Información General

Curso	: Cómputo Evolutivo
Semestre	: 2025 - 2
Profesores	: Katya Rodríguez Vázquez
	: Augusto César Poot Hernández
Entrega	: Febrero 23 de 2025
Alumno	: Pablo Uriel Benítez Ramírez, 418003561

1. Algoritmo genético simple

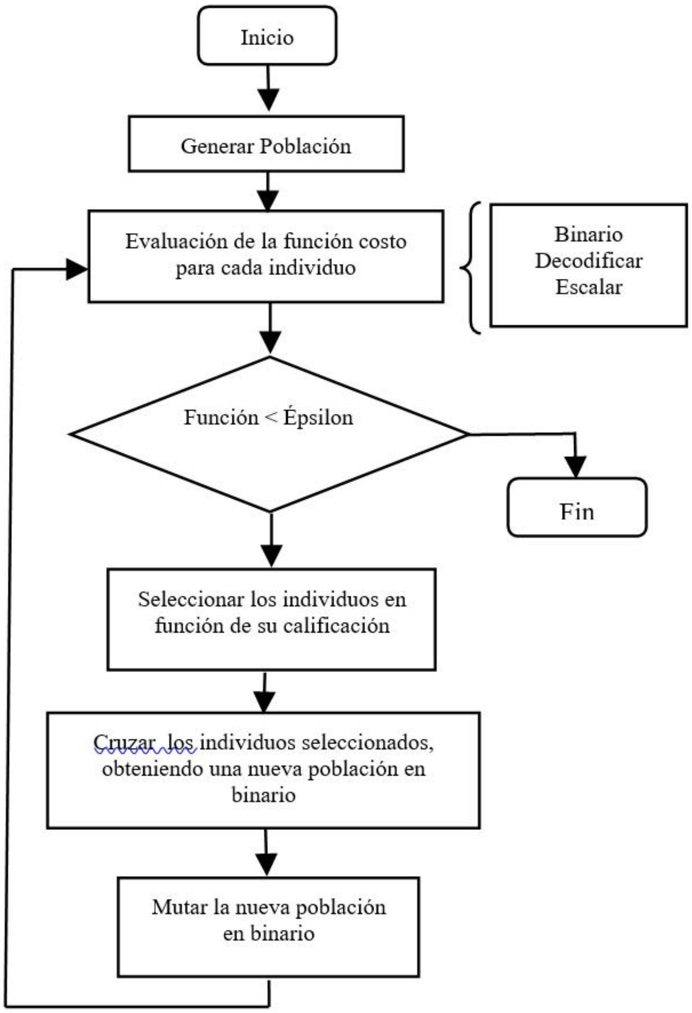


Figura 1: Diagrama de algoritmo para cómputo evolutivo [1]

Implementa el algoritmo genético simple con las siguientes características:

1. Codificación binaria, *representación de los cromosomas mediante una estructura de símbolos. Obtener la longitud entre el rango mínimo y máximo de cada variable..*

2. Selección, hacer una selección proporcional a la aptitud de los individuos. Los mejor evaluados tendrán mayores probabilidades de sobrevivir.

Definición 1.1. [2] La *evaluación* de los individuos se genera a partir de la *decodificación* del genotipo dada la siguiente fórmula:

$$x = a + decimal(g)\left(\frac{b-a}{2^m - 1}\right)$$

donde g es la cadena de 0's y 1's que representa a cada individuo, a y b son los valores que acotan a x ($a \leq x \leq b$), y m es la longitud del genotipo.

Definición 1.2. [2] La *selección* de individuos x's de una población es de acuerdo al valor de *fitness* (adaptabilidad, aptitud, desempeño) $f(x)$.Hacer una selección proporcional a la aptitud de los individuos. Los mejor evaluados tendrán mayores probabilidades de sobrevivir.

Definición 1.3. La *aptitud* a_n se obtiene a partir de la evaluación de $f(x_1, \ldots, x_n)$ para cada individuo

$$a_n = f_n \text{ o bien } a_n = \frac{1}{f_n + \epsilon}, \epsilon > 0 \text{ para otros casos}$$

La aptitud total de la población es la suma de total de aptitudes,

$$S = \sum_{i=1}^{n} a_n$$

Definición 1.4. La *probabilidad de selección* para cada individuo está dada por

$$p_n = \frac{a_n}{S}$$

Definición 1.5. La *aptitud acumulada* es un vector acumulativo donde cada n posición representa la suma acumulada de las probabilidades hasta el individuo n

$$acc_n = \sum_{j=1}^{n} p_j$$

Se consideraron dos funciones para la evaluación:

$$a_n = f(x) \quad x = (x_1, \ldots, x_n) \tag{1}$$

$$a_n = \frac{1}{f(x) + \epsilon} \quad x = (x_1, \ldots, x_n), \epsilon = 1e^{-6} \tag{2}$$

Definición 1.6. [2] El *método de ruleta* (Goldberg 1989), simple pero ineficiente: $O(n^2)$[3]. cada individuo de la población recibe una probabilidad de ser seleccionado que es proporcional a su aptitud.

Para seleccionar a un individuo,

a) Genera un número aleatorio $t \in [0, 1]$

b) Recorre el vector acumulado hasta encontrar el primer índice n donde:

$$acc_n \geq t$$

3. Cruza en un punto

   Definición 1.7. [2] El *operador de cruzamiento* permite explotar el espacio de búsqueda al combinar nociones (subcadenas) para formar nuevas ideas (nuevas soluciones).

4. Mutación aleatoria

   Definición 1.8. [2] La mutación es un proceso en el cual el alelo de un gen es aleatoriamente reemplazando por otro para producir una nueva estructura. La probabilidad de mutación Pm en cada gen es pequeña. La mutación de cada posición es independiente de la acción en otra posición.

5. La probabilidad de cruza, probabilidad de mutación, tamaño de la población y número de generación quedan a su elección.

6. Precisión de 3 dígitos decimales.

1.1. Esfera

$(n = 2 \ \& \ n = 5) \ -10 \le x \le 10$

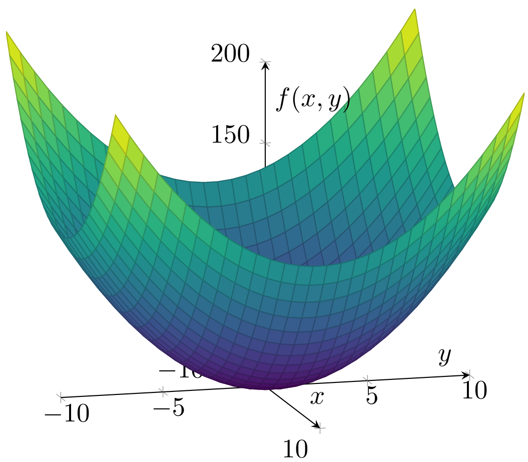
$$f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i^2$$

1.1.1. n=2

Para $n = 2$ la función es

$$f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{2} x_i^2 = x_1^2 + x_2^2, \quad f(x, y) = x^2 + y^2$$

la cual es un paraboloide de 3 dimensiones, que se ve así



Con un máximo $f(x, y) = 200$ y un mínimo de $f(x, y) = 0$.

1.1.2. n=5

Para $n = 5$ la función es

$$f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{5} x_i^5 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2$$

la cual es es un hiperparaboloide en 5 dimensiones, que se ve como la anterior si dejamos fijas 3 variables.

Con un máximo $f(x, y) = 500$ y un mínimo de $f(x, y) = 0$.

1.1.3. Codificación binaria

El total de valores a representar se obtiene multiplicando la longitud por el requerimiento de precisión.

$$Longitud = 10 - (-10) = 20$$
$$L\_valores = 20 \cdot 1000 = 20,000$$

Por lo tanto, la cantidad de bits necesarios para representar el total de valores es

$$2^{14} \le 20,000 \le 2^{15} \Longrightarrow 2^{15} = 32,768$$

1.1.4. Evaluación n=2

Parámetros

```
m = 15              # longitud del genotipo
pob_size = 50       # tamaño de la población
a = -10             # valor mínimo de x
b = 10              # valor máximo de x
decimales=3         # número de decimales
n = 2               # variables a considerar
t = m * n           # total de bits
epsilon = 1e-6      # cota de selección
proba_cruza = 0.8   # probabilidad de cruza
proba_muta = 0.02   # probabilidad de mutación
generaciones = 100  # número de generaciones
target = -10000     # objetivo de minimización
```

Función 1. Resultado:

```
Generaciones: 100
Mejor genotipo: [0 1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1]
Mejor fenotipo : 0.168
Mejor evaluación f(x): 0.168
```

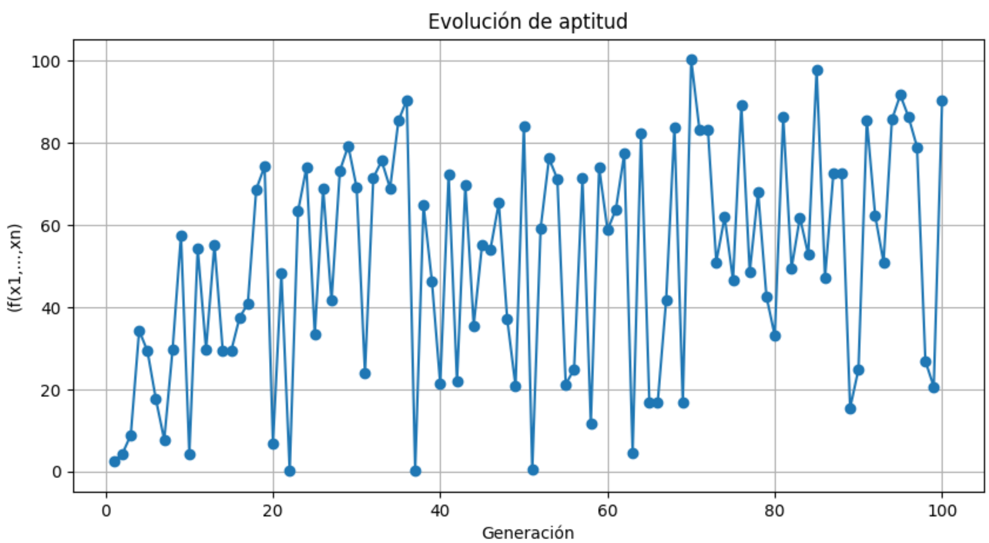


Figura 2: Representación de función 1

Función 2. Resultado:

```
Generaciones: 6
Mejor genotipo: [1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0]
Mejor fenotipo (x): 0.0
Mejor evaluación f(x): 0.0
```

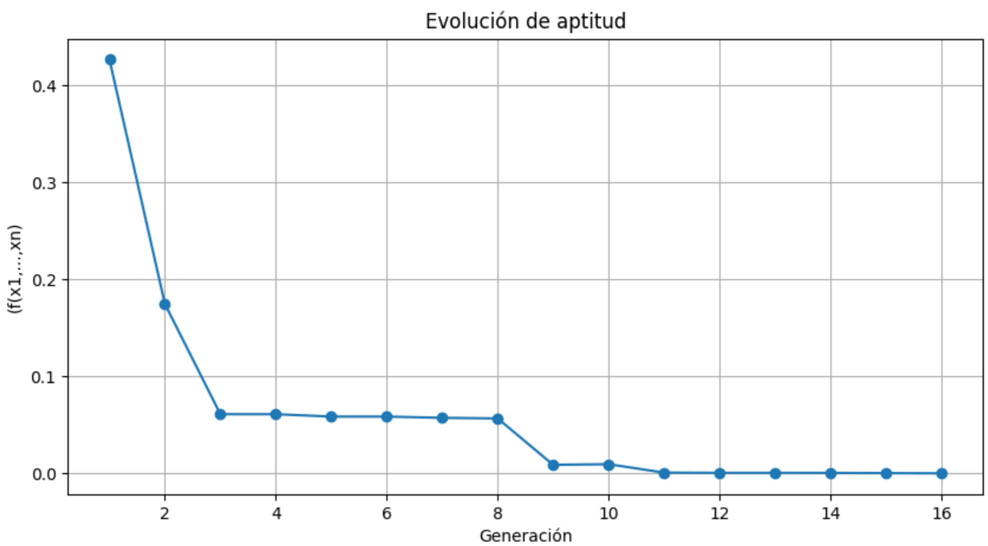


Figura 3: Representación de función 2

1.1.5. Evaluación n=5

Parámetros

```
m = 15              # longitud del genotipo
pob_size = 50       # tamaño de la población
a = -10             # valor mínimo de x
b = 10              # valor máximo de x
decimales=3         # número de decimales
n = 5               # variables a considerar
t = m * n           # total de bits
epsilon = 1e-6      # cota de selección
proba_cruza = 0.8   # probabilidad de cruza
proba_muta = 0.02   # probabilidad de mutación
generaciones = 100  # número de generaciones
target = 0          # objetivo de minimización
```

Función 1. Resultado:

```
Generaciones: 100
Mejor genotipo: [1 0 0 1 0 0 0 0 1 0 1 1 1 1 1 0 1 0 1 0 1 0 0 1 1 1 0 0 1 1 0 1 1 0 0 1 0
 1 1 1 1 1 1 0 0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0 1 1 0 1 1 0 1 1 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 0]
Mejor fenotipo (x): 19.578
Mejor evaluación f(x): 19.578
```

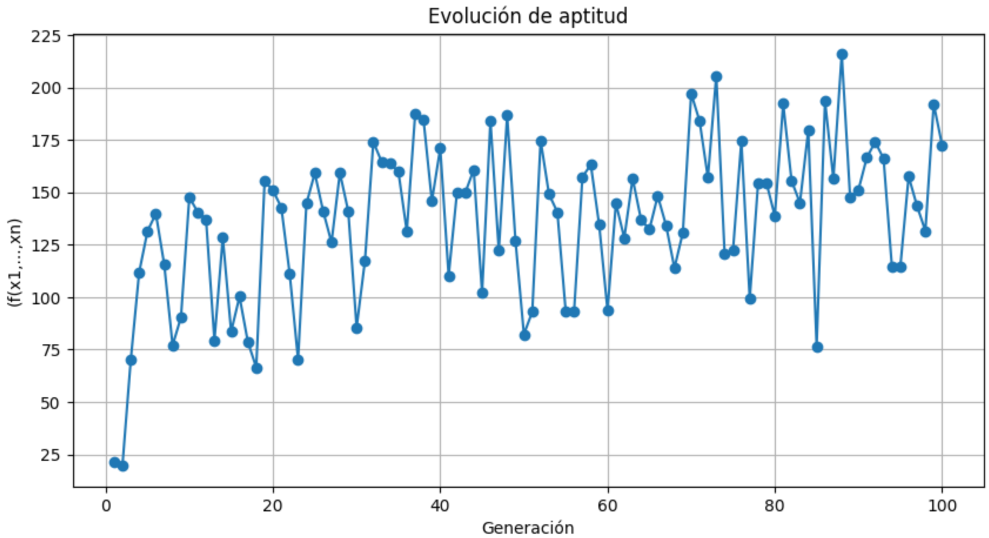


Figura 4: Representación de función 1

Función 2. Resultado:

```
Generaciones: 42
Mejor genotipo: [0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 1 1 1 1 1 1
 1 1 1 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1 0]
Mejor fenotipo (x): 0.0
Mejor evaluación f(x): 0.0
```

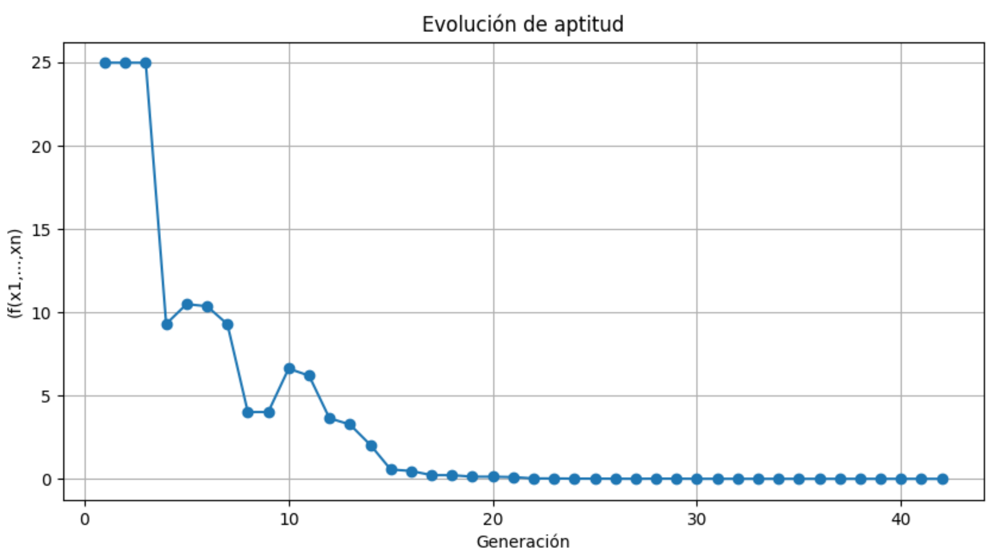
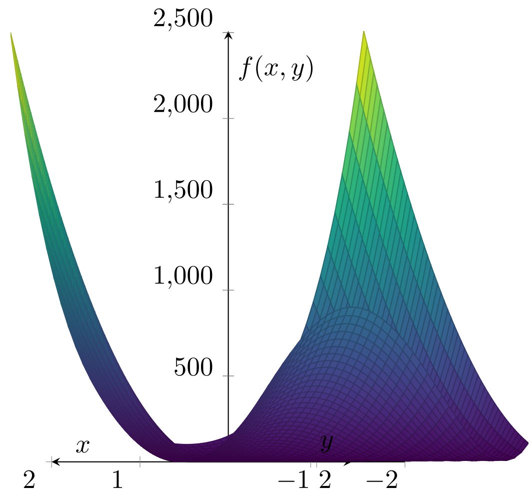


Figura 5: Representación de función 2

1.2. Rosenbrock

$(n = 2 \ \& \ n = 5) \ -10 \leq x \leq 10$

$$f(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{n-1} \left[100 \left(x_{i+1} - x_i^2 \right)^2 + (1 - x_i)^2 \right]$$



1.2.1. Codificación binaria

El total de valores a representar se obtiene multiplicando la longitud por el requerimiento de precisión.

$$Longitud = 10 - (-10) = 20$$
$$L\_valores = 20 \cdot 1000 = 20,000$$

Por lo tanto, la cantidad de bits necesarios para representar el total de valores es

$$2^{14} \leq 20,000 \leq 2^{15} \Longrightarrow 2^{15} = 32,768$$

A ojo se puede ver que el mínimo es cuando x=0.

1.2.2. Evaluación n=2

Parámetros

```
m = 15             # longitud del genotipo
pob_size = 50      # tamaño de la población
a = -10            # valor mínimo de x
b = 10             # valor máximo de x
decimales=3        # número de decimales
n = 2              # variables a considerar
t = m * n          # total de bits
epsilon = 1e-6     # cota de selección
proba_cruza = 0.8  # probabilidad de cruza
proba_muta = 0.02  # probabilidad de mutación
generaciones = 100 # número de generaciones
target = 0         # objetivo de minimización
```

Función 1. Resultado:

```
Generaciones: 100
Mejor genotipo: [1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 0 1 1 0]
Mejor fenotipo (x): 2.384
Mejor evaluación f(x): 2.384
```

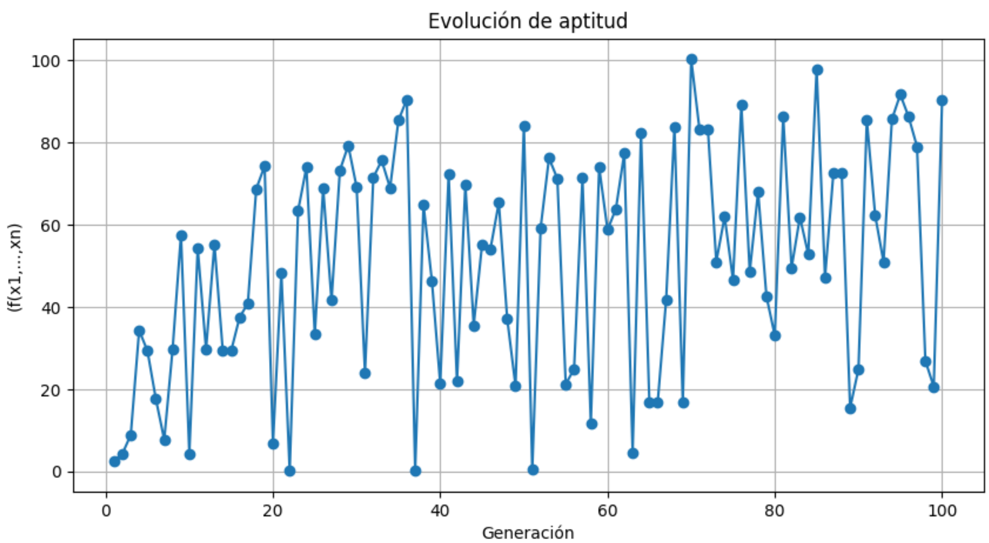


Figura 6: Representación de función 1

Función 2. Resultado:

```
Generaciones: 100
Mejor genotipo: [1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 0]
Mejor fenotipo (x): 0.063
Mejor evaluación f(x): 0.063
```

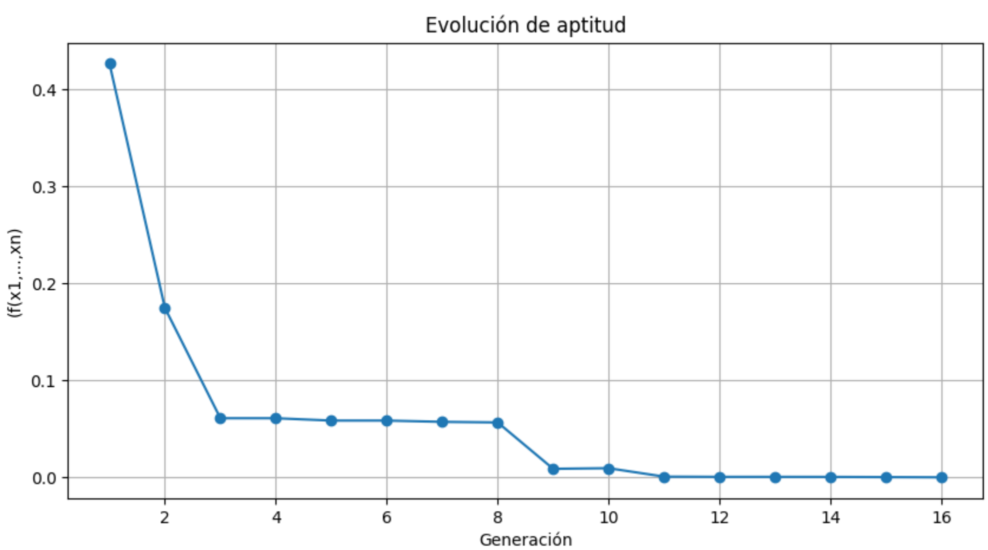


Figura 7: Representación de función 2

1.2.3. Evaluación n=5

Parámetros

```
m = 15              # longitud del genotipo
pob_size = 50       # tamaño de la población
a = -10             # valor mínimo de x
```

```
b = 10              # valor máximo de x
decimales=3         # número de decimales
n = 5               # variables a considerar
t = m * n           # total de bits
epsilon = 1e-6      # cota de selección
proba_cruza = 0.8   # probabilidad de cruza
proba_muta = 0.02   # probabilidad de mutación
generaciones = 100  # número de generaciones
target = 0          # objetivo de minimización
```

Función 1. Resultado:

```
Generaciones: 100
Mejor genotipo: [0 1 0 0 1 1 1 1 0 0 1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 0 1 0 1 0 1 0 0 1 0 1 0 1 1
 0 1 0 1 0 0 1 1 0 1 1 0 0 1 1 1 0 0 1 1 0 0 1 0 1 1 1 0 0 1 0 0 1 0 1 1 1 1]
Mejor fenotipo (x): 39219.962
Mejor evaluación f(x): 39219.962
```

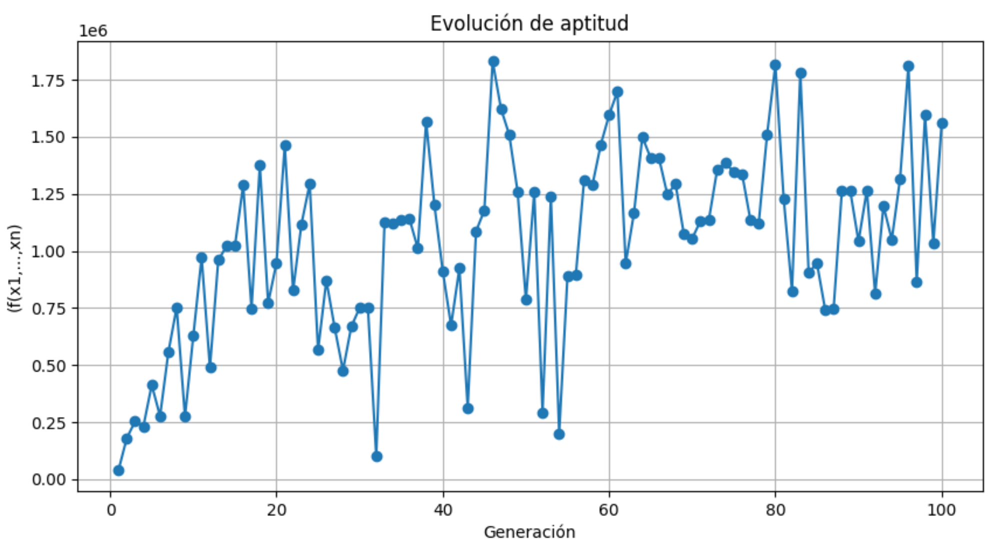


Figura 8: Representación de función 1

Función 2. Resultado:

```
Generaciones: 100
Mejor genotipo: [1 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1 0 0 1 0 0 1
 1 1 1 1 1 0 0 1 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 1 1 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0]
Mejor fenotipo (x): 3.175
Mejor evaluación f(x): 3.175
```

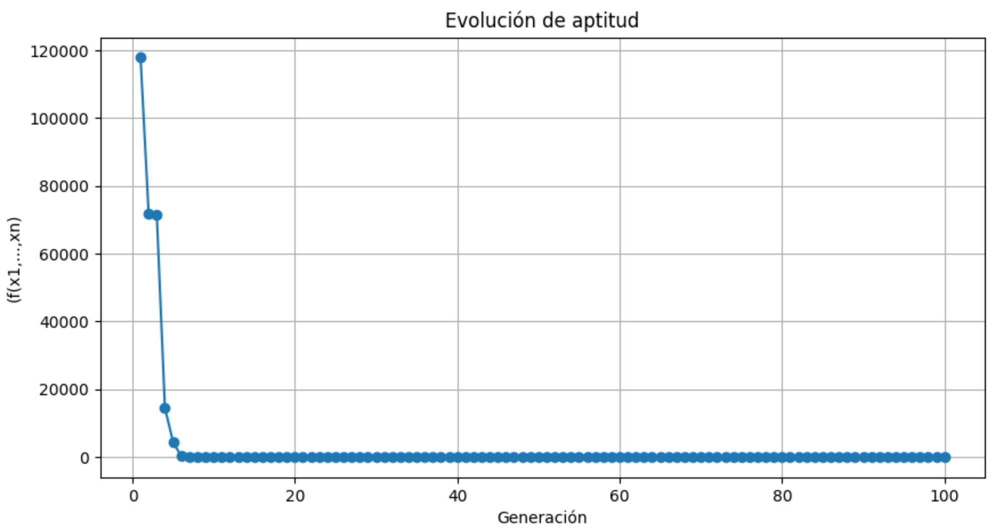
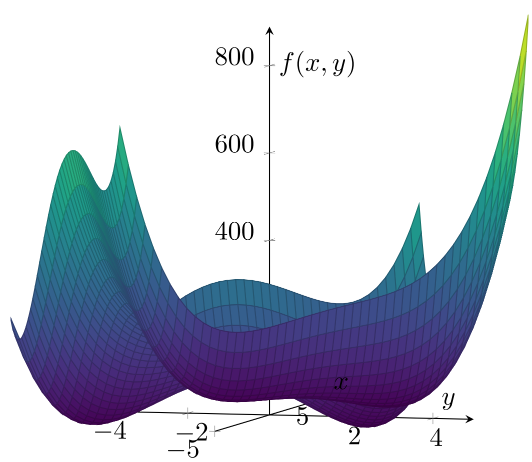


Figura 9: Representación de función 2

1.3. Himmenblau

$-5 \leq x \leq 5$

$$f(x, y) = (x^2 + y - 11)^2 + (x + y^2 - 7)^2.$$



1.3.1. Codificación binaria

El total de valores a representar se obtiene multiplicando la longitud por el requerimiento de precisión.

$$Longitud = 5 - (-5) = 10$$
$$L\_valores = 10 \cdot 1000 = 10,000$$

Por lo tanto, la cantidad de bits necesarios para representar el total de valores es

$$2^{13} \leq 10,000 \leq 2^{14} \Longrightarrow 2^{14} = 16,384$$

Parámetros

```
m = 14              # longitud del genotipo
pob_size = 50       # tamaño de la población
```

```
a = -5              # valor mínimo de x
b = 5               # valor máximo de x
decimales=3         # número de decimales
n = 2               # variables a considerar
t = m * n           # total de bits
epsilon = 1e-6      # cota de selección
proba_cruza = 0.8   # probabilidad de cruza
proba_muta = 0.02   # probabilidad de mutación
generaciones = 100  # número de generaciones
target = 0          # objetivo de minimización
```

Función 1. Resultado:

```
Generaciones: 100
Mejor genotipo: [1 1 0 0 1 1 1 0 1 1 1 1 0 0 1 0 1 0 1 0 1 1 0 1 1 1 1 0]
Mejor fenotipo (x1, x2): 1.11
Mejor evaluación f(x1,x2): 1.11
```

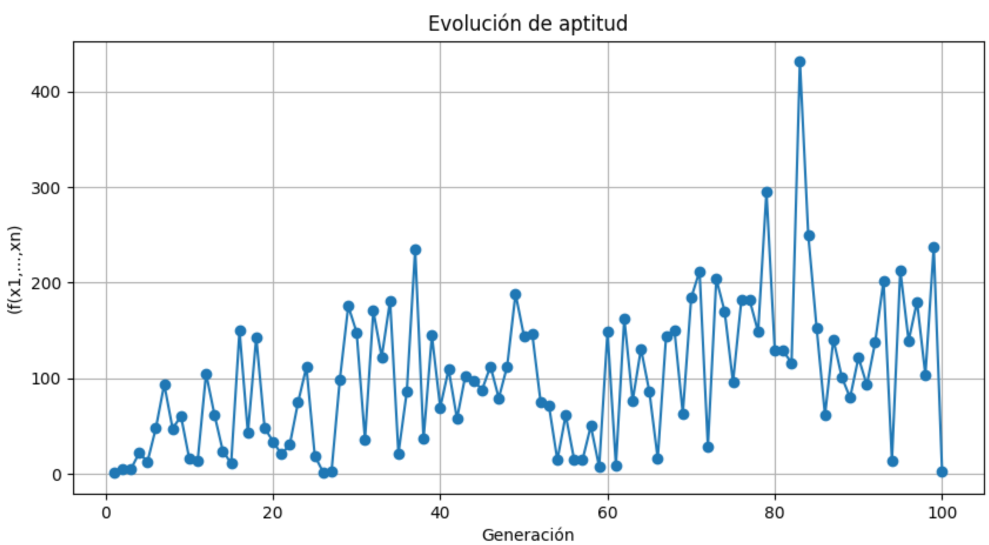


Figura 10: Representación de función 1

Función 2. Resultado:

```
Generaciones: 100
Mejor genotipo: [1 1 0 0 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1 1 0 0 1 1 1 0 1 0 1 0]
Mejor fenotipo (x1, x2): 0.03
Mejor evaluación f(x1,x2): 0.03
```

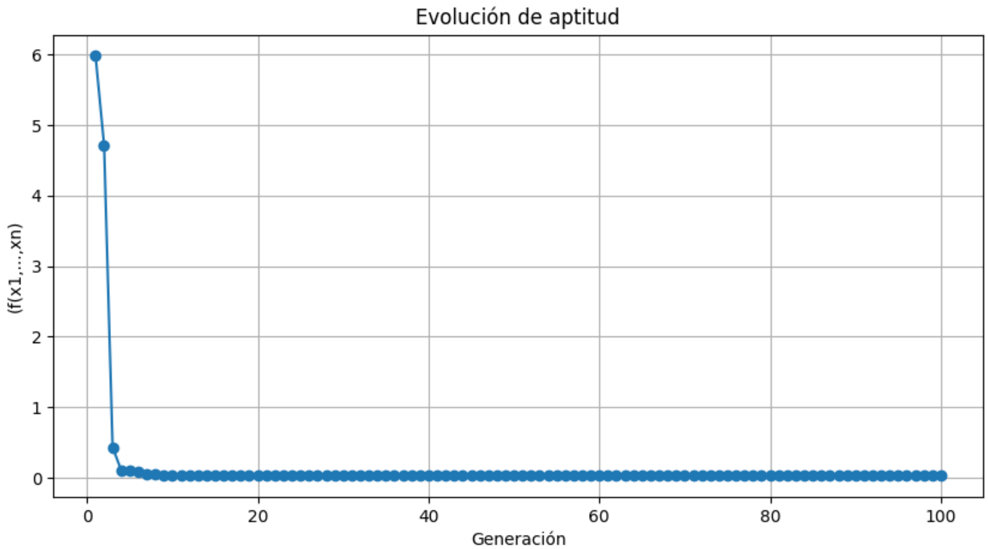


Figura 11: Representación de función 2

1.4. Eggholder

$-512 \leq x \leq 512$

$$f(x,y) = -(y+47)\sin\sqrt{\left|\frac{x}{2}+(y+47)\right|} - x\sin\sqrt{|x-(y+47)|}$$

1.4.1. Codificación binaria

El total de valores a representar se obtiene multiplicando la longitud por el requerimiento de precisión.

$$Longitud = 512 - (-512) = 1024$$
$$L\_valores = 1024 \cdot 1000 = 1,024,000$$

Por lo tanto, la cantidad de bits necesarios para representar el total de valores es

$$2^{19} \leq 1,024,000 \leq 2^{20} \implies 2^{20} = 1,048,576$$

Parámetros

```
m = 20              # longitud del genotipo
pob_size = 50       # tamaño de la población
a = -512            # valor mínimo de x
b = 512             # valor máximo de x
decimales=3         # número de decimales
n = 2               # variables a considerar
t = m * n           # total de bits
epsilon = 1e-6      # cota de selección
proba_cruza = 0.8   # probabilidad de cruza
proba_muta = 0.02   # probabilidad de mutación
generaciones = 100  # número de generaciones
target = 0          # objetivo de minimización
```

Función 1. Resultado:

```
Generaciones: 100
Mejor genotipo: [1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 1 1 1 0 1 1 0 0 1 1 1 0 0 1 1 0 0
 0 0 0]
Mejor fenotipo (x1, x2): -954.663
Mejor evaluación f(x1,x2): -954.663
```

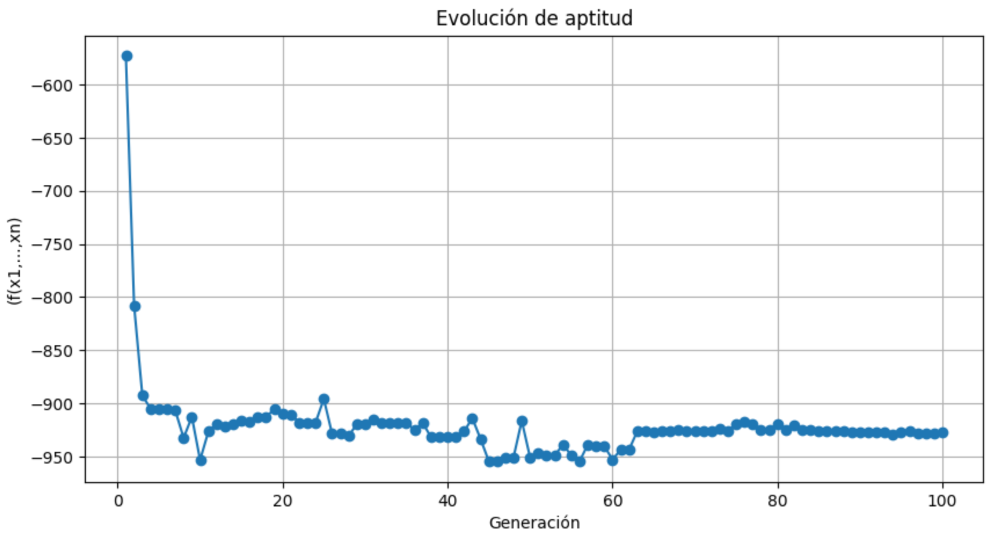


Figura 12: Representación de función 1

Referencias

[1] Othon Colorado Arellano. Algoritmo genético aplicado a la sintonización de un controlador pid para un sistema acoplado de tanques. https://portal.amelica.org/ameli/journal/595/5952866012/html/. [Acceso el 23/02/2025].

[2] Katya Rodríguez Vázquez Augusto C. Poot. Computación evolutiva. Curso Cómputo Evolutivo.

[3] Carlos A. Coello Coello. Introducción a la computación evolutiva. http://delta.cs.cinvestav.mx/~ccoello/compevol/clase5-2013.pdf. [Acceso el 23/02/2025].