Activités Mentales

24 Août 2023

Question 1

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour $n \in \mathbb{N}$ par

$$u_n = \mathrm{e}^{-6-\frac{n}{10}}.$$

1. Calculer les trois premiers termes de la suite puis conjecturer son sens de variation.
2. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
3. La conjecture précédente est-elle validée ? Justifier.

Question 2

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour $n \in \mathbb{N}$ par
$$u_n = \mathrm{e}^{-4+\frac{n}{5}}.$$

1. Calculer les trois premiers termes de la suite puis conjecturer son sens de variation.
2. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
3. La conjecture précédente est-elle validée ? Justifier.

Question 3

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour $n \in \mathbb{N}$ par
$$u_n = \mathrm{e}^{-2-\frac{3n}{10}}.$$

1. Calculer les trois premiers termes de la suite puis conjecturer son sens de variation.
2. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
3. La conjecture précédente est-elle validée ? Justifier.

Question 4

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour $n \in \mathbb{N}$ par

$$u_n = \mathrm{e}^{1+\frac{3n}{5}}.$$

1. Calculer les trois premiers termes de la suite puis conjecturer son sens de variation.
2. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
3. La conjecture précédente est-elle validée ? Justifier.

Question 5

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour $n \in \mathbb{N}$ par
$$u_n = \mathrm{e}^{5+\frac{n}{2}}.$$

1. Calculer les trois premiers termes de la suite puis conjecturer son sens de variation.
2. Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison.
3. La conjecture précédente est-elle validée ? Justifier.

Correction 1

1. $u_0 = e^{-6-\frac{1\times 0}{10}} = \mathrm{e}^{-6.0}$ $u_1 = e^{-6-\frac{1\times 1}{10}} = \mathrm{e}^{-6.1}$ $u_2 = e^{-6-\frac{1\times 2}{10}} = \mathrm{e}^{-6.2}$
   Comme $u_0 > u_1 > u_2$, il semblerait que la suite soit décroissante.
2. $u_n = \mathrm{e}^{-6-\frac{n}{10}} = \mathrm{e}^{-6} \times \mathrm{e}^{\frac{-1}{10}\times n} = \mathrm{e}^{-6} \times \left(\mathrm{e}^{\frac{-1}{10}}\right)^n = u_0 \times q^n$
   $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est donc géométrique de raison $q = \mathrm{e}^{\frac{-1}{10}}$ et de premier terme $u_0 = \mathrm{e}^{-6}$
3. Puisque $0 < q = \mathrm{e}^{\frac{-1}{10}} < 1$ et puisque $u_0 = \mathrm{e}^{-6} > 0$ la suite est bien décroissante.

Correction 2

1. $u_0 = e^{-4+\frac{1\times 0}{5}} = \mathrm{e}^{-4.0}$ $\quad u_1 = e^{-4+\frac{1\times 1}{5}} = \mathrm{e}^{-3.8}$ $\quad u_2 = e^{-4+\frac{1\times 2}{5}} = \mathrm{e}^{-3.6}$
   Comme $u_0 < u_1 < u_2$, il semblerait que la suite soit croissante.
2. $u_n = \mathrm{e}^{-4+\frac{n}{5}} = \mathrm{e}^{-4} \times \mathrm{e}^{\frac{1}{5}\times n} = \mathrm{e}^{-4} \times \left(\mathrm{e}^{\frac{1}{5}}\right)^n = u_0 \times q^n$

   $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est donc géométrique de raison $q = \mathrm{e}^{\frac{1}{5}}$ et de premier terme $u_0 = \mathrm{e}^{-4}$
3. Puisque $q = \mathrm{e}^{\frac{1}{5}} > 1$ et puisque $u_0 = \mathrm{e}^{-4} > 0$ la suite est bien croissante.

Correction 3

1. $u_0 = e^{-2-\frac{3\times 0}{10}} = \mathrm{e}^{-2.0}$ $u_1 = e^{-2-\frac{3\times 1}{10}} = \mathrm{e}^{-2.3}$ $u_2 = e^{-2-\frac{3\times 2}{10}} = \mathrm{e}^{-2.6}$
Comme $u_0 > u_1 > u_2$, il semblerait que la suite soit décroissante.
2. $u_n = \mathrm{e}^{-2-\frac{3n}{10}} = \mathrm{e}^{-2} \times \mathrm{e}^{\frac{-3}{10} \times n} = \mathrm{e}^{-2} \times \left(\mathrm{e}^{\frac{-3}{10}}\right)^n = u_0 \times q^n$

   $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est donc géométrique de raison $q = \mathrm{e}^{\frac{-3}{10}}$ et de premier terme $u_0 = \mathrm{e}^{-2}$
3. Puisque $0 < q = \mathrm{e}^{\frac{-3}{10}} < 1$ et puisque $u_0 = \mathrm{e}^{-2} > 0$ la suite est bien décroissante.

Correction 4

1. $u_0 = e^{1+\frac{3\times 0}{5}} = \mathrm{e}^{1.0}$ $\quad u_1 = e^{1+\frac{3\times 1}{5}} = \mathrm{e}^{1.6}$ $\quad u_2 = e^{1+\frac{3\times 2}{5}} = \mathrm{e}^{2.2}$
   Comme $u_0 < u_1 < u_2$, il semblerait que la suite soit croissante.
2. $u_n = \mathrm{e}^{1+\frac{3n}{5}} = \mathrm{e}^1 \times \mathrm{e}^{\frac{3}{5}\times n} = \mathrm{e}^1 \times \left(\mathrm{e}^{\frac{3}{5}}\right)^n = u_0 \times q^n$

   $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est donc géométrique de raison $q = \mathrm{e}^{\frac{3}{5}}$ et de premier terme $u_0 = \mathrm{e}^1 = \mathrm{e}$
3. Puisque $q = \mathrm{e}^{\frac{3}{5}} > 1$ et puisque $u_0 = \mathrm{e}^1 = \mathrm{e} > 0$ la suite est bien croissante.

Correction 5

1. $u_0 = e^{5+\frac{1\times 0}{2}} = \mathrm{e}^{5.0} \qquad u_1 = e^{5+\frac{1\times 1}{2}} = \mathrm{e}^{5.5} \qquad u_2 = e^{5+\frac{1\times 2}{2}} = \mathrm{e}^{6.0}$
   Comme $u_0 < u_1 < u_2$, il semblerait que la suite soit croissante.
2. $u_n = \mathrm{e}^{5+\frac{n}{2}} = \mathrm{e}^5 \times \mathrm{e}^{\dfrac{1}{2}\times n} = \mathrm{e}^5 \times \left(\mathrm{e}^{\dfrac{1}{2}}\right)^n = u_0 \times q^n$

   $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est donc géométrique de raison $q = \mathrm{e}^{\dfrac{1}{2}}$ et de premier terme $u_0 = \mathrm{e}^5$
3. Puisque $q = \mathrm{e}^{\dfrac{1}{2}} > 1$ et puisque $u_0 = \mathrm{e}^5 > 0$ la suite est bien croissante.