Teoría de Autómatas y Lenguajes Formales

Práctica 1: Latex y expresiones regurales

Pablo, Muñoz Lara

29 de octubre de 2022

1. Ejercicio 1

Definición 1.1 (***Aplicación*** $\mathcal{L}$)**.** La aplicación $\mathcal{L}$ establece una relación formal entre las expresiones regulares y los lenguajes que éstos representan, definiéndose como sigue:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} : \mathcal{R} &\to 2^{\Sigma^*} \\ r &\to \mathcal{L}(r) \end{aligned}$$

a) $\mathcal{L}(\emptyset) = \emptyset$

b) $\mathcal{L}(a) = \{a\} \, \forall a \in \Sigma$

c) Si $\alpha, \beta \in \mathcal{R}$ entonces $\mathcal{L}((\alpha\beta)) = \mathcal{L}(\alpha)\mathcal{L}(\beta)$

d) Si $\alpha, \beta \in \mathcal{R}$ entonces $\mathcal{L}((\alpha + \beta)) = \mathcal{L}(\alpha) \cup \mathcal{L}(\beta)$

e) Si $\alpha \in \mathcal{R}$ entonces $\mathcal{L}(\alpha^*) = \mathcal{L}(\alpha)^*$

1.1. Propiedades de las expresiones regulares

Proposición 1. *Si α, β, γ son expresiones regulares entonces se cumple:*

$$(\alpha + \beta)\gamma = \alpha\gamma + \beta\gamma \tag{1}$$

Demostración. Usando las reglas de la definición 1.1 tenemos que:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(((\alpha+\beta)\gamma)) = \mathcal{L}((\alpha+\beta))\mathcal{L}(\gamma) = (\mathcal{L}(\alpha)\cup\mathcal{L}(\beta))\mathcal{L}(\gamma) = \mathcal{L}(\alpha)\mathcal{L}(\gamma)\cup\mathcal{L}(\beta)\mathcal{L}(\gamma) = \\ L((\alpha\gamma)) \cup L((\beta\gamma)) = L((\alpha\gamma + \beta\gamma)) \end{aligned}$$

□

Ejemplo 1.1. Consideremos $L = \{w \in \{a, b\}^* : w \text{ no termina en } ab\}$. Un expresión regular que genera L es:

$$(a + b)^*(a + bb) + b + \epsilon$$