Activités Mentales

24 Août 2023

Question 1

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_{n+1} = u_n + 7n$ et $u_0 = 5$.Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer.

Question 2

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_{n+1} = u_n - 5n$ et $u_0 = 1$.Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer.

Question 3

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_n = 4n + 10$. Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer.

Question 4

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_{n+1} = u_n + 3n$ et $u_0 = 8$.Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer.

Question 5

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_n = -6n - 5$. Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer.

Correction 1

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_{n+1} = u_n + 7n$ et $u_0 = 5$.Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer. On commence par calculer les premiers termes de la suite. On a

$u_{n+1} = u_n + 7n$ $\quad u_1 = 5$ $\quad u_2 = 12$ $\quad u_3 = 26$

$u_2 \geqslant u_1 \geqslant u_0$ donc il semblerait que la suite soit croissante. Pour le démontrer, il faut calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ et montrer qu'elle est positive pour tout $n \in \mathbb{N}$. Ainsi :

$$\begin{aligned} {\color{blue}u_{n+1}} - {\color{green}u_n} &= {\color{blue}u_n + 7n} - {\color{green}u_n} \\ &= 7n > 0 \end{aligned}$$

car $n > 0$.
Ainsi, la suite est bien croissante.

Correction 2

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_{n+1} = u_n - 5n$ et $u_0 = 1$.Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer. On commence par calculer les premiers termes de la suite. On a

$u_{n+1} = u_n - 5n$ $\quad u_1 = 1 \quad u_2 = -4 \quad u_3 = -14$

$u_0 \geqslant u_1 \geqslant u_2$ donc il semblerait que la suite soit décroissante. Pour le démontrer, il faut calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ et montrer qu'elle est négative pour tout $n \in \mathbb{N}$. Ainsi :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= u_n - 5n - u_n \\ &= -5n < 0 \end{aligned}$$

car $n > 0$.
Ainsi, la suite est bien décroissante.

Correction 3

On commence par calculer les premiers termes de la suite. On a

$u_n = 4n + 10 \qquad u_0 = 10 \qquad u_1 = 14 \qquad u_2 = 18$

$u_2 \geqslant u_1 \geqslant u_0$ donc il semblerait que la suite soit croissante. Pour le démontrer, il faut calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ et montrer qu'elle est positive pour tout $n \in \mathbb{N}$. Pour cela, il faut connaitre l'expression de u_{n+1} :

$$u_{n+1} = 4(n+1) + 10 = 4n + 4 + 10 = 4n + 14$$

On peut maintenant calculer $u_{n+1} - u_n$:

$$\begin{aligned} (u_{n+1}) - u_n &= 4n + 14 - (4n + 10) \\ &= 4n + 14 - 4n - 10 \\ &= 4 > 0 \end{aligned}$$

La suite est donc croissante.

Correction 4

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_{n+1} = u_n + 3n$ et $u_0 = 8$.Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer. On commence par calculer les premiers termes de la suite. On a

$u_{n+1} = u_n + 3n$ $\quad u_1 = 8$ $\quad u_2 = 11$ $\quad u_3 = 17$

$u_2 \geqslant u_1 \geqslant u_0$ donc il semblerait que la suite soit croissante. Pour le démontrer, il faut calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ et montrer qu'elle est positive pour tout $n \in \mathbb{N}$. Ainsi :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= u_n + 3n - u_n \\ &= 3n > 0 \end{aligned}$$

car $n > 0$.
Ainsi, la suite est bien croissante.

Correction 5

On commence par calculer les premiers termes de la suite. On a

$u_n = -6n - 5$ $\quad u_0 = -5$ $\quad u_1 = -11$ $\quad u_2 = -17$

$u_0 \geqslant u_1 \geqslant u_2$ donc il semblerait que la suite soit décroissante. Pour le démontrer, il faut calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ et montrer qu'elle est négative pour tout $n \in \mathbb{N}$. Pour cela, il faut connaitre l'expression de u_{n+1} :

$$u_{n+1} = -6(n+1) - 5 = -6n - 6 - 5 = -6n - 11$$

On peut maintenant calculer $u_{n+1} - u_n$:

$$\begin{aligned} u_{n+1} - (u_n) &= -6n - 11 - (-6n - 5) \\ &= -6n - 11 + 6n + 5 \\ &= -6 < 0 \end{aligned}$$

La suite est donc croissante.