

10,00

Avaliação Parcial 3

Curso: Tecnologia em Telemática

Disciplina: Cálculo Diferencial e Integral

Professor: Sebastião Pontes Mascarenhas

Semestre: 2022.1

Aluno (a): PABLO BUSATTO

- 3,0 01. Determine os máximos e mínimos relativos da função

$$f(x) = \frac{3x^2 + x + 1}{x^2 + x + 1}$$

- 4,0 02. Uma empresa precisa fabricar embalagens cilíndricas, com tampa, de modo que possa conter, exatamente, um volume fixo igual a $V = 250 \cdot \pi \text{ dm}^3$. Determine o raio da base (r) e a altura (h) para que seja mínima a área superficial utilizada na construção dessa embalagem cilíndrica. Encontre o valor dessa área superficial mínima utilizada nessa embalagem.

Obs.: Área Superficial $A(r, h) = 2\pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot h$.

Obs.: Volume $V(r, h) = \pi \cdot r^2 \cdot h$

- 3,0 03. Determine a equação reduzida da reta tangente **t** ao gráfico da função

$$y = f(x) = \frac{x^4 + 5}{x^3 - 2} \quad \text{no ponto de abscissa}$$

$$x_0 = 1.$$

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{2}$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

$$\{A \in \mathbb{R} \mid x^2 + x + 1 = 0\}$$

ALUNO: PABLO BOSATTO

01. $f(x) = \frac{3x^2 + x + 1}{x^2 + x + 1}$, $D(f) = \mathbb{R} \Rightarrow$

$$f'(x) = \frac{(6x + 1) \cdot (x^2 + x + 1) - (3x^2 + x + 1)(2x + 1)}{(x^2 + x + 1)^2}, D(f') = \mathbb{R} \Rightarrow$$

$$f'(x) = \frac{6x^3 + 6x^2 + 6x + x^2 + x + 1 - [6x^3 + 2x^2 + 2x + 3x^2 + x + 1]}{(x^2 + x + 1)^2} \Rightarrow$$

$$f'(x) = \frac{7x^2 + 6x - 5x^2 - 2x}{(x^2 + x + 1)^2} \Rightarrow$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 4x}{(x^2 + x + 1)^2} \Rightarrow$$

$$f'(x) = \frac{2x(x + 2)}{(x^2 + x + 1)^2}$$

$f(x)$ PODE TER EXTREMOS RELATIVOS NOS VALORES DE x PARA OS QUAIS $f'(x) = 0$.

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{matrix} 2x = 0 \\ x = 0 \end{matrix} \quad \text{ou} \quad \begin{matrix} x + 2 = 0 \\ x = -2 \end{matrix}$$

$$f'(x) \begin{matrix} + & + & + & + & - & - & - & - & + & + & + & + \end{matrix} \xrightarrow{D(f')} \begin{matrix} -2 & 0 \end{matrix}$$

$f(x)$ POSSUI UM MÁXIMO RELATIVO NO PONTO DE ABCISSA $x = -2$, E

$f(x)$ POSSUI UM MÍNIMO RELATIVO NO PONTO DE ABCISSA $x = 0$.

$$f'(-1) = \frac{-2(1)}{(1-1+1)^2}$$

$$f'(-1) = \frac{-2}{1}$$

$$f'(-1) = -2 \ominus$$

$$f'(1) = \frac{2 \cdot 3}{3^2}$$

$$f'(1) = \frac{2}{3} \oplus$$

$$f'(-10) = \frac{-20 \cdot (-8)}{(100 - 10 + 1)^2}$$

$$f'(-10) = \frac{160}{81^2} \Rightarrow$$

$$f'(-10) > 0 \oplus$$

02.



$$V = 250\pi \text{ dm}^3$$

$$V(r, h) = \pi r^2 \cdot h = 250\pi \text{ dm}^3 \Rightarrow h = \frac{250 \text{ dm}^3}{r^2}$$

$A_B \rightarrow \text{ÁREA DA BASE}$
 $A_T \rightarrow \text{ÁREA DA TAMPA}$
 $A_R \rightarrow \text{ÁREA DO RÓTULO}$
 $A = A_B + A_T + A_R$
 $A = \pi r^2 + \pi r^2 + 2\pi r \cdot h$
 $A = 2\pi r(r + h)$

SUBSTITUINDO O h:

$$A(r) = 2\pi r \left(r + \frac{250 \text{ dm}^3}{r^2} \right)$$

$$A = 2\pi r \left(\frac{r^3 + 250 \text{ dm}^3}{r^2} \right)$$

$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{250 \text{ dm}^3}{r}$$

$$A(r) = 2\pi r^2 + (250 \text{ dm}^3) \cdot r^{-1}$$

$$A'(r) = 4\pi r + (-1) \cdot (250 \text{ dm}^3) \cdot r^{-2}$$

$$A'(r) = 4\pi r - \frac{250 \text{ dm}^3}{r^2}$$

PONTOS CRÍTICOS EM $A'(r) = 0 \Rightarrow$

$$4\pi r - \frac{250 \text{ dm}^3}{r^2} = 0$$

$$4\pi r^3 = 250 \text{ dm}^3$$

$$r^3 = \frac{250 \text{ dm}^3}{4\pi}$$

$$r = \frac{\sqrt[3]{250 \text{ dm}^3}}{\sqrt[3]{4\pi}}$$

R.: A ÁREA MÍNIMA,

$$A_{\text{MIN}} = 150\pi \text{ dm}^2$$

OCORRE QUANDO O

RAIO DA BASE É

$r = 5 \text{ dm}$ E A ALTURA É

$h = 10 \text{ dm}$.

$$A(r) = 2\pi r^2 + \frac{2\pi \cdot 250 \text{ dm}^3}{r}$$

$$A(r) = 2\pi \left[r^2 + \frac{250 \text{ dm}^3}{r} \right]$$

$$A'(r) = 2\pi \left(2r - \frac{250 \text{ dm}^3}{r^2} \right)$$

$$A'(r) = 2\pi \left(\frac{2r^3 - 250 \text{ dm}^3}{r^2} \right)$$

PONTOS CRÍTICOS EM $A'(r) = 0$

$$A'(r) = 0 \Rightarrow$$

$$2r^3 = 250 \text{ dm}^3$$

$$r^3 = 125 \text{ dm}^3$$

$$r = 5 \text{ dm}$$

$$h = \frac{250 \text{ dm}^3}{(5 \text{ dm})^2}$$

$$h = \frac{250}{25} \text{ dm}$$

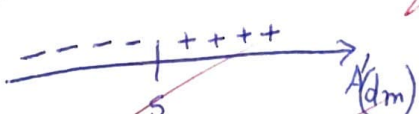
$$h = 10 \text{ dm}$$

$$A = 2\pi r(r + h)$$

$$A_{\text{MIN}} = 2\pi (5 \text{ dm})(10 \text{ dm})$$

$$A_{\text{MIN}} = 100\pi \text{ dm}^2$$

$$A_{\text{MIN}} = 150\pi \text{ dm}^2$$



$A(r)$ POSSUI MÍNIMO RELATIVO EM $r = 5 \text{ dm}$.

$$A'(0) = 2\pi \cdot (-)$$

$$A'(0) < 0 \text{ (4)}$$

$$A'(10) = (+) \cdot (+)$$

$$A'(10) > 0$$

$$y = f(x) = \frac{x^4 + 5}{x^3 - 2}, \quad D(f) = \mathbb{R} - \{\sqrt[3]{2}\}$$

$$f'(x) = \frac{4x^3 \cdot (x^3 - 2) - (x^4 + 5)(3x^2)}{(x^3 - 2)^2}, \quad D(f') = D(f) = \mathbb{R} - \{\sqrt[3]{2}\}$$

$$f'(x) = \frac{4x^6 - 8x^3 - (3x^6 + 15x^2)}{(x^3 - 2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{4x^6 - 3x^6 - 8x^3 - 15x^2}{(x^3 - 2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^6 - 8x^3 - 15x^2}{(x^3 - 2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2(x^4 - 8x - 15)}{(x^3 - 2)^2}$$

$$m_t = f'(1) = \frac{1 \cdot (1 - 8 - 15)}{(1 - 2)^2} = \frac{-22}{1} = -22$$

$$y_0 = f(x_0) = \frac{6}{-1} = -6$$

$$t: (y - y_0) = m_t (x - x_0) \Rightarrow$$

$$t: y + 6 = -22(x - 1)$$

$$t: y = -22x + 22 - 6$$

$$t: y = -22x + 16$$

$$t: y = -22x + 16 //$$