

Activités Mentales

24 Août 2023

Question 1

Déterminer les caractéristiques du cercle d'équation :

$$\mathcal{C} : x^2 - 2x + y^2 - 15y - 2 = 0.$$

Question 2

Déterminer les caractéristiques du cercle d'équation :

$$\mathcal{C} : x^2 - 8x + y^2 + 11y - 8 = 0.$$

Question 3

Déterminer les caractéristiques du cercle d'équation :

$$\mathcal{C} : x^2 - 9x + y^2 + 8y - 9 = 0.$$

Question 4

Déterminer les caractéristiques du cercle d'équation :

$$\mathcal{C} : x^2 + 12x + y^2 + 14y + 12 = 0.$$

Question 5

Déterminer les caractéristiques du cercle d'équation :

$$\mathcal{C} : x^2 + 6x + y^2 + 13y + 6 = 0.$$

Correction 1

$$\mathcal{C} : x^2 - 2x + y^2 - 15y - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2 - 1^2 + y^2 - 2 \times y \times \frac{15}{2} + \left(\frac{15}{2}\right)^2 - \left(\frac{15}{2}\right)^2 - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 - 1 + \left(y - \frac{15}{2}\right)^2 - \frac{225}{4} - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + \left(y - \frac{15}{2}\right)^2 = \frac{237}{4}$$

Ainsi, \mathcal{C} est le cercle de centre $\Omega\left(1; \frac{15}{2}\right)$ et de rayon $r = \sqrt{\frac{237}{4}} = \frac{\sqrt{237}}{2}$.

Correction 2

$$\mathcal{C} : x^2 - 8x + y^2 + 11y - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2 \times x \times 4 + 4^2 - 4^2 + y^2 + 2 \times y \times \frac{11}{2} + \left(\frac{11}{2}\right)^2 - \left(\frac{11}{2}\right)^2 - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4)^2 - 16 + \left(y + \frac{11}{2}\right)^2 - \frac{121}{4} - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-4)^2 + \left(y + \frac{11}{2}\right)^2 = \frac{217}{4}$$

Ainsi, \mathcal{C} est le cercle de centre $\Omega\left(4; -\frac{11}{2}\right)$ et de rayon $r = \sqrt{\frac{217}{4}} = \frac{\sqrt{217}}{2}$.

Correction 3

$$\mathcal{C} : x^2 - 9x + y^2 + 8y - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2 \times x \times \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2 + 2 \times y \times 4 + 4^2 - 4^2 - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 - \frac{81}{4} + (y + 4)^2 - 16 - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(x - \frac{9}{2}\right)^2 + (y + 4)^2 = \frac{181}{4}$$

Ainsi, \mathcal{C} est le cercle de centre $\Omega\left(\frac{9}{2}; -4\right)$ et de rayon $r = \sqrt{\frac{181}{4}} = \frac{\sqrt{181}}{2}$.

Correction 4

$$\mathcal{C} : x^2 + 12x + y^2 + 14y + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2 \times x \times 6 + 6^2 - 6^2 + y^2 + 2 \times y \times 7 + 7^2 - 7^2 + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+6)^2 - 36 + (y+7)^2 - 49 + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+6)^2 + (y+7)^2 = 73$$

Ainsi, \mathcal{C} est le cercle de centre $\Omega(-6; -7)$ et de rayon $r = \sqrt{73}$.

Correction 5

$$\mathcal{C} : x^2 + 6x + y^2 + 13y + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2 - 3^2 + y^2 + 2 \times y \times \frac{13}{2} + \left(\frac{13}{2}\right)^2 - \left(\frac{13}{2}\right)^2 + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+3)^2 - 9 + \left(y + \frac{13}{2}\right)^2 - \frac{169}{4} + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+3)^2 + \left(y + \frac{13}{2}\right)^2 = \frac{181}{4}$$

Ainsi, \mathcal{C} est le cercle de centre $\Omega\left(-3; -\frac{13}{2}\right)$ et de rayon

$$r = \sqrt{\frac{181}{4}} = \frac{\sqrt{181}}{2}.$$