Activités Mentales

24 Août 2023

Question 1

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_n = -5n + 9$. Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer.

Question 2

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_n = 3n - 1$. Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer.

Question 3

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_n = -3n - 8$. Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer.

Question 4

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_{n+1} = u_n - 8n$ et $u_0 = 10$. Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer.

Question 5

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_n = -8n + 8$. Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer.

Correction 1

On commence par calculer les premiers termes de la suite. On a

$u_n = -5n + 9 \qquad u_0 = 9 \qquad u_1 = 4 \qquad u_2 = -1$

$u_0 \geqslant u_1 \geqslant u_2$ donc il semblerait que la suite soit décroissante. Pour le démontrer, il faut calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ et montrer qu'elle est négative pour tout $n \in \mathbb{N}$. Pour cela, il faut connaitre l'expression de u_{n+1} :

$$u_{n+1} = -5(n+1) + 9 = -5n - 5 + 9 = -5n + 4$$

On peut maintenant calculer $u_{n+1} - u_n$:

$$\begin{aligned} u_{n+1} - (u_n) &= -5n + 4 - (-5n + 9) \\ &= -5n + 4 + 5n - 9 \\ &= -5 < 0 \end{aligned}$$

La suite est donc croissante.

Correction 2

On commence par calculer les premiers termes de la suite. On a

$u_n = 3n - 1$ $\qquad$ $u_0 = -1$ $\qquad$ $u_1 = 2$ $\qquad$ $u_2 = 5$

$u_2 \geqslant u_1 \geqslant u_0$ donc il semblerait que la suite soit croissante. Pour le démontrer, il faut calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ et montrer qu'elle est positive pour tout $n \in \mathbb{N}$. Pour cela, il faut connaitre l'expression de u_{n+1} :

$$u_{n+1} = 3(n+1) - 1 = 3n + 3 - 1 = 3n + 2$$

On peut maintenant calculer $u_{n+1} - u_n$:

$$\begin{aligned}(u_{n+1}) - u_n &= 3n + 2 - (3n - 1)\\ &= 3n + 2 - 3n + 1\\ &= 3 > 0\end{aligned}$$

La suite est donc croissante.

Correction 3

On commence par calculer les premiers termes de la suite. On a

$$u_n = -3n - 8 \qquad u_0 = -8 \qquad u_1 = -11 \qquad u_2 = -14$$

$u_0 \geqslant u_1 \geqslant u_2$ donc il semblerait que la suite soit décroissante. Pour le démontrer, il faut calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ et montrer qu'elle est négative pour tout $n \in \mathbb{N}$. Pour cela, il faut connaitre l'expression de u_{n+1} :

$$u_{n+1} = -3(n+1) - 8 = -3n - 3 - 8 = -3n - 11$$

On peut maintenant calculer $u_{n+1} - u_n$:

$$\begin{aligned} u_{n+1} - (u_n) &= -3n - 11 - (-3n - 8) \\ &= -3n - 11 + 3n + 8 \\ &= -3 < 0 \end{aligned}$$

La suite est donc croissante.

Correction 4

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_{n+1} = u_n - 8n$ et $u_0 = 10$. Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer. On commence par calculer les premiers termes de la suite. On a

$u_{n+1} = u_n - 8n$ $\quad u_1 = 10$ $\quad u_2 = 2$ $\quad u_3 = -14$

$u_0 \geqslant u_1 \geqslant u_2$ donc il semblerait que la suite soit décroissante. Pour le démontrer, il faut calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ et montrer qu'elle est négative pour tout $n \in \mathbb{N}$. Ainsi :

$$\begin{aligned} {\color{blue}u_{n+1}} - {\color{green}u_n} &= {\color{blue}u_n - 8n} - {\color{green}u_n} \\ &= -8n < 0 \end{aligned}$$

car $n > 0$.
Ainsi, la suite est bien décroissante.

Correction 5

On commence par calculer les premiers termes de la suite. On a

$u_n = -8n + 8 \qquad u_0 = 8 \qquad u_1 = 0 \qquad u_2 = -8$

$u_0 \geqslant u_1 \geqslant u_2$ donc il semblerait que la suite soit décroissante. Pour le démontrer, il faut calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ et montrer qu'elle est négative pour tout $n \in \mathbb{N}$. Pour cela, il faut connaitre l'expression de u_{n+1} :

$$u_{n+1} = -8(n+1) + 8 = -8n - 8 + 8 = -8n$$

On peut maintenant calculer $u_{n+1} - u_n$:

$$\begin{aligned} u_{n+1} - (u_n) &= -8n - (-8n + 8) \\ &= -8n + 8n - 8 \\ &= -8 < 0 \end{aligned}$$

La suite est donc croissante.