

# Activités Mentales

24 Août 2023

# Question 1

On définit l'équation  $(E) : \frac{-2x-4}{-4x+1} = \frac{-3x-1}{-6x-4}$ .

- 1 Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  l'équation  $(E)$  existe-t-elle ?
- 2 Montrer que  $(E) \Leftrightarrow \frac{31x+17}{(-4x+1)(-6x-4)} = 0$ .
- 3 En déduire les solutions de  $(E)$ .

## Question 2

On définit l'équation  $(E) : \frac{-6x-2}{2x-6} = \frac{-12x+4}{4x-4}$ .

- 1 Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  l'équation  $(E)$  existe-t-elle ?
- 2 Montrer que  $(E) \Leftrightarrow \frac{-64x+32}{(2x-6)(4x-4)} = 0$ .
- 3 En déduire les solutions de  $(E)$ .

## Question 3

On définit l'équation  $(E) : \frac{6x-1}{-x-4} = \frac{24x+6}{-4x-2}$ .

- 1 Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  l'équation  $(E)$  existe-t-elle ?
- 2 Montrer que  $(E) \Leftrightarrow \frac{94x+26}{(-x-4)(-4x-2)} = 0$ .
- 3 En déduire les solutions de  $(E)$ .

## Question 4

On définit l'équation  $(E) : \frac{6x+5}{-4x+6} = \frac{9x+3}{-6x-4}$ .

- 1 Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  l'équation  $(E)$  existe-t-elle ?
- 2 Montrer que  $(E) \Leftrightarrow \frac{-96x-38}{(-4x+6)(-6x-4)} = 0$ .
- 3 En déduire les solutions de  $(E)$ .

## Question 5

On définit l'équation  $(E) : \frac{4x+2}{-2x-3} = \frac{-6x-6}{3x-4}$ .

- 1 Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  l'équation  $(E)$  existe-t-elle ?
- 2 Montrer que  $(E) \Leftrightarrow \frac{-40x-26}{(-2x-3)(3x-4)} = 0$ .
- 3 En déduire les solutions de  $(E)$ .

# Correction 1

On définit l'équation  $(E) : \frac{-2x-4}{-4x+1} = \frac{-3x-1}{-6x-4}$ .

- 1 Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  l'équation  $(E)$  existe-t-elle ?
  - 2 Montrer que  $(E) \Leftrightarrow \frac{31x+17}{(-4x+1)(-6x-4)} = 0$ .
  - 3 En déduire les solutions de  $(E)$ .
- 1 On cherche les valeurs interdites. Pour cela les dénominateurs ne doivent pas valoir 0 car on ne peut pas diviser par 0.

On résout :

$$\begin{array}{ll} -4x+1 = 0 & -6x-4 = 0 \\ \Leftrightarrow -4x = -1 & \Leftrightarrow -6x = 4 \\ \Leftrightarrow x = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4} & \Leftrightarrow x = \frac{4}{-6} = \frac{-2}{3} \end{array}$$

Donc l'équation  $(E)$  existe pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{4}; \frac{-2}{3} \right\}$ .

- ② On veut obtenir 0 dans le membre de droite, et une seule fraction à gauche :

$$\begin{aligned}
 & \frac{-2x-4}{-4x+1} - \frac{-3x-1}{-6x-4} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{(-2x-4)(-6x-4) - (-3x-1)(-4x+1)}{(-4x+1)(-6x-4)} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{12x^2 + 8x + 24x + 16 - (+12x^2 + 4x - 3x - 1)}{(-4x+1)(-6x-4)} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{31x + 17}{(-4x+1)(-6x-4)} = 0
 \end{aligned}$$



- ② C'est une équation quotient nul, on utilise donc la Règle du Quotient Nul :

$$\begin{aligned}
 & \frac{-2x-4}{-4x+1} = \frac{-3x-1}{-6x-4} \\
 \Leftrightarrow & \frac{31x+17}{(-4x+1)(-6x-4)} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{array}{lcl} 31x+17 = 0 & \text{et} & (-4x+1)(-6x-4) \neq 0 \\ 31x = -17 & \text{et} & -4x+1 \neq 0 \quad \text{et} \quad -6x-4 \neq 0 \\ x = \frac{-17}{31} & \text{et} & x \neq \frac{1}{4} \quad \text{et} \quad x \neq \frac{-2}{3} \end{array}
 \end{aligned}$$

$$\frac{-17}{31} \text{ n'est pas une valeur interdite donc } S = \left\{ \frac{-17}{31} \right\}.$$

## Correction 2

On définit l'équation  $(E) : \frac{-6x-2}{2x-6} = \frac{-12x+4}{4x-4}$ .

- 1 Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  l'équation  $(E)$  existe-t-elle ?
  - 2 Montrer que  $(E) \Leftrightarrow \frac{-64x+32}{(2x-6)(4x-4)} = 0$ .
  - 3 En déduire les solutions de  $(E)$ .
- 1 On cherche les valeurs interdites. Pour cela les dénominateurs ne doivent pas valoir 0 car on ne peut pas diviser par 0.

On résout :

$$2x-6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = 6$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6}{2} = 3$$

$$4x-4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{4} = 1$$

Donc l'équation  $(E)$  existe pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{3; 1\}$ .

- ② On veut obtenir 0 dans le membre de droite, et une seule fraction à gauche :

$$\begin{aligned}
 & \frac{-6x-2}{2x-6} = \frac{-12x+4}{4x-4} \\
 \Leftrightarrow & \frac{-6x-2}{2x-6} - \frac{-12x+4}{4x-4} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{(-6x-2)(4x-4) - (-12x+4)(2x-6)}{(2x-6)(4x-4)} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{-24x^2 + 24x - 8x + 8 - (-24x^2 + 8x + 72x - 24)}{(2x-6)(4x-4)} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{-64x + 32}{(2x-6)(4x-4)} = 0
 \end{aligned}$$

- ② C'est une équation quotient nul, on utilise donc la Règle du Quotient Nul :

$$\begin{aligned}
 & \frac{-6x-2}{2x-6} = \frac{-12x+4}{4x-4} \\
 \Leftrightarrow & \frac{-64x+32}{(2x-6)(4x-4)} = 0 \\
 \Leftrightarrow & -64x+32 = 0 \quad \text{et} \quad (2x-6)(4x-4) \neq 0 \\
 \Leftrightarrow & -64x = -32 \quad \text{et} \quad 2x-6 \neq 0 \quad \text{et} \quad 4x-4 \neq 0 \\
 \Leftrightarrow & x = \frac{1}{2} \quad \text{et} \quad x \neq 3 \quad \text{et} \quad x \neq 1
 \end{aligned}$$

$\frac{1}{2}$  n'est pas une valeur interdite donc  $S = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ .

## Correction 3

On définit l'équation  $(E) : \frac{6x-1}{-x-4} = \frac{24x+6}{-4x-2}$ .

- 1 Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  l'équation  $(E)$  existe-t-elle ?
  - 2 Montrer que  $(E) \Leftrightarrow \frac{94x+26}{(-x-4)(-4x-2)} = 0$ .
  - 3 En déduire les solutions de  $(E)$ .
- 1 On cherche les valeurs interdites. Pour cela les dénominateurs ne doivent pas valoir 0 car on ne peut pas diviser par 0.

On résout :

$$-x-4 = 0$$

$$\Leftrightarrow -x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{-1} = -4$$

$$-4x-2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -4x = 2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$$

Donc l'équation  $(E)$  existe pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4; -\frac{1}{2}\}$ .

- ② On veut obtenir 0 dans le membre de droite, et une seule fraction à gauche :

$$\begin{aligned}
 & \frac{6x-1}{-x-4} - \frac{24x+6}{-4x-2} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{6x-1}{-x-4} - \frac{24x+6}{-4x-2} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{(6x-1)(-4x-2) - (24x+6)(-x-4)}{(-x-4)(-4x-2)} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{-24x^2 - 12x + 4x + 2 - (-24x^2 - 6x - 96x - 24)}{(-x-4)(-4x-2)} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{94x + 26}{(-x-4)(-4x-2)} = 0
 \end{aligned}$$

- ② C'est une équation quotient nul, on utilise donc la Règle du Quotient Nul :

$$\begin{aligned} & \frac{6x-1}{-x-4} = \frac{24x+6}{-4x-2} \\ \Leftrightarrow & \frac{94x+26}{(-x-4)(-4x-2)} = 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{array}{lcl} 94x+26 = 0 & \text{et} & (-x-4)(-4x-2) \neq 0 \\ 94x = -26 & \text{et} & -x-4 \neq 0 \quad \text{et} \quad -4x-2 \neq 0 \\ x = \frac{-13}{47} & \text{et} & x \neq -4 \quad \text{et} \quad x \neq \frac{-1}{2} \end{array} \end{aligned}$$

$$\frac{-13}{47} \text{ n'est pas une valeur interdite donc } S = \left\{ \frac{-13}{47} \right\}.$$

## Correction 4

On définit l'équation  $(E) : \frac{6x+5}{-4x+6} = \frac{9x+3}{-6x-4}$ .

① Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  l'équation  $(E)$  existe-t-elle ?

② Montrer que  $(E) \Leftrightarrow \frac{-96x-38}{(-4x+6)(-6x-4)} = 0$ .

③ En déduire les solutions de  $(E)$ .

① On cherche les valeurs interdites. Pour cela les dénominateurs ne doivent pas valoir 0 car on ne peut pas diviser par 0.

On résout :

$$-4x+6 = 0$$

$$\Leftrightarrow -4x = -6$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2}$$

$$-6x-4 = 0$$

$$\Leftrightarrow -6x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3}$$

Donc l'équation  $(E)$  existe pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{3}{2}; -\frac{2}{3} \right\}$ .



- ② On veut obtenir 0 dans le membre de droite, et une seule fraction à gauche :

$$\begin{aligned}
 & \frac{6x+5}{-4x+6} - \frac{9x+3}{-6x-4} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{6x+5}{-4x+6} - \frac{9x+3}{-6x-4} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{(6x+5)(-6x-4) - (9x+3)(-4x+6)}{(-4x+6)(-6x-4)} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{-36x^2 - 24x - 30x - 20 - (-36x^2 - 12x + 54x + 18)}{(-4x+6)(-6x-4)} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{-96x - 38}{(-4x+6)(-6x-4)} = 0
 \end{aligned}$$

- ② C'est une équation quotient nul, on utilise donc la Règle du Quotient Nul :

$$\begin{aligned}
 & \frac{6x+5}{-4x+6} = \frac{9x+3}{-6x-4} \\
 \Leftrightarrow & \frac{-96x-38}{(-4x+6)(-6x-4)} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \quad -96x-38 = 0 \quad \text{et} \quad (-4x+6)(-6x-4) \neq 0 \\
 \Leftrightarrow & \quad -96x = +38 \quad \text{et} \quad -4x+6 \neq 0 \quad \text{et} \quad -6x-4 \neq 0 \\
 \Leftrightarrow & \quad x = \frac{-19}{48} \quad \text{et} \quad x \neq \frac{3}{2} \quad \text{et} \quad x \neq \frac{-2}{3}
 \end{aligned}$$

$\frac{-19}{48}$  n'est pas une valeur interdite donc  $S = \left\{ \frac{-19}{48} \right\}$ .

## Correction 5

On définit l'équation  $(E) : \frac{4x+2}{-2x-3} = \frac{-6x-6}{3x-4}$ .

① Pour quelle(s) valeur(s) de  $x$  l'équation  $(E)$  existe-t-elle ?

② Montrer que  $(E) \Leftrightarrow \frac{-40x-26}{(-2x-3)(3x-4)} = 0$ .

③ En déduire les solutions de  $(E)$ .

① On cherche les valeurs interdites. Pour cela les dénominateurs ne doivent pas valoir 0 car on ne peut pas diviser par 0.

On résout :

$$-2x-3 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2x = 3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$$

$$3x-4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$$

Donc l'équation  $(E)$  existe pour  $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{3}{2}; \frac{4}{3} \right\}$ .

- ② On veut obtenir 0 dans le membre de droite, et une seule fraction à gauche :

$$\begin{aligned}
 & \frac{4x+2}{-2x-3} - \frac{-6x-6}{3x-4} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{4x+2}{-2x-3} - \frac{-6x-6}{3x-4} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{(4x+2)(3x-4) - (-6x-6)(-2x-3)}{(-2x-3)(3x-4)} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{12x^2 - 16x + 6x - 8 - (+12x^2 + 12x + 18x + 18)}{(-2x-3)(3x-4)} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \frac{-40x - 26}{(-2x-3)(3x-4)} = 0
 \end{aligned}$$

- ② C'est une équation quotient nul, on utilise donc la Règle du Quotient Nul :

$$\begin{aligned}
 & \frac{4x+2}{-2x-3} = \frac{-6x-6}{3x-4} \\
 \Leftrightarrow & \frac{-40x-26}{(-2x-3)(3x-4)} = 0 \\
 \Leftrightarrow & \begin{array}{lcl} -40x-26 & = & 0 \\ -40x & = & +26 \\ x & = & \frac{-13}{20} \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{lcl} (-2x-3)(3x-4) & \neq & 0 \\ -2x-3 & \neq & 0 \\ x & \neq & \frac{-3}{2} \end{array} \quad \text{et} \quad \begin{array}{lcl} 3x-4 & \neq & 0 \\ x & \neq & \frac{4}{3} \end{array}
 \end{aligned}$$

$\frac{-13}{20}$  n'est pas une valeur interdite donc  $S = \left\{ \frac{-13}{20} \right\}$ .