

Activités Mentales

24 Août 2023

Question 1

Résoudre l'inéquation

$$-13(4x - 3)(-5x - 10) > 0$$

Question 2

Résoudre l'inéquation

$$13(10x + 11)(-3x - 7) < 0$$

Question 3

Résoudre l'inéquation

$$-5(-3x - 11)(8x - 2) < 0$$

Question 4

Résoudre l'inéquation

$$9(-7x - 15)(4x - 3) \leq 0$$

Question 5

Résoudre l'inéquation

$$11(11x + 6)(-2x + 3) \geq 0$$

Correction 1

On pose $A(x) = -13(4x - 3)(-5x - 10) = -13 \times f(x) \times g(x)$ avec $f(x) = 4x - 3$ et $g(x) = -5x - 10$.

- f est une fonction affine avec $m = 4 > 0$. f est donc croissante sur \mathbb{R} .
De plus $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}$.
- g est une fonction affine avec $m = -5 < 0$. g est donc décroissante sur \mathbb{R} .
De plus $g(x) = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

On rappelle que $f(x) = 4x - 3$ et $g(x) = -5x - 10$ et $A(x) = -13(4x - 3)(-5x - 10)$. Son tableau de signe est alors

x	$-\infty$	-2	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
-13	$-$	$-$	$-$	$-$
$f(x)$	$-$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+$	0	$-$	$-$
$A(x)$	$+$	0	0	$+$

Finalement l'ensemble de solutions de $-13(4x - 3)(-5x - 10) > 0$ est

$$S =]-\infty; -2[\cup \left] \frac{3}{4}; +\infty \right[$$

Correction 2

On pose $A(x) = 13(10x + 11)(-3x - 7) = 13 \times f(x) \times g(x)$ avec $f(x) = 10x + 11$ et $g(x) = -3x - 7$.

- f est une fonction affine avec $m = 10 > 0$. f est donc croissante sur \mathbb{R} .
De plus $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-11}{10}$.
- g est une fonction affine avec $m = -3 < 0$. g est donc décroissante sur \mathbb{R} .
De plus $g(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-7}{3}$.

On rappelle que $f(x) = 10x + 11$ et $g(x) = -3x - 7$ et $A(x) = 13(10x + 11)(-3x - 7)$. Son tableau de signe est alors

x	$-\infty$	$\frac{-7}{3}$	$\frac{-11}{10}$	$+\infty$	
13	+		+	+	
$f(x)$	-		0	+	
$g(x)$	+	0	-	+	-
$A(x)$	-	0	+	0	-

Finalement l'ensemble de solutions de $13(10x + 11)(-3x - 7) < 0$ est

$$S = \left] \frac{-7}{3}; \frac{-11}{10} \right[$$

Correction 3

On pose $A(x) = -5(-3x - 11)(8x - 2) = -5 \times f(x) \times g(x)$ avec $f(x) = -3x - 11$ et $g(x) = 8x - 2$.

- f est une fonction affine avec $m = -3 < 0$. f est donc décroissante sur \mathbb{R} .

$$\text{De plus } f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-11}{3}.$$

- g est une fonction affine avec $m = 8 > 0$. g est donc croissante sur \mathbb{R} .

$$\text{De plus } g(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}.$$

On rappelle que $f(x) = -3x - 11$ et $g(x) = 8x - 2$ et $A(x) = -5(-3x - 11)(8x - 2)$. Son tableau de signe est alors

x	$-\infty$	$-\frac{11}{3}$	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
-5	$-$		$-$	$-$
$f(x)$	$+$	0	$-$	$-$
$g(x)$	$-$	$-$	0	$+$
$A(x)$	$+$	0	0	$+$

Finalement l'ensemble de solutions de $-5(-3x - 11)(8x - 2) < 0$ est

$$S = \left] -\frac{11}{3}; \frac{1}{4} \right[$$

Correction 4

On pose $A(x) = 9(-7x - 15)(4x - 3) = 9 \times f(x) \times g(x)$ avec $f(x) = -7x - 15$ et $g(x) = 4x - 3$.

- f est une fonction affine avec $m = -7 < 0$. f est donc décroissante sur \mathbb{R} .

$$\text{De plus } f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-15}{7}.$$

- g est une fonction affine avec $m = 4 > 0$. g est donc croissante sur \mathbb{R} .

$$\text{De plus } g(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{4}.$$

On rappelle que $f(x) = -7x - 15$ et $g(x) = 4x - 3$ et $A(x) = 9(-7x - 15)(4x - 3)$. Son tableau de signe est alors

x	$-\infty$	$\frac{-15}{7}$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$	
9	+	⋮	+	⋮	+
$f(x)$	+	0	−	⋮	−
$g(x)$	−	⋮	−	0	+
$A(x)$	−	0	+	0	−

Finalement l'ensemble de solutions de $9(-7x - 15)(4x - 3) \leq 0$ est

$$S = \left] -\infty; -\frac{15}{7} \right] \cup \left[\frac{3}{4}; +\infty \right[$$

Correction 5

On pose $A(x) = 11(11x+6)(-2x+3) = 11 \times f(x) \times g(x)$ avec $f(x) = 11x+6$ et $g(x) = -2x+3$.

- f est une fonction affine avec $m = 11 > 0$. f est donc croissante sur \mathbb{R} .
De plus $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-6}{11}$.
- g est une fonction affine avec $m = -2 < 0$. g est donc décroissante sur \mathbb{R} .
De plus $g(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$.

On rappelle que $f(x) = 11x + 6$ et $g(x) = -2x + 3$ et $A(x) = 11(11x + 6)(-2x + 3)$. Son tableau de signe est alors

x	$-\infty$	$-\frac{6}{11}$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$	
11	+		+	+	
$f(x)$	-	0	+	+	
$g(x)$	+		0	-	
$A(x)$	-	0	+	0	-

Finalement l'ensemble de solutions de $11(11x + 6)(-2x + 3) \geq 0$ est

$$S = \left[-\frac{6}{11}; \frac{3}{2} \right]$$