

Activités Mentales

24 Août 2023

Question 1

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite définie par $u_n = -16 + 7n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

- 1 Donner les trois premiers termes de la suite.
- 2 Exprimer u_{n+1} en fonction de n .
- 3 Quelle est la nature de la suite ? On démontrera le résultat
- 4 Après avoir conjecturer le sens de variation de la suite, le démontrer.

Question 2

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique telle que $u_0 = 14$ et $u_1 = 8$.

- 1 Quelle est la raison de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$? Donner la valeur de u_2 .
- 2 Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- 3 Conjecturer le sens de variation de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
- 4 Démontrer le sens de variation.
- 5 On donne maintenant $u_n = 14 - 6n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Calculer u_{10} .

Question 3

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique telle que $u_0 = 27$ et $u_1 = 15$.

- 1 Quelle est la raison de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$? Donner la valeur de u_2 .
- 2 Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- 3 Conjecturer le sens de variation de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
- 4 Démontrer le sens de variation.
- 5 On donne maintenant $u_n = 27 - 12n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Calculer u_{10} .

Question 4

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique telle que $u_0 = 17$ et $u_1 = 4$.

- 1 Quelle est la raison de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$? Donner la valeur de u_2 .
- 2 Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- 3 Conjecturer le sens de variation de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
- 4 Démontrer le sens de variation.
- 5 On donne maintenant $u_n = 17 - 13n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Calculer u_{10} .

Question 5

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme $u_0 = -20$ et de raison $r = 6$.

- 1 Donner les trois premiers termes de la suite.
- 2 Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- 3 Conjecturer le sens de variation de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
- 4 Démontrer le sens de variation.
- 5 On donne maintenant $u_n = -20 + 6n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. Calculer u_{10} .

Correction 1

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite définie par $u_n = -16 + 7n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

①

$$\begin{aligned}u_0 &= -16 + 7 \times 0 \\ &= -16\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u_1 &= -16 + 7 \times 1 \\ &= -16 + 7 \\ &= -9\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}u_2 &= -16 + 7 \times 2 \\ &= -16 + 14 \\ &= -2\end{aligned}$$

②

$$\begin{aligned}u_{n+1} &= -16 + 7(n+1) \\ &= -16 + 7n + 7 \\ &= -9 + 7n\end{aligned}$$

- ③ Il semblerait que la suite soit arithmétique. Démontrons le. Soit $n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned}u_{n+1} - u_n &= -9 + 7n - (-16 + 7n) \\&= -9 + 7n + 16 - 7n \\&= 7\end{aligned}$$

- ④ D'après la question précédente, comme $u_{n+1} - u_n = 7 > 0$, ma suite est croissante.

Correction 2

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique telle que $u_0 = 14$ et $u_1 = 8$.

- ① On sait que la suite est arithmétique donc la raison est donnée par $u_1 - u_0 = 8 - 14 = -6$.

La raison de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est -6

On a alors $u_2 = u_1 + r = 8 - 6 = 2$

- ② On a de manière immédiate d'après la question précédente :

$$\begin{cases} u_0 = 14 \\ u_{n+1} = u_n - 6 \end{cases}$$

- ③ Comme $u_0 > u_1 > u_2$, on peut conjecturer que la suite est décroissante.

④ Soit $n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned}u_{n+1} - u_n &= u_n - 6 - u_n \\ &= -6 < 0\end{aligned}$$

La suite est donc bien décroissante

⑤ On donne maintenant $u_n = 14 - 6n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

$$u_{10} = 14 - 6 \times 10 = -46.$$

Correction 3

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique telle que $u_0 = 27$ et $u_1 = 15$.

- ① On sait que la suite est arithmétique donc la raison est donnée par $u_1 - u_0 = 15 - 27 = -12$.

La raison de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est -12

On a alors $u_2 = u_1 + r = 15 - 12 = 3$

- ② On a de manière immédiate d'après la question précédente :

$$\begin{cases} u_0 = 27 \\ u_{n+1} = u_n - 12 \end{cases}$$

- ③ Comme $u_0 > u_1 > u_2$, on peut conjecturer que la suite est décroissante.

④ Soit $n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned}u_{n+1} - u_n &= u_n - 12 - u_n \\ &= -12 < 0\end{aligned}$$

La suite est donc bien décroissante

⑤ On donne maintenant $u_n = 27 - 12n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

$$u_{10} = 27 - 12 \times 10 = -93.$$

Correction 4

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique telle que $u_0 = 17$ et $u_1 = 4$.

- ① On sait que la suite est arithmétique donc la raison est donnée par $u_1 - u_0 = 4 - 17 = -13$.

La raison de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est -13

On a alors $u_2 = u_1 + r = 4 - 13 = -9$

- ② On a de manière immédiate d'après la question précédente :

$$\begin{cases} u_0 = 17 \\ u_{n+1} = u_n - 13 \end{cases}$$

- ③ Comme $u_0 > u_1 > u_2$, on peut conjecturer que la suite est décroissante.

④ Soit $n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned}u_{n+1} - u_n &= u_n - 13 - u_n \\ &= -13 < 0\end{aligned}$$

La suite est donc bien décroissante

⑤ On donne maintenant $u_n = 17 - 13n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

$$u_{10} = 17 - 13 \times 10 = -113.$$

Correction 5

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique de premier terme $u_0 = -20$ et de raison $r = 6$.

① $u_0 = -20$

$$u_1 = u_0 + r$$

$$= -20 + 6$$

$$= -14$$

$$u_2 = u_1 + r$$

$$= -14 + 6$$

$$= -8$$

② On a de manière immédiate d'après l'énoncé :

$$\begin{cases} u_0 = -20 \\ u_{n+1} = u_n + 6 \end{cases}$$

③ Comme $u_0 < u_1 < u_2$, on peut conjecturer que la suite est croissante.

④ Soit $n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned}u_{n+1} - u_n &= u_n + 6 - u_n \\ &= 6 > 0\end{aligned}$$

La suite est donc bien croissante.

⑤ On donne maintenant $u_n = -20 + 6n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

$$u_{10} = -20 + 6 \times 10 = 40.$$