# Activités Mentales

24 Août 2023

# Question 1

Résoudre l'inéquation

$$\frac{-15x-15}{13x+1}<0$$

# Question 2

Résoudre l'inéquation

$$\frac{5x-2}{-10x-6} \geq 0$$

# Question 3

Résoudre l'inéquation

$$\frac{-4x-8}{-5x+3} > 0$$

# Question 4

Résoudre l'inéquation

$$\frac{3x+7}{-4x-2} \geq 0$$

# Question 5

Résoudre l'inéquation

$$\frac{-12x+4}{3x+11} \geq 0$$

# Correction 1

On pose $A(x) = \dfrac{-15x-15}{13x+1} = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ avec $f(x) = -15x-15$ et $g(x) = 13x+1$.
On cherche quand le quotient s'annule et les potentielles valeurs interdites.
Pour cela, on résout $A(x) = 0$ en utilisant la Règle du quotient nul :

$$\begin{array}{rrcllrcl}
 & \dfrac{-15x-15}{13x+1} & = & 0 & & & & \\
\Leftrightarrow & -15x-15 & = & 0 & \text{et} & 13x+1 & \neq & 0 \\
\Leftrightarrow & -15x & = & 15 & \text{et} & 13x & \neq & -1 \\
\Leftrightarrow & x & = & -1 & \text{et} & x & \neq & \dfrac{-1}{13}
\end{array}$$

- $f$ est une fonction affine avec $m = -15 < 0$. $f$ est donc décroissante sur $\mathbb{R}$.
- $g$ est une fonction affine avec $m = 13 > 0$. $g$ est donc croissante sur $\mathbb{R}$.

On rappelle que $f(x) = -15x - 15$ et $g(x) = 13x + 1$ et $A(x) = \dfrac{-15x-15}{13x+1}$.
Son tableau de signe est alors

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $\frac{-1}{13}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $g(x)$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $A(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\|$ | $-$ | |

Finalement l'ensemble de solutions de $\dfrac{-15x-15}{13x+1} < 0$ est

$$S = \left]-\infty; -1\right[ \cup \left]\frac{-1}{13}; +\infty\right[$$

# Correction 2

On pose $A(x) = \dfrac{5x-2}{-10x-6} = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ avec $f(x) = 5x-2$ et $g(x) = -10x-6$.
On cherche quand le quotient s'annule et les potentielles valeurs interdites.
Pour cela, on résout $A(x) = 0$ en utilisant la Règle du quotient nul :

$$\begin{array}{rrcllrcl}
 & \dfrac{5x-2}{-10x-6} & = & 0 & & & & \\
\Leftrightarrow & 5x-2 & = & 0 & \text{et} & -10x-6 & \neq & 0 \\
\Leftrightarrow & 5x & = & 2 & \text{et} & -10x & \neq & 6 \\
\Leftrightarrow & x & = & \dfrac{2}{5} & \text{et} & x & \neq & \dfrac{-3}{5}
\end{array}$$

- $f$ est une fonction affine avec $m = 5 > 0$. $f$ est donc croissante sur $\mathbb{R}$.
- $g$ est une fonction affine avec $m = -10 < 0$. $g$ est donc décroissante sur $\mathbb{R}$.

On rappelle que $f(x)=5x-2$ et $g(x)=-10x-6$ et $A(x)=\dfrac{5x-2}{-10x-6}$. Son tableau de signe est alors

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{-3}{5}$ | | $\frac{2}{5}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $A(x)$ | | $-$ | $\|$ | $+$ | $0$ | $-$ | |

Finalement l'ensemble de solutions de $\dfrac{5x-2}{-10x-6} \geq 0$ est

$$S=\left]\frac{-3}{5};\frac{2}{5}\right]$$

# Correction 3

On pose $A(x) = \dfrac{-4x-8}{-5x+3} = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ avec $f(x) = -4x-8$ et $g(x) = -5x+3$.

On cherche quand le quotient s'annule et les potentielles valeurs interdites.
Pour cela, on résout $A(x) = 0$ en utilisant la Règle du quotient nul :

$$\begin{array}{lrcllrcl} & \dfrac{-4x-8}{-5x+3} & = & 0 & & & & \\ \Leftrightarrow & -4x-8 & = & 0 & \text{et} & -5x+3 & \neq & 0 \\ \Leftrightarrow & -4x & = & 8 & \text{et} & -5x & \neq & -3 \\ \Leftrightarrow & x & = & -2 & \text{et} & x & \neq & \dfrac{3}{5} \end{array}$$

- $f$ est une fonction affine avec $m = -4 < 0$. $f$ est donc décroissante sur $\mathbb{R}$.
- $g$ est une fonction affine avec $m = -5 < 0$. $g$ est donc décroissante sur $\mathbb{R}$.

On rappelle que $f(x) = -4x - 8$ et $g(x) = -5x + 3$ et $A(x) = \dfrac{-4x-8}{-5x+3}$. Son tableau de signe est alors

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $\frac{3}{5}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | | $-$ | |
| $g(x)$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $A(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $\|$ | $+$ | |

Finalement l'ensemble de solutions de $\dfrac{-4x-8}{-5x+3} > 0$ est

$$S = ]-\infty ; -2[ \cup \left]\frac{3}{5} ; +\infty\right[$$

# Correction 4

On pose $A(x) = \dfrac{3x+7}{-4x-2} = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ avec $f(x) = 3x+7$ et $g(x) = -4x-2$.

On cherche quand le quotient s'annule et les potentielles valeurs interdites.

Pour cela, on résout $A(x) = 0$ en utilisant la Règle du quotient nul :

$$\begin{array}{rrcl l rcl}
 & \dfrac{3x+7}{-4x-2} & = & 0 & & & & \\
\Leftrightarrow & 3x+7 & = & 0 & \text{et} & -4x-2 & \neq & 0 \\
\Leftrightarrow & 3x & = & -7 & \text{et} & -4x & \neq & 2 \\
\Leftrightarrow & x & = & \dfrac{-7}{3} & \text{et} & x & \neq & \dfrac{-1}{2}
\end{array}$$

- $f$ est une fonction affine avec $m = 3 > 0$. $f$ est donc croissante sur $\mathbb{R}$.
- $g$ est une fonction affine avec $m = -4 < 0$. $g$ est donc décroissante sur $\mathbb{R}$.

On rappelle que $f(x) = 3x + 7$ et $g(x) = -4x - 2$ et $A(x) = \dfrac{3x+7}{-4x-2}$. Son tableau de signe est alors

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{-7}{3}$ | | $\frac{-1}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $g(x)$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $A(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $\Vert$ | $-$ | |

Finalement l'ensemble de solutions de $\dfrac{3x+7}{-4x-2} \geq 0$ est

$$S = \left[ \frac{-7}{3} ; \frac{-1}{2} \right[$$

# Correction 5

On pose $A(x) = \dfrac{-12x+4}{3x+11} = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ avec $f(x) = -12x+4$ et $g(x) = 3x+11$.

On cherche quand le quotient s'annule et les potentielles valeurs interdites.

Pour cela, on résout $A(x) = 0$ en utilisant la Règle du quotient nul :

$$
\begin{array}{rrcllrcl}
 & \dfrac{-12x+4}{3x+11} & = & 0 & & & & \\
\Leftrightarrow & -12x+4 & = & 0 & \text{et} & 3x+11 & \neq & 0 \\
\Leftrightarrow & -12x & = & -4 & \text{et} & 3x & \neq & -11 \\
\Leftrightarrow & x & = & \dfrac{1}{3} & \text{et} & x & \neq & \dfrac{-11}{3}
\end{array}
$$

- $f$ est une fonction affine avec $m = -12 < 0$. $f$ est donc décroissante sur $\mathbb{R}$.
- $g$ est une fonction affine avec $m = 3 > 0$. $g$ est donc croissante sur $\mathbb{R}$.

On rappelle que $f(x) = -12x + 4$ et $g(x) = 3x + 11$ et $A(x) = \dfrac{-12x+4}{3x+11}$. Son tableau de signe est alors

| $x$ | $-\infty$ | | $\frac{-11}{3}$ | | $\frac{1}{3}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $g(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $A(x)$ | | $-$ | \|\| | $+$ | $0$ | $-$ | |

Finalement l'ensemble de solutions de $\dfrac{-12x+4}{3x+11} \geq 0$ est

$$S = \left] \frac{-11}{3} ; \frac{1}{3} \right]$$