

Activités Mentales

24 Août 2023

Question 1

Déterminer l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que

$$x^2 + y^2 - 14x + 20y + 148 = 0$$

et préciser les éléments caractéristiques de cet ensemble.

Question 2

Déterminer l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que

$$x^2 + y^2 + 10x + 2y + 22 = 0$$

et préciser les éléments caractéristiques de cet ensemble.

Question 3

Déterminer l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que

$$x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$$

et préciser les éléments caractéristiques de cet ensemble.

Question 4

Déterminer l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que

$$x^2 + y^2 - 10x - 16y + 8 = 0$$

et préciser les éléments caractéristiques de cet ensemble.

Question 5

Déterminer l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que

$$x^2 + y^2 - 18x + 4y + 69 = 0$$

et préciser les éléments caractéristiques de cet ensemble.

Correction 1

Montrons que l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x^2 + y^2 - 14x + 20y + 148 = 0$ est un cercle dont on précisera les caractéristiques (centre et rayon).

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 - 14x + 20y + 148 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 + y^2 + 2 \times (-7)x + 2 \times 10y + 148 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 + 2 \times (-7)x + (-7)^2 - (-7)^2 + y^2 + 2 \times 10y + 10^2 - 10^2 + 148 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x - 7)^2 + (y + 10)^2 - (-7)^2 - 10^2 + 148 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x - 7)^2 + (y + 10)^2 = 1 \\ \Leftrightarrow & (x - 7)^2 + (y + 10)^2 = 1^2 \end{aligned}$$

L'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x^2 + y^2 - 14x + 20y + 148 = 0$ est un cercle de centre $\Omega(7; -10)$ et de rayon $r = 1$

Correction 2

Montrons que l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x^2 + y^2 + 10x + 2y + 22 = 0$ est un cercle dont on précisera les caractéristiques (centre et rayon).

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 10x + 2y + 22 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 + y^2 + 2 \times 5x + 2 \times 1y + 22 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 + 2 \times 5x + 5^2 - 5^2 + y^2 + 2 \times 1y + 1^2 - 1^2 + 22 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x+5)^2 + (y+1)^2 - 5^2 - 1^2 + 22 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x+5)^2 + (y+1)^2 = 4 \\ \Leftrightarrow & (x+5)^2 + (y+1)^2 = 2^2 \end{aligned}$$

L'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x^2 + y^2 + 10x + 2y + 22 = 0$ est un cercle de centre $\Omega(-5; -1)$ et de rayon $r = 2$

Correction 3

Montrons que l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ est un cercle dont on précisera les caractéristiques (centre et rayon).

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 + y^2 + 2 \times (-2)x + 2 \times (-2)y + 4 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 + 2 \times (-2)x + (-2)^2 - (-2)^2 + y^2 + 2 \times (-2)y + (-2)^2 - (-2)^2 + 4 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x - 2)^2 + (y - 2)^2 - (-2)^2 - (-2)^2 + 4 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 4 \\ \Leftrightarrow & (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 2^2 \end{aligned}$$

L'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$ est un cercle de centre $\Omega(2; 2)$ et de rayon $r = 2$

Correction 4

Montrons que l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x^2 + y^2 - 10x - 16y + 8 = 0$ est un cercle dont on précisera les caractéristiques (centre et rayon).

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 - 10x - 16y + 8 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 + y^2 + 2 \times (-5)x + 2 \times (-8)y + 8 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 + 2 \times (-5)x + (-5)^2 - (-5)^2 + y^2 + 2 \times (-8)y + (-8)^2 - (-8)^2 + 8 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x - 5)^2 + (y - 8)^2 - (-5)^2 - (-8)^2 + 8 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x - 5)^2 + (y - 8)^2 = 8 + (-5)^2 + (-8)^2 \\ \Leftrightarrow & (x - 5)^2 + (y - 8)^2 = 9 \end{aligned}$$

L'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x^2 + y^2 - 10x - 16y + 8 = 0$ est un cercle de centre $\Omega(5; 8)$ et de rayon $r = 3$

Correction 5

Montrons que l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x^2 + y^2 - 18x + 4y + 69 = 0$ est un cercle dont on précisera les caractéristiques (centre et rayon).

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 - 18x + 4y + 69 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 + y^2 + 2 \times (-9)x + 2 \times 2y + 69 = 0 \\ \Leftrightarrow & x^2 + 2 \times (-9)x + (-9)^2 - (-9)^2 + y^2 + 2 \times 2y + 2^2 - 2^2 + 69 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x - 9)^2 + (y + 2)^2 - (-9)^2 - 2^2 + 69 = 0 \\ \Leftrightarrow & (x - 9)^2 + (y + 2)^2 = 16 \\ \Leftrightarrow & (x - 9)^2 + (y + 2)^2 = 4^2 \end{aligned}$$

L'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x^2 + y^2 - 18x + 4y + 69 = 0$ est un cercle de centre $\Omega(9; -2)$ et de rayon $r = 4$