Activités Mentales

24 Août 2023

Question 1

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_n = 2n + 10$. Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer.

Question 2

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_{n+1} = u_n + 5n$ et $u_0 = -4$.Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer.

Question 3

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_n = 10n - 1$. Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer.

Question 4

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_n = -5n - 2$. Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer.

Question 5

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_{n+1} = u_n - 5n$ et $u_0 = 10$.Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer.

Correction 1

On commence par calculer les premiers termes de la suite. On a

$u_n = 2n + 10 \qquad u_0 = 10 \qquad u_1 = 12 \qquad u_2 = 14$

$u_2 \geqslant u_1 \geqslant u_0$ donc il semblerait que la suite soit croissante. Pour le démontrer, il faut calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ et montrer qu'elle est positive pour tout $n \in \mathbb{N}$. Pour cela, il faut connaitre l'expression de u_{n+1} :

$$u_{n+1} = 2(n+1) + 10 = 2n + 2 + 10 = 2n + 12$$

On peut maintenant calculer $u_{n+1} - u_n$:

$$\begin{aligned} (u_{n+1}) - u_n &= 2n + 12 - (2n + 10) \\ &= 2n + 12 - 2n - 10 \\ &= 2 > 0 \end{aligned}$$

La suite est donc croissante.

Correction 2

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_{n+1} = u_n + 5n$ et $u_0 = -4$.Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer. On commence par calculer les premiers termes de la suite. On a

$u_{n+1} = u_n + 5n$ $\quad u_1 = -4$ $\quad u_2 = 1$ $\quad u_3 = 11$

$u_2 \geqslant u_1 \geqslant u_0$ donc il semblerait que la suite soit croissante. Pour le démontrer, il faut calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ et montrer qu'elle est positive pour tout $n \in \mathbb{N}$. Ainsi :

$$\begin{aligned} {\color{blue}u_{n+1}} - {\color{green}u_n} &= {\color{blue}u_n + 5n} - {\color{green}u_n} \\ &= 5n > 0 \end{aligned}$$

car $n > 0$.

Ainsi, la suite est bien croissante.

Correction 3

On commence par calculer les premiers termes de la suite. On a

$u_n = 10n - 1 \qquad u_0 = -1 \qquad u_1 = 9 \qquad u_2 = 19$

$u_2 \geqslant u_1 \geqslant u_0$ donc il semblerait que la suite soit croissante. Pour le démontrer, il faut calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ et montrer qu'elle est positive pour tout $n \in \mathbb{N}$. Pour cela, il faut connaitre l'expression de u_{n+1} :

$$u_{n+1} = 10(n+1) - 1 = 10n + 10 - 1 = 10n + 9$$

On peut maintenant calculer $u_{n+1} - u_n$:

$$\begin{aligned}(u_{n+1}) - u_n &= 10n + 9 - (10n - 1)\\ &= 10n + 9 - 10n + 1\\ &= 10 > 0\end{aligned}$$

La suite est donc croissante.

Correction 4

On commence par calculer les premiers termes de la suite. On a

$u_n = -5n - 2$ $\quad u_0 = -2$ $\quad u_1 = -7$ $\quad u_2 = -12$

$u_0 \geqslant u_1 \geqslant u_2$ donc il semblerait que la suite soit décroissante. Pour le démontrer, il faut calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ et montrer qu'elle est négative pour tout $n \in \mathbb{N}$. Pour cela, il faut connaitre l'expression de u_{n+1} :

$$u_{n+1} = -5(n+1) - 2 = -5n - 5 - 2 = -5n - 7$$

On peut maintenant calculer $u_{n+1} - u_n$:

$$\begin{aligned} u_{n+1} - (u_n) &= -5n - 7 - (-5n - 2) \\ &= -5n - 7 + 5n + 2 \\ &= -5 < 0 \end{aligned}$$

La suite est donc croissante.

Correction 5

Soit $(u_n)_n$ la suite définie pour tout n par $u_{n+1} = u_n - 5n$ et $u_0 = 10$.Après avoir conjecturé le sens de variation de la suite, le démontrer. On commence par calculer les premiers termes de la suite. On a

$u_{n+1} = u_n - 5n$ $\quad u_1 = 10$ $\quad u_2 = 5$ $\quad u_3 = -5$

$u_0 \geqslant u_1 \geqslant u_2$ donc il semblerait que la suite soit décroissante. Pour le démontrer, il faut calculer la différence $u_{n+1} - u_n$ et montrer qu'elle est négative pour tout $n \in \mathbb{N}$. Ainsi :

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= u_n - 5n - u_n \\ &= -5n < 0 \end{aligned}$$

car $n > 0$.
Ainsi, la suite est bien décroissante.