

# Teorema de Artin–Wedderburn

Pablo Brianese

16 de septiembre de 2021

**Definición 1.** Decimos que un módulo  $A$  satisface la condición de la cadena ascendente (ACC) sobre submódulos (o decimos que es noetheriano) si para toda cadena  $A_1 \subseteq A_2 \subseteq A_3 \subseteq \cdots$  de submódulos de  $A$ , existe un entero  $m$  tal que  $B_i = B_m$  para todo  $i \geq m$ .

Si un anillo  $R$  es pensado como módulo izquierdo (resp. derecho) sobre sí mismo, entonces es fácil ver que los submódulos de  $R$  son precisamente los ideales izquierdos (resp. derechos) de  $R$ . Consecuentemente, en este caso se acostumbra hablar de condiciones de cadena sobre ideales (izquierdos o derechos) en lugar de submódulos.

**Definición 2.** Un anillo  $R$  es noetheriano izquierdo (resp. derecho) si  $R$  satisface la condición de la cadena ascendente sobre sus ideales izquierdos (resp. derechos). Se dice que  $R$  es noetheriano si  $R$  es noetheriano izquierdo y derecho a la vez.

Un anillo  $R$  es artinian izquierdo (resp. derecho) si  $R$  satisface la condición de la cadena descendente sobre sus ideales izquierdos (resp. derechos). Se dice que  $R$  es artinian si  $R$  es artinian izquierdo y derecho a la vez.

**Teorema 1** (de Artin–Wedderburn). Las siguientes condiciones sobre un anillo artinian izquierdo  $R$  son equivalentes.

1.  $R$  es simple;
2.  $R$  es isomorfo al anillo de endomorfismos de un espacio vectorial no nulo sobre un anillo de división  $D$ ;
3. para algún entero positivo  $n$ ,  $R$  es isomorfo al anillo formado por las matrices  $n \times n$  sobre un anillo de división.