	$-0'',66166$
T – обиколка на възела	252 823 г.	-	-	-	49 972 г.	49 972 г.	444 432 г.	1 958 709 г.

Цачо Рабчев kalavera@abv.bg
Асен Лашков assenmath@hotmail.com