2.6. Sigui $G = (V, E)$ un graf no dirigit. Un subconjunt $C \subseteq V$ s'anomena *recobriment de vèrtexs* de G si

$$\forall \{u, v\} \in E : \{u, v\} \cap C \neq \emptyset.$$

Donat $G = (V, E)$, un recobriment de vèrtexs C és diu que és *minimal* si per qualsevol $C' \subseteq V$ a G, tal que $C' \subset C$ hem de tenir que C' no és un recobriment de vèrtexs.

Un conjunt $C \subset V$ és un *recobriment de vèrtexs mínim* si C és un recobriment de vèrtexs a G amb mínima cardinalitat. (Quan G és un arbre, hi ha un algorisme polinòmic per a trobar un recobriment de vèrtexs mínim a G, però per a G generals el problema és NP-hard).

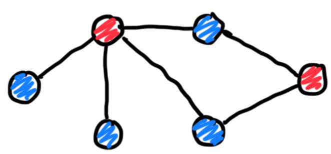
En aquest problema demostrareu que, a diferència del problema de trobar un recobriment de vèrtexs mínim, el problema de trobar un recobriment de vèrtexs minimal pot ser resolt en temps polinòmic.

(a) Demostreu que un recobriment de vèrtexs minimal no necessàriament ha de ser un recobriment de vèrtexs mínim.

(b) Demostreu que tot recobriment de vèrtexs mínim també és minimal.

(c) Doneu un algorisme polinòmic per trobar un recobriment de vèrtexs minimal a G.

a)



recobriment minimal
recobriment mínim

recobriment mínimal $\rightarrow$ $\forall v \in C$ si $C - \{v\}$ no es recobriment

recobriment mínim $\rightarrow$ compleix la propietat de recobriment minimal i $|C|$ és el mínim

b)

C mínim $\Rightarrow$ C minimal

<u>Sup</u> C mínim $\underbrace{\text{però no minimal}}$

$\Downarrow$

$\exists C' \subseteq C$ tq és recobriment i té menys nodes $(|C'| < |C|) \Rightarrow$

$\Rightarrow$ no pot ser C mínim

c)

$C \subseteq V$ és recobriment minimal $\Leftrightarrow$ $V - C$ és subconjunt independent màxima l

$\begin{cases} I \leftarrow \text{maximal IS}(G) \\ \text{retorna } V/I \end{cases}$

maximal IS (G):

$I \leftarrow \emptyset$

<u>mentre</u> $V \neq \emptyset$ <u>fer</u>

$v \leftarrow$ escollir node de V

$I \leftarrow I \cup \{v\}$

$V \leftarrow V - \{v\}$

$V \leftarrow V - N(v)$

retorna I

$O(n+m)$