

Activités Mentales

24 Août 2023

Question 1

Résoudre l'inéquation

$$-7(2x + 4)(15x - 9) < 0$$

Question 2

Résoudre l'inéquation

$$8(x - 9)(-3x + 10) > 0$$

Question 3

Résoudre l'inéquation

$$13(7x - 4)(-8x + 4) \leq 0$$

Question 4

Résoudre l'inéquation

$$15(6x + 13)(-15x - 4) < 0$$

Question 5

Résoudre l'inéquation

$$-7(-14x - 1)(-3x - 7) > 0$$

Correction 1

On pose $A(x) = -7(2x+4)(15x-9) = -7 \times f(x) \times g(x)$ avec $f(x) = 2x+4$ et $g(x) = 15x-9$.

- f est une fonction affine avec $m = 2 > 0$. f est donc croissante sur \mathbb{R} .
De plus $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$.
- g est une fonction affine avec $m = 15 > 0$. g est donc croissante sur \mathbb{R} .
De plus $g(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{5}$.

On rappelle que $f(x) = 2x + 4$ et $g(x) = 15x - 9$ et $A(x) = -7(2x + 4)(15x - 9)$. Son tableau de signe est alors

x	$-\infty$	-2	$\frac{3}{5}$	$+\infty$
-7	$-$	$-$	$-$	$-$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$+$
$g(x)$	$-$	$-$	0	$+$
$A(x)$	$-$	0	0	$-$

Finalement l'ensemble de solutions de $-7(2x + 4)(15x - 9) < 0$ est

$$S =]-\infty; -2[\cup \left] \frac{3}{5}; +\infty \right[$$

Correction 2

On pose $A(x) = 8(x - 9)(-3x + 10) = 8 \times f(x) \times g(x)$ avec $f(x) = x - 9$ et $g(x) = -3x + 10$.

- f est une fonction affine avec $m = 1 > 0$. f est donc croissante sur \mathbb{R} .
De plus $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = 9$.
- g est une fonction affine avec $m = -3 < 0$. g est donc décroissante sur \mathbb{R} .
De plus $g(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$.

On rappelle que $f(x) = x - 9$ et $g(x) = -3x + 10$ et $A(x) = 8(x - 9)(-3x + 10)$. Son tableau de signe est alors

x	$-\infty$	$\frac{10}{3}$	9	$+\infty$	
8	+		+	+	
$f(x)$	-		-	0	+
$g(x)$	+	0	-	+	-
$A(x)$	-	0	+	0	-

Finalement l'ensemble de solutions de $8(x - 9)(-3x + 10) > 0$ est

$$S = \left] -\infty; \frac{10}{3} \right[\cup] 9; +\infty[$$

Correction 3

On pose $A(x) = 13(7x - 4)(-8x + 4) = 13 \times f(x) \times g(x)$ avec $f(x) = 7x - 4$ et $g(x) = -8x + 4$.

- f est une fonction affine avec $m = 7 > 0$. f est donc croissante sur \mathbb{R} .
De plus $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{7}$.
- g est une fonction affine avec $m = -8 < 0$. g est donc décroissante sur \mathbb{R} .
De plus $g(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

On rappelle que $f(x) = 7x - 4$ et $g(x) = -8x + 4$ et $A(x) = 13(7x - 4)(-8x + 4)$. Son tableau de signe est alors

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{7}$	$+\infty$	
13	+		+	+	
$f(x)$	-		0	+	
$g(x)$	+	0	-	+	-
$A(x)$	-	0	+	0	-

Finalement l'ensemble de solutions de $13(7x - 4)(-8x + 4) \leq 0$ est

$$S = \left] -\infty; \frac{1}{2} \right] \cup \left[\frac{4}{7}; +\infty \right[$$

Correction 4

On pose $A(x) = 15(6x + 13)(-15x - 4) = 15 \times f(x) \times g(x)$ avec $f(x) = 6x + 13$ et $g(x) = -15x - 4$.

- f est une fonction affine avec $m = 6 > 0$. f est donc croissante sur \mathbb{R} .
De plus $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-13}{6}$.
- g est une fonction affine avec $m = -15 < 0$. g est donc décroissante sur \mathbb{R} .
De plus $g(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4}{15}$.

On rappelle que $f(x) = 6x + 13$ et $g(x) = -15x - 4$ et $A(x) = 15(6x + 13)(-15x - 4)$. Son tableau de signe est alors

x	$-\infty$	$\frac{-13}{6}$	$\frac{-4}{15}$	$+\infty$
15	+		+	+
$f(x)$	-	0	+	+
$g(x)$	+		0	-
$A(x)$	-	0	0	-

Finalement l'ensemble de solutions de $15(6x + 13)(-15x - 4) < 0$ est

$$S = \left] -\infty; \frac{-13}{6} \right[\cup \left] \frac{-4}{15}; +\infty \right[$$

Correction 5

On pose $A(x) = -7(-14x - 1)(-3x - 7) = -7 \times f(x) \times g(x)$ avec $f(x) = -14x - 1$ et $g(x) = -3x - 7$.

- f est une fonction affine avec $m = -14 < 0$. f est donc décroissante sur \mathbb{R} .

$$\text{De plus } f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1}{14}.$$

- g est une fonction affine avec $m = -3 < 0$. g est donc décroissante sur \mathbb{R} .

$$\text{De plus } g(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-7}{3}.$$

On rappelle que $f(x) = -14x - 1$ et $g(x) = -3x - 7$ et $A(x) = -7(-14x - 1)(-3x - 7)$. Son tableau de signe est alors

x	$-\infty$	$-\frac{7}{3}$	$-\frac{1}{14}$	$+\infty$
-7	-		-	-
$f(x)$	+		0	-
$g(x)$	+	0	-	-
$A(x)$	-	0	+	-

Finalement l'ensemble de solutions de $-7(-14x - 1)(-3x - 7) > 0$ est

$$S = \left] -\frac{7}{3}; -\frac{1}{14} \right[$$