Activités Mentales

24 Août 2023

Question 1

1. Montrer que pour tout réel x : $(x-9)(x-10) = x^2 - 19x + 90$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2 - 19x + 90 = 0$.
3. En déduire les solutions réelles de l'équation (E') : $x^3 - 19x^2 + 90x = 0$.

Question 2

1. Montrer que pour tout réel x : $(x-4)(x+8)=x^2+4x-32$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2+4x-32=0$.
3. En déduire les solutions réelles de l'équation (E') : $x^3+4x^2-32x=0$.

Question 3

1. Montrer que pour tout réel x : $(x+6)(x+2) = x^2+8x+12$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2+8x+12=0$.
3. En déduire les solutions réelles de l'équation (E') : $x^3+8x^2+12x=0$.

Question 4

1. Montrer que pour tout réel x : $(x-3)(x-4) = x^2 - 7x + 12$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2 - 7x + 12 = 0$.
3. En déduire les solutions réelles de l'équation (E') : $x^3 - 7x^2 + 12x = 0$.

Question 5

1. Montrer que pour tout réel x : $(x+5)(x+9) = x^2 + 14x + 45$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2 + 14x + 45 = 0$.
3. En déduire les solutions réelles de l'équation (E') : $x^3 + 14x^2 + 45x = 0$.

Correction 1

1. Montrer que pour tout réel x : $(x-9)(x-10) = x^2 - 19x + 90$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2 - 19x + 90 = 0$.
3. En déduire les solutions réelles de l'équation (E') : $x^3 - 19x^2 + 90x = 0$.

1. On développe le membre de gauche pour retomber sur le membre de droite (plus facile que de factoriser). Soit x un réel :

$$\begin{aligned}(x-9)(x-10) &= x^2 - 10x - 9x + 90 \\ &= x^2 - 19x + 90\end{aligned}$$

2. C'est une **équation du second degré** : pour la résoudre on doit donc se ramener à une **équation produit nul**. On doit donc **factoriser** $x^2-19x+90$. On utilise la première question :

$$\begin{array}{rrcllrcl} & x^2-19x+90 & = & 0 & & & & \\ \Longleftrightarrow & (x-9)(x-10) & = & 0 & & & & \\ \Longleftrightarrow & x-9 & = & 0 & \text{ou} & x-10 & = & 0 \\ \Longleftrightarrow & x & = & 9 & \text{ou} & x & = & 10 \end{array}$$

3. C'est une **équation autres de degré 3** : pour la résoudre on doit donc se ramener à une **équation produit nul**, pour cela on doit donc **factoriser** x^3-19x^2+90x soit par un facteur commun soit via une identité remarquable. Ici le facteur commun est x. On a donc :

$$\begin{array}{rrcllrcllrcl} & x^3-19x^2+90x & = & 0 & & & & & & & & \\ \Longleftrightarrow & x(x^2-19x+90) & = & 0 & & & & & & & & \\ \Longleftrightarrow & x & = & 0 & \text{ou} & x^2-19x+90 & = & 0 & & & & \\ \Longleftrightarrow & x & = & 0 & \text{ou} & x & = & 9 & \text{ou} & x & = & 10 \end{array}$$

L'ensemble des solutions est $S=\{0;9;10\}$.

Correction 2

1. Montrer que pour tout réel x : $(x-4)(x+8) = x^2+4x-32$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2+4x-32=0$.
3. En déduire les solutions réelles de l'équation (E') : $x^3+4x^2-32x=0$.

1. On développe le membre de gauche pour retomber sur le membre de droite (plus facile que de factoriser). Soit x un réel :

$$\begin{aligned}(x-4)(x+8) &= x^2+8x-4x-32\\ &= x^2+4x-32\end{aligned}$$

2. C'est une **équation du second degré** : pour la résoudre on doit donc se ramener à une **équation produit nul**. On doit donc **factoriser** $x^2+4x-32$. On utilise la première question :

$$\begin{array}{rrcl}
 & x^2+4x-32 & = & 0 \\
\Longleftrightarrow & (x-4)(x+8) & = & 0 \\
\Longleftrightarrow & x-4 & = & 0 \quad \text{ou} \quad x+8 = 0 \\
\Longleftrightarrow & x & = & 4 \quad \text{ou} \quad x = -8
\end{array}$$

3. C'est une **équation autres de degré 3** : pour la résoudre on doit donc se ramener à une **équation produit nul**, pour cela on doit donc **factoriser** x^3+4x^2-32x soit par un facteur commun soit via une identité remarquable. Ici le facteur commun est x. On a donc :

$$\begin{array}{rrcl}
 & x^3+4x^2-32x & = & 0 \\
\Longleftrightarrow & x(x^2+4x-32) & = & 0 \\
\Longleftrightarrow & x & = & 0 \quad \text{ou} \quad x^2+4x-32 = 0 \\
\Longleftrightarrow & x & = & 0 \quad \text{ou} \quad x = 4 \quad \text{ou} \quad x = -8
\end{array}$$

L'ensemble des solutions est $S=\{-8;0;4\}$.

Correction 3

1. Montrer que pour tout réel x : $(x+6)(x+2) = x^2+8x+12$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2+8x+12=0$.
3. En déduire les solutions réelles de l'équation (E') : $x^3+8x^2+12x=0$.

1. On développe le membre de gauche pour retomber sur le membre de droite (plus facile que de factoriser). Soit x un réel :

$$\begin{aligned}(x+6)(x+2) &= x^2+2x+6x+12\\ &= x^2+8x+12\end{aligned}$$

2. C'est une **équation du second degré** : pour la résoudre on doit donc se ramener à une **équation produit nul**. On doit donc **factoriser** $x^2+8x+12$. On utilise la première question :

$$\begin{array}{rrcllrcl} & x^2+8x+12 & = & 0 & & & & \\ \Longleftrightarrow & (x+6)(x+2) & = & 0 & & & & \\ \Longleftrightarrow & x+6 & = & 0 & \text{ou} & x+2 & = & 0 \\ \Longleftrightarrow & x & = & -6 & \text{ou} & x & = & -2 \end{array}$$

3. C'est une **équation autres de degré 3** : pour la résoudre on doit donc se ramener à une **équation produit nul**, pour cela on doit donc **factoriser** x^3+8x^2+12x soit par un facteur commun soit via une identité remarquable. Ici le facteur commun est x. On a donc :

$$\begin{array}{rrcllrcllrcl} & x^3+8x^2+12x & = & 0 & & & & & & & & \\ \Longleftrightarrow & x(x^2+8x+12) & = & 0 & & & & & & & & \\ \Longleftrightarrow & x & = & 0 & \text{ou} & x^2+8x+12 & = & 0 & & & & \\ \Longleftrightarrow & x & = & 0 & \text{ou} & x & = & -6 & \text{ou} & x & = & -2 \end{array}$$

L'ensemble des solutions est $S=\{-6;-2;0\}$.

Correction 4

1. Montrer que pour tout réel x : $(x-3)(x-4) = x^2 - 7x + 12$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2 - 7x + 12 = 0$.
3. En déduire les solutions réelles de l'équation (E') : $x^3 - 7x^2 + 12x = 0$.

1. On développe le membre de gauche pour retomber sur le membre de droite (plus facile que de factoriser). Soit x un réel :

$$\begin{aligned}(x-3)(x-4) &= x^2 - 4x - 3x + 12 \\ &= x^2 - 7x + 12\end{aligned}$$

2. C'est une **équation du second degré** : pour la résoudre on doit donc se ramener à une **équation produit nul**. On doit donc **factoriser** $x^2-7x+12$. On utilise la première question :

$$\begin{array}{rrcllcl} & x^2-7x+12 & = & 0 & & & \\ \Longleftrightarrow & (x-3)(x-4) & = & 0 & & & \\ \Longleftrightarrow & x-3 & = & 0 & \text{ou} & x-4 & = & 0 \\ \Longleftrightarrow & x & = & 3 & \text{ou} & x & = & 4 \end{array}$$

3. C'est une **équation autres de degré 3** : pour la résoudre on doit donc se ramener à une **équation produit nul**, pour cela on doit donc **factoriser** x^3-7x^2+12x soit par un facteur commun soit via une identité remarquable. Ici le facteur commun est x. On a donc :

$$\begin{array}{rrcllrclcrcl} & x^3-7x^2+12x & = & 0 & & & & & & & & \\ \Longleftrightarrow & x(x^2-7x+12) & = & 0 & & & & & & & & \\ \Longleftrightarrow & x & = & 0 & \text{ou} & x^2-7x+12 & = & 0 & & & & \\ \Longleftrightarrow & x & = & 0 & \text{ou} & x & = & 3 & \text{ou} & x & = & 4 \end{array}$$

L'ensemble des solutions est $S=\{0;3;4\}$.

Correction 5

1. Montrer que pour tout réel x : $(x+5)(x+9) = x^2 + 14x + 45$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $x^2 + 14x + 45 = 0$.
3. En déduire les solutions réelles de l'équation (E') : $x^3 + 14x^2 + 45x = 0$.

1. On développe le membre de gauche pour retomber sur le membre de droite (plus facile que de factoriser). Soit x un réel :

$$\begin{aligned}(x+5)(x+9) &= x^2 + 9x + 5x + 45 \\ &= x^2 + 14x + 45\end{aligned}$$

2. C'est une **équation du second degré** : pour la résoudre on doit donc se ramener à une **équation produit nul**. On doit donc **factoriser** $x^2+14x+45$. On utilise la première question :

$$\begin{array}{rrcl}
 & x^2+14x+45 & = & 0 \\
\Longleftrightarrow & (x+5)(x+9) & = & 0 \\
\Longleftrightarrow & x+5 & = & 0 \quad \text{ou} \quad x+9 = 0 \\
\Longleftrightarrow & x & = & -5 \quad \text{ou} \quad x = -9
\end{array}$$

3. C'est une **équation autres de degré 3** : pour la résoudre on doit donc se ramener à une **équation produit nul**, pour cela on doit donc **factoriser** x^3+14x^2+45x soit par un facteur commun soit via une identité remarquable. Ici le facteur commun est x. On a donc :

$$\begin{array}{rrcl}
 & x^3+14x^2+45x & = & 0 \\
\Longleftrightarrow & x(x^2+14x+45) & = & 0 \\
\Longleftrightarrow & x & = & 0 \quad \text{ou} \quad x^2+14x+45 = 0 \\
\Longleftrightarrow & x & = & 0 \quad \text{ou} \quad x = -5 \quad \text{ou} \quad x = -9
\end{array}$$

L'ensemble des solutions est $S=\{-9;-5;0\}$.