Activités Mentales

24 Août 2023

Question 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^2 + 7x + 8$.
Déterminer si f admet une forme factorisée et préciser celle-ci dans le cas où elle existe.

Question 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -4x^2 + 28x - 24$.
Déterminer si f admet une forme factorisée et préciser celle-ci dans le cas où elle existe.

Question 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 2x - 1$.
Déterminer si f admet une forme factorisée et préciser celle-ci dans le cas où elle existe.

Question 4

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 10x^2 + 7x + 3$.
Déterminer si f admet une forme factorisée et préciser celle-ci dans le cas où elle existe.

Question 5

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 7x^2 + 70x + 168$.
Déterminer si f admet une forme factorisée et préciser celle-ci dans le cas où elle existe.

Correction 1

f est un polynôme de degré 2 dont les coefficients sont $a = 5$, $b = 7$ et $c = 8$.
On a $\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \times 5 \times 8 = 49 - 160 = -111 < 0$.
Comme $\Delta < 0$, f ne possède pas de racines réelles et n'admet donc pas de forme factorisée dans $\mathbb{R}$.

Correction 2

f est un polynôme de degré 2 dont les coefficients sont $a = -4$, $b = 28$ et $c = -24$.
On a $\Delta = b^2 - 4ac = 28^2 - 4 \times (-4) \times (-24) = 784 - 384 = 400 > 0$.
Comme $\Delta > 0$, f admet deux racines distinctes.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-28 - 20}{2 \times (-4)} = \frac{-48}{-8} = 6$$

et

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-28 + 20}{2 \times (-4)} = \frac{-8}{-8} = 1$$

Finalement, la forme factorisée de f est :
$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = -4(x - 6)(x - 1)$

Correction 3

f est un polynôme de degré 2 dont les coefficients sont $a=-1$, $b=2$ et $c=-1$.
On a $\Delta = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \times (-1) \times (-1) = 4 - 4 = 0$.
Comme $\Delta = 0$, f admet une unique racine

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2 \times (-1)} = 1$$

.
Finalement la forme factorisée de f est :

$$f(x) = a(x - x_0)^2 = -(x-1)^2$$

Correction 4

f est un polynôme de degré 2 dont les coefficients sont $a = 10$, $b = 7$ et $c = 3$.
On a $\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \times 10 \times 3 = 49 - 120 = -71 < 0$.
Comme $\Delta < 0$, f ne possède pas de racines réelles et n'admet donc pas de forme factorisée dans $\mathbb{R}$.

Correction 5

f est un polynôme de degré 2 dont les coefficients sont $a = 7$, $b = 70$ et $c = 168$.
On a $\Delta = b^2 - 4ac = 70^2 - 4 \times 7 \times 168 = 4900 - 4704 = 196 > 0$.
Comme $\Delta > 0$, f admet deux racines distinctes.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-70 - 14}{2 \times 7} = \frac{-84}{14} = -6$$

et

$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-70 + 14}{2 \times 7} = \frac{-56}{14} = -4$$

Finalement, la forme factorisée de f est :
$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = 7(x - (-6))(x - (-4)) = 7(x + 6)(x + 4)$