# Herramientas Computacionales para Matemática Aplicada

Herramientas para matemática simbólica ("álgebra computacional")

**Curso 2020** 

## Principales desarrollos: Mathematica

#### Reseña [editar]

La primera versión de Mathematica se puso a la venta en 1988. La versión 10.3, fue lanzada el 15 de octubre de 2015, se encuentra disponible para una gran variedad de sistemas operativos.

Mathematica se divide en dos partes, el "kernel" o núcleo (en informática) que desempeña los cálculos. Y el "front end" o interfaz, que despliega los resultados y permite al usuario interactuar con el núcleo como si fuera un documento. En la comunicación entre el kernel y la interfaz (o cualquier otro cliente) Mathematica usa el protocolo MathLink, a menudo sobre una red. Es posible que diferentes interfaces se conecten al mismo núcleo, y también que una interfaz se conecte a varios núcleos.

A diferencia de otros sistemas de álgebra computacional, por ejemplo Maxima o Maple, Mathematica intenta usar las reglas de transformación que conoce en cada momento tanto como sea posible, tratando de alcanzar un punto estable.

#### Características generales [editar]

Los atributos de Mathematica incluyen:1

- Bibliotecas de funciones matemáticas elementales y especiales.
- · Matrices y manipulación de datos, así como soporte de matrices tipo sparse.
- Soporte para números compleios, precisión arbitraria, computación de intervalos aritméticos y simbólicos.
- Datos en 2D y 3D, función y visualización geográfica y herramientas de animación.
- Solucionadores para sistemas de ecuaciones, ecuaciones diofánticas, ecuaciones diferenciales ordinarias, parciales, diferenciales algebraicas, de retraso, diferenciales estocásticas y relaciones de recurrencia.
- · Herramientas numéricas y simbólicas para cálculo de variable continua o discreta.
- · Bibliotecas de Estadística multivariable, incluyendo ajuste, pruebas de hipótesis, y cálculos de probabilidad y expectativa en más de 140 distribuciones.
- · Soporte para datos censurados, datos temporales, series temporales y datos basados en unidades.
- Cálculos y simulaciones en procesos aleatorios y queues.



Tipo de

computacional

software matemático

array programming language lenguaje de programación

funcional

data analysis software

Visualization software lenguaje de programación

interpretado

Desarrollador Lanzamiento

23 de junio de 1988 12.1.0

Última versión estable

18 de marzo de 2020

Multiplataforma (list)@

Wolfram Research

Género Sistema algebraico computacional

Programado en

C++ Java

Sistema operativo

Licencia Propietario

[editar datos en Wikidata]

Mathematica



Mathematica es un programa utilizado en áreas científicas, de ingeniería, matemática y áreas computacionales. Wikipedia

Fecha del lanzamiento inicial: 23 de junio de 1988

Programado en: C; C++; Java

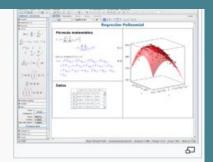
Sistema operativo: Multiplataforma (list)

Desarrollador: Wolfram Research

Licencia: Propietario

Escrito en: Wolfram, Java

## Principales desarrollos: Maple



Tipo de programa sistema algebraico computacional

data analysis software lenguaje de programación lenguaje de programación

Multiplataformalcita requerida]

interpretado

Lanzamiento 1982

Desarrollador

Waterloo Maple

2019 Ultima versión

14 de marzo de 2019 estable

Género

C, Java, Maple Programado er

Sistema operativo

Plataforma Licencia

x86, x86-64 Propietario

Idiomas En español Inglés J Si

#### Características reditar 1

Estas son algunas de las características mas relevantes del software:

- Soporta el desarrollo de cálculos matemáticos de manera simbólica y numérica con precisión arbitraria
- · Librerías para funciones matemáticas básicas y avanzadas
- Manejo de números complejos y sus diversas operaciones
- · Aritmética, álgebra, operaciones para desarrollo de polinomios multivariados
- Limites, series y sucesiones
- Bases Groebner
- Álgebra diferencial
- Herramientas para la manipulación de matrices incluyendo matrices dispersas
- Herramientas para gráficos y animaciones matemáticas
- Sistemas de solución para ecuaciones diferenciales en sus diferentes variedades (ODE, DAE, PDE, DDE)
- · Herramientas simbólicas y numéricas para cálculo discreto y continuo, incluye integración definida e indefinida, diferenciación
- · Optimización con restricciones y sin restricciones
- · Herramientas estadísticas que incluyen adaptación a diversos modelos, pruebas de hipótesis y distribuciones probabilísticas
- Herramientas para la manipulación, visualización y análisis de datos
- Herramientas para la resolución de problemas en el campo de la probabilidad
- · Herramientas para el uso de series de tiempo
- Conexión a datos en línea, recopilados para aplicaciones financieras y económicas
- · Herramientas para cálculos financieros, incluyendo: bonos, anualidades, etc.
- Cálculos y simulaciones para procesos aleatorios
- Herramientas para el procesamiento de señales
- · Herramientas para el desarrollo de sistemas lineales y no lineales

#### y mucho más ...



Math software that is both powerful and easy to use

Maple Academic | Maple Student Edition

Learn more

## Principales desarrollos: Matlab

#### MATLAB

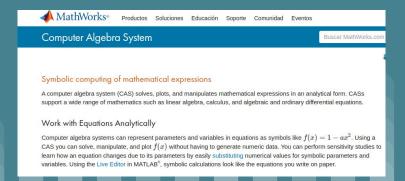
From Wikipedia, the free encyclopedia

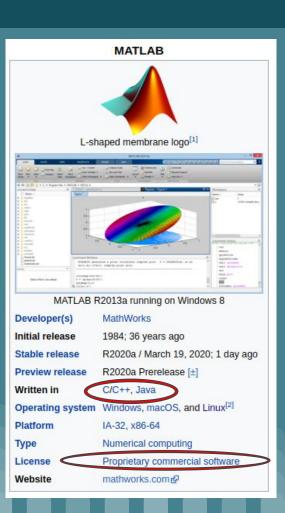
For the geographical region, see Matlab (Bangladesh). Not to be confused with MATHLAB.

MATLAB (matrix laboratory) is a multi-paradigm numerical computing environment and proprietary programming language developed by MathWorks. MATLAB allows matrix manipulations, plotting of functions and data, implementation of algorithms, creation of user interfaces, and interfacing with programs written in other languages.

Although MATLAB is intended primarily for numerical computing, an optional toolbox uses the MuPAD symbolic engine allowing access to symbolic computing abilities. An additional package, Simulink, adds graphical multi-domain simulation and model-based design for dynamic and embedded systems.

As of 2018, MATLAB has more than 3 million users worldwide. [16] MATLAB users come from various backgrounds of engineering, science, and economics.





## CAS: más opciones

#### CAS de propósito general [editar]

En el caso de software discontinuado, se indica la fecha de la última versión.

#### Programas libres o de código abierto [editar]

- Axiom
- DCAS (2013)
- DoCon (2007)
- Eigenmath
- FriCAS (Fork de Axiom, 2007)
- GiNaC
- Mathomatic (2012)

#### Propietarios [editar]

- Derive (2007)
- Maple
- MathCad
- Mathematica

- Maxima
- Octave
- SageMath
- Scilab
- SymPy
- Xcas
- Yacas
- muMATH (1983)
- MuPAD (2008)
- Reduce (2009)
- Matlab
- WIRIS

#### CAS orientados hacia un campo específico [editar]

#### Álgebra, teoría de grupos [editar]

- GAP
- Magma

#### Geometría algebraica, cálculo de polinomios [editar]

- CoCoA
- Fermat (2010)
- Macaulay
- SINGULAR

#### Estructuras matemáticas discretas [editar]

VEGA (manipulación y visualización de grafos, poliedros, moléculas, etc.)

#### Teoría de campos (Física) [editar]

Cadabra

#### Teoría de números [editar]

PARI/GP

#### Educacionales [editar]

- Algebrator
- WIRIS
- GeoGebra

## Maxima: CAS de código abierto

#### Lisp John McCarthy y Steve Russell Información general Paradigma multiparadigma: orientado a objetos, funcional, declarativo 1958 Apareció en Diseñado por John McCarthy Sistema de tipos fuerte, dinámico Implementaciones múltiples Common Lisp, Scheme, Dialectos Emacs Lisp, Clojure, AutoLISP, Hy, Arc, Franz Lisp, Maclisp, Racket Influido por canguage Ha influido a Perl, Python, Javascript

Lua, Scala, Ruby, Elixir

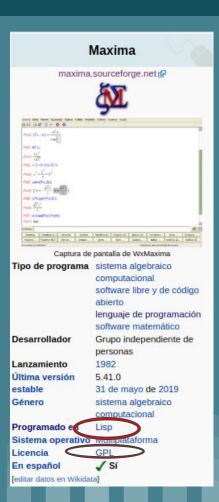
Haskell, Forth, Julia,

Smalltalk, CLOS, Dylan

(lenguaje de programación)

#### Acerca de LISP:

- Fue desarrollado originalmente en 1958 por John McCarthy y sus colaboradores en el Instituto Tecnológico de Massachusetts, Lisp es el segundo lenguaje de programación de alto nivel de mayor antigüedad entre los que continúan teniendo un uso extendido en la actualidad; solo COBOL y FORTRAN son anteriores. Hoy, los dialectos Lisp de propósito general más ampliamente conocidos son Common Lisp y Scheme.
- Se convirtió rápidamente en el lenguaje de programación favorito en la investigación de la inteligencia artificial (AI). Como lenguajes de programación precursor, Lisp fue pionero en muchas ideas en ciencias de la computación, incluyendo tipos dinámicos, y el compilador auto contenido.



#### Más acerca de Maxima

# Maxima, a Computer Algebra System

Maxima is a system for the manipulation of symbolic and numerical expressions, including differentiation, integration, Taylor series, Laplace transforms, ordinary differential equations, systems of linear equations, polynomials, sets, lists, vectors, matrices and tensors. Maxima yields high precision numerical results by using exact fractions, arbitrary-precision integers and variable-precision floating-point numbers. Maxima can plot functions and data in two and three dimensions.

The Maxima source code can be compiled on many systems, including Windows, Linux, and MacOS X. The source code for all systems and precompiled binaries for Windows and Linux are available at the SourceForge file manager.

Maxima is a descendant of Macsyma, the legendary computer algebra system developed in the late 1960s at the Massachusetts
Institute of Technology. It is the only system based on that effort still publicly available and with an active user community, thanks to
its open source nature. Macsyma was a strong of the later systems.

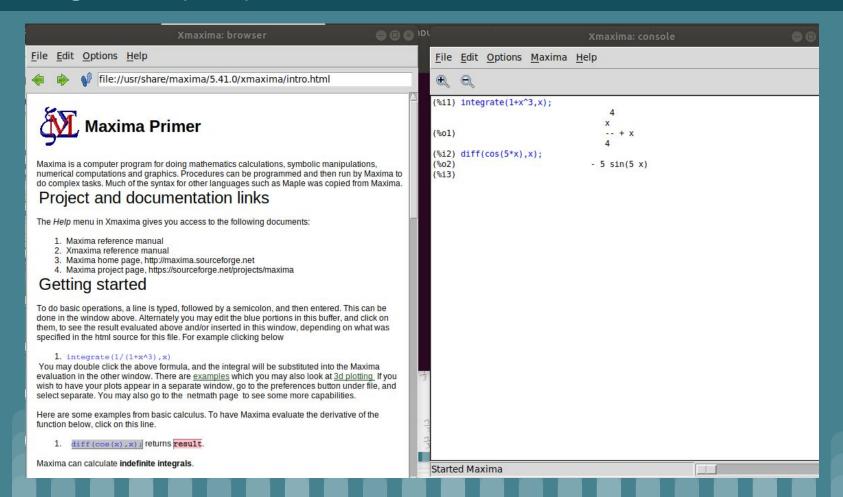
The Maxima branch of Macsyma was maintained by William Schelter from 1982 until he passed away in 2001. In 1998 he obtained permission to release the source code \$\circ\$ under the GNU General Public License (GPL). It was his efforts and skill which have made the survival of Maxima possible, and we are very grateful to him for volunteering his time and expert knowledge to keep the originar \$\circ\$ Macsyma code alive and well. Since his death, a group of users and developers has formed to bring Maxima wider audience.

Maxima is updated very frequently, to fix bugs and improve the code and the documentation. We welcome suggestions and contributions from the community of Maxima users. Most discussion is conducted on the Maxima mailing list.

#### Maxima desde la consola

```
fede@fedeLaptopLenovo:~$ maxima
Maxima 5.41.0 http://maxima.sourceforge.net
using Lisp GNU Common Lisp (GCL) GCL 2.6.12
Distributed under the GNU Public License. See the file COPYING.
Dedicated to the memory of William Schelter.
The function bug report() provides bug reporting information.
(%i1) integrate(x^5,x);
                                        6
                                       X
(\%01)
                                       6
(%i2) diff(exp(5*x)+sin(k*x),x);
                                               5 x
(\%02)
                              k \cos(k x) + 5 \%e
(%i3)
```

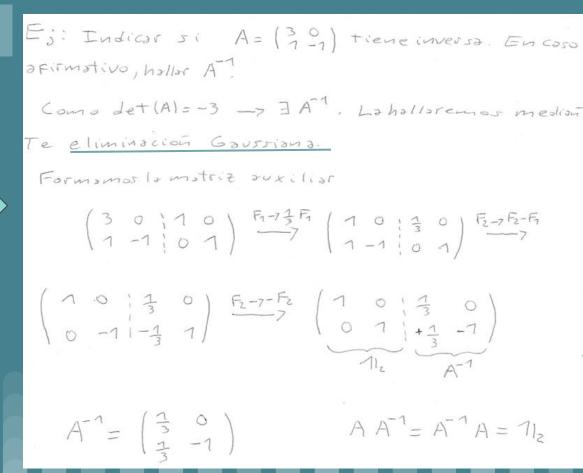
# Interfaz gráfica (GUI) de maxima: xmaxima



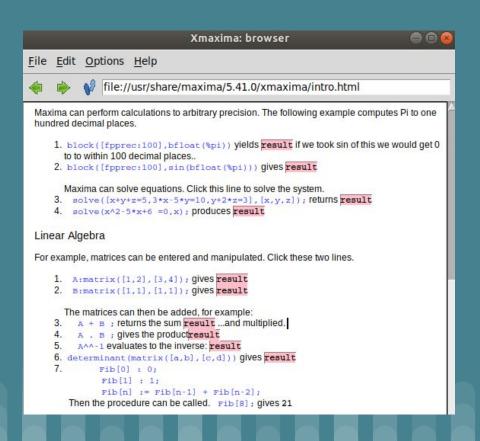
## Ejemplos de uso de Maxima:

#### Inversión de matrices:

Para matrices de baja dimensionalidad, podemos hallar la inversa de manera analítica de relativamente rápida:

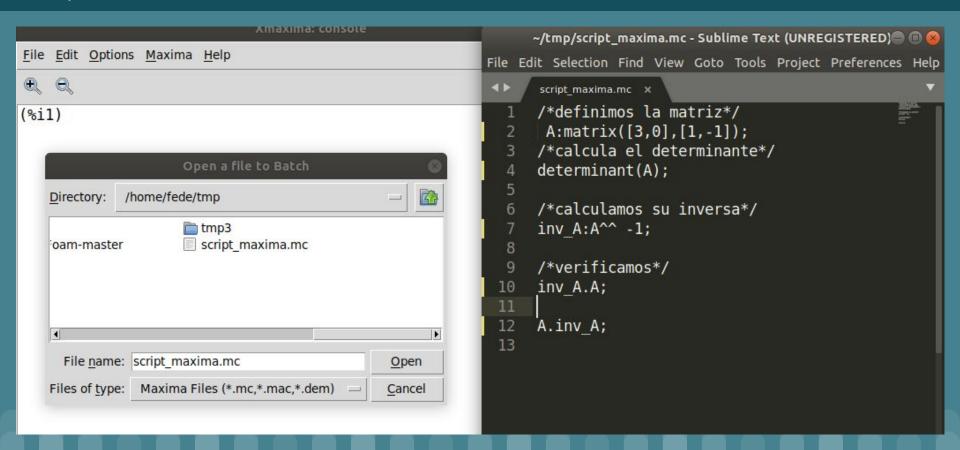


#### Resolvemos el problema con xmaxima

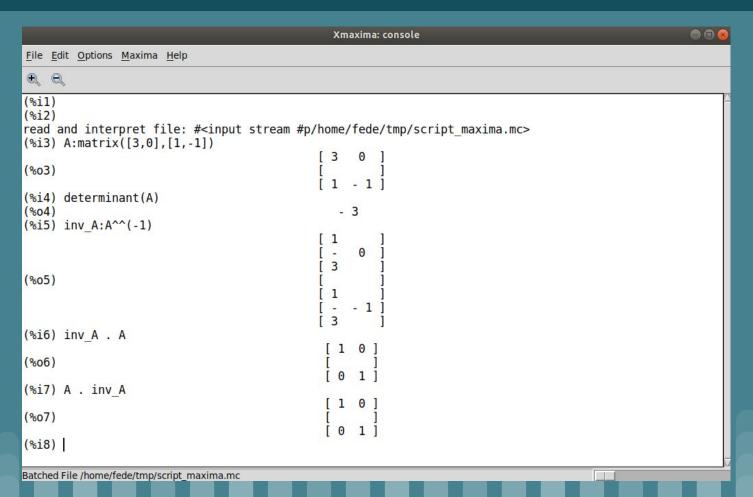


```
Xmaxima: console
File Edit Options Maxima Help
(%i1) /*definimos la matriz*/
A:matrix([3,0],[1,-1]);
(%01)
(%i2) /*calculamos el determinante*/
determinant(A);
(%02)
(%i3) /*calculamos su inversa*/
inv A:A^^ -1;
(%03)
(%i4) /*verificamos*/
inv A.A;
(%04)
(%i5) A.inv A;
(%05)
```

## Scripts en maxima

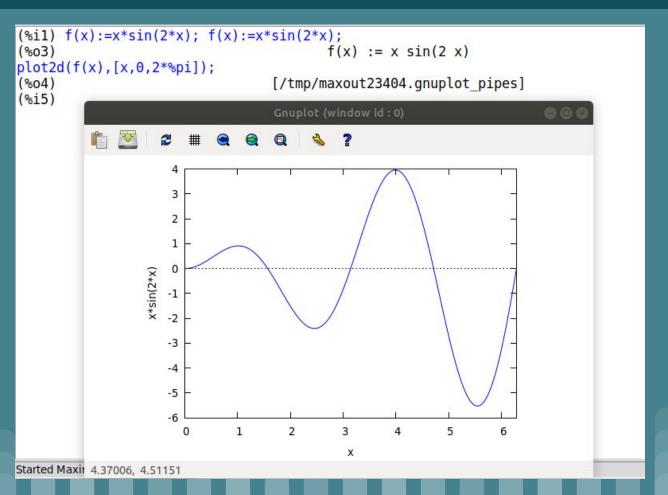


## Scripts en maxima



Definición y gráficas de funciones



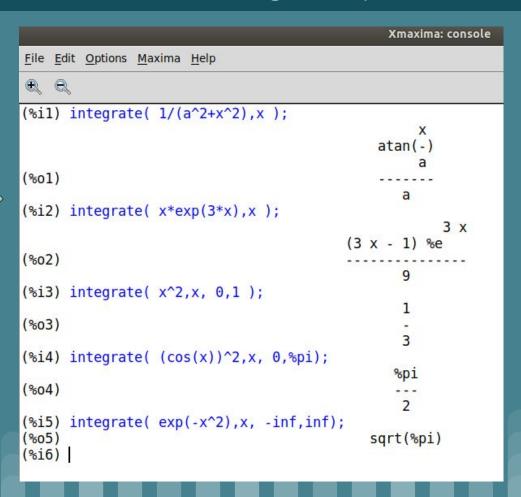


# Límites y Derivadas

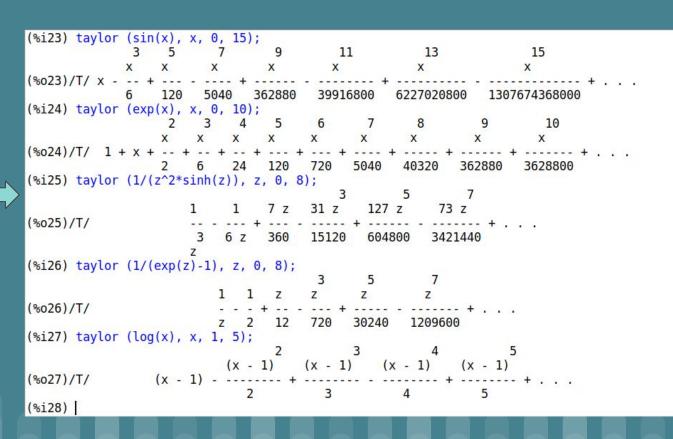


```
limit( (2*x+1)/(3*x+2), x,inf);
(%06)
(%i7) limit( \sin(5*x)/(2*x), x,0);
(%07)
(%i8) diff(cos(k*x),x);
                                             - k sin(k x)
(%08)
(%i9) diff(x^5,x);
                                                5 x
(%09)
(%i10) diff(x^5,x,2);
                                                20 x
(%010)
(%i11) diff(x^5,x,3);
(%011)
                                                60 x
(\%i12) diff(x^5,x,4);
(%012)
                                                120 x
(%i13) diff(x^5,x,5);
(%013)
                                                120
(%i14) diff(x^5,x,6);
(%014)
                                                  0
(%i15)
```

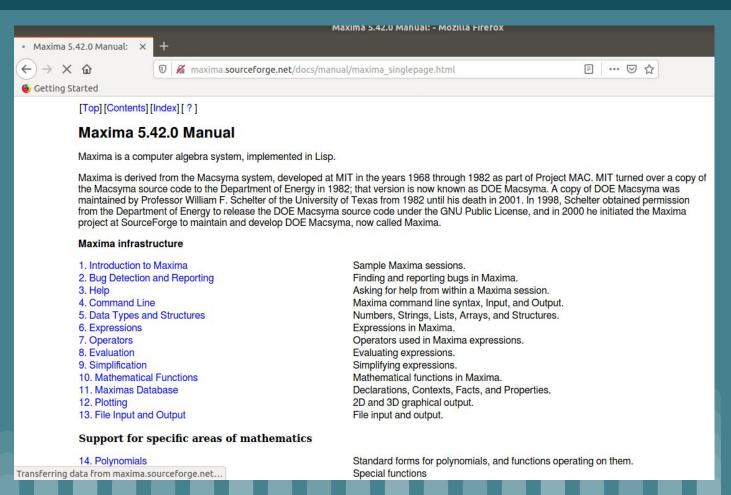
Integrales definidas e indefinidas



Series de Taylor y de Laurent



# Mucho más se puede hacer con maxima 📛



Ejemplo de solución analítica



Sea A E IR " » Un vector U E IR " se dice autovector de con autovalor Asi:

- · U + 0
- . Â Ū = A Ū

 $S: AU = \lambda U = \lambda 1 \ln U \rightarrow (\lambda 1 \ln - A) U = 0$ 

Si la matria d'In-A aplica el vector no nulo
U en el vector nulo, esto significa que la
matria (d'In-Al es singular: es decir

esto es la llamada "ecuación característica" y nos permite encontrar los autovalores.

Ejemplo: Hallar autovalores y autovectores

de A= (2 4)
1-1)

Primero hallamos los autovalores, a partir de resolver la ecuación característica

det 
$$\begin{pmatrix} \lambda-2 & -4 \\ -1 & \lambda+1 \end{pmatrix} = (\lambda-2)(\lambda+1)-4=0$$
 $\lambda^2 - \lambda - 6=0$ 
 $\lambda \pm = 1 \pm \sqrt{1+24} = \frac{1}{2}$ 

i. los autovalores son  $\lambda_+=3$   $y(\lambda_-=-2)$ 

Por ses distintor, los autovectores corresponding tes a esos autovalores (univocamente determinados a menos de una constante de normalizarción) son linealmente independientes, por lo que constituiran una base de IR<sup>2</sup>.

Autovector correspondiente a  $\lambda_+=3$  (U)

 $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix}$ 
 $2U_1 + 4U_2 = 3U_1 - 7 U_1 = 4U_2$ 
 $U_1 - U_2 = 3U_2 - 7 U_1 = 4U_2$ 
 $U_1 - U_2 = 3U_2 - 7 U_1 = 4U_2$ 
 $U_1 - U_2 = 3U_2 - 7 U_1 = 4U_2$ 
 $U_2 = 3U_2 - 7 U_1 = 4U_2$ 
 $U_3 = 3U_3 - 7 U_2 = 4U_3$ 
indeterminado (o soluciones) pode mos elegir porej  $U_2=1$ ,  $U_2=0$   $U=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ 

Resolvemos el ejemplo usando maxima



```
Xmaxima: console
File Edit Options Maxima Help
(%il) /*definimos una matriz*/
A: matrix([2,4],[1,-1]);
(%01)
(%i2) /*calculamos los autovalores: retorna una lista
con los autovalores y otra con las multiplicidades*/
eigenvalues(A);
(%02)
                              [[3, -2], [1, 1]]
(%i3) /*calculamos los autovectores: retorna lo mismo que
eigenvalues y ademas la lista con los autovectores*/
eigenvectors(A);
(%03)
                 [[[3, -2], [1, 1]], [[[1, -]], [[1, -1]]]]
(%i4)
```

## Aplicación a la solución de ecuaciones diferenciales

El método "del anulador" es especialmente útil para resolver ecuaciones diferenciales lineales de orden superior con coeficientes constantes.

Por ejemplo:

#### Refs:

- Matemáticas especiales para Fisicoquímicos, J.L. Vicente, M. Rafti y A. Albesa. Libros de cátedra Edulp.
- Calculus (vol. II) Tom M. Apostol Ed. Reverté.

```
Esemplo: Haller la solución general de y"+9>=5ex
Elso Lace hamogenes tienels ec corocteristics
       12+9=0, lugo LA=(D2+9/x=0
 fuctione la sol- general Y= C15ENBXHC2cor(3x)
 Por otes parte, binhamageneidad er anvlada par
    \hat{A} = |0-1|
 Como NIA = {cex} y N(C) = {GSENDX |+(CCO)(3X)}
  vernos que NATANILI= [0] luego el núcleo del
 operador Al son los punciones de la parma
            C, SENISK)+Czcss(SX)+CzeX
 Buscomes la sol. port. de la ec inhom. en este
             [ (caseNBX)+(2 (05/3X)+ (3 ex) = 5 ex
conjunto:
cans l'anula a las clamentas de NICI 6000 podemos
poner dredomente (1= 0=0, luago debeser
            C32(ex) = C3(02+9)ex = 5ex
                   C3 (1+9)ex = 5 ex -> C310=5
     Con logie 1/3 = 1 ex y la sol- general of police
es de la ecración inhomogenes es
            YIX1= C15=N(3X) + C2 CO= (3X) + 1 ex
```

## Aplicación a la solución de ecuaciones diferenciales

#### Resolvemos el ejemplo usando maxima



#### Link al manual de maxima:

http://maxima.sourceforge.net/docs/manual/maxima\_singlepage.html

## GNU Octave: una alternativa Open Source a MATLAB

#### **GNU** Octave

Octave o GNU Octave es un programa y lenguaje de programación para realizar cálculos numéricos. Como su nombre indica, Octave es parte del proyecto GNU. Es considerado el equivalente libre de MATLAB. Entre varias características que comparten, se puede destacar que ambos ofrecen un intérprete, permitiendo ejecutar órdenes en modo interactivo. Nótese que Octave no es un sistema de álgebra computacional, como lo es Maxima, sino que está orientado al análisis numérico.

El proyecto fue creado alrededor del año 1988, pero con una finalidad diferente: ser utilizado en un curso de diseño de reactores químicos. Posteriormente, en el año 1992, se decidió extenderlo, y comenzó su desarrollo a cargo de John W. Eaton. La primera versión alpha fue lanzada el 4 de enero de 1993. Un año más tarde, el 17 de febrero de 1994, apareció la versión 1.0.

El nombre surge de **Octave Levenspiel**, profesor de uno de los autores y conocido por sus buenas aproximaciones, por medio de cálculos elementales, a problemas numéricos en ingeniería química.



## GNU Octave: una alternativa Open Source a MATLAB

#### Detalles técnicos [editar]

- Octave está escrito en C++ usando la biblioteca STL.
- Tiene un intérprete de su propio lenguaje (de sintaxis casi idéntica a Matlab), y permite una ejecución interactiva o por lotes.
- Su lenguaje puede ser extendido con funciones y procedimientos, por medio de módulos dinámicos.
- Utiliza otros programas GNU para ofrecer al usuario la posibilidad de crear gráficos para luego imprimirlos o guardarlos (Grace).
- Dentro del lenguaje también se comporta como una consola de órdenes (shell). Esto permite listar contenidos de directorios, por ejemplo.
- Además de correr en plataformas Unix también lo hace en Windows.
- Puede cargar archivos con funciones de Matlab (reconocibles por la extensión .m).
- Tiene ayuda en español.<sup>2</sup>

#### El lenguaje Octave [editar]

- La sintaxis es casi idéntica a la utilizada en MATLAB.
- Es un lenguaje interpretado.
- · No permite pasar argumentos por referencia. Siempre son pasados por valor.
- No permite punteros.
- Se pueden generar scripts.
- Soporta gran parte de las funciones de la biblioteca estándar de C.
- Puede ser extendido para ofrecer compatibilidad con las llamadas al sistema UNIX.
- · El lenguaje está pensado para trabajar con matrices, y provee mucha funcionalidad para trabajar con estas.

#### Manual online de Octave

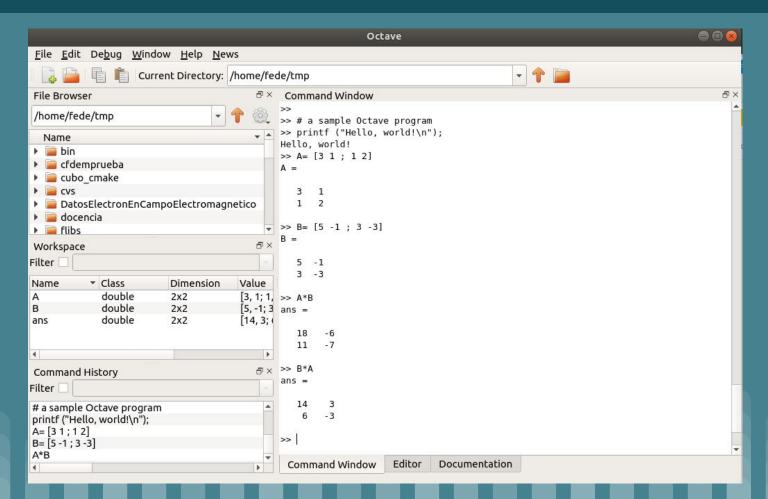
#### https://octave.org/doc/interpreter/

#### **Table of Contents**

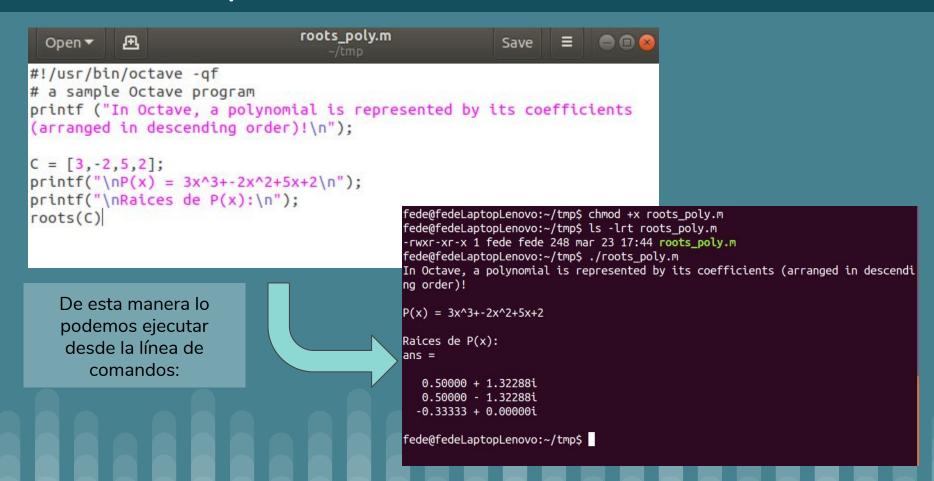
Preface
Acknowledgements
Citing Octave in Publications
How You Can Contribute to Octave
<u>Distribution</u>
1 A Brief Introduction to Octave
1.1 Running Octave
1.2 Simple Examples
1.2.1 Elementary Calculations
1.2.2 Creating a Matrix
1.2.3 Matrix Arithmetic
1.2.4 Solving Systems of Linear Equations
1.2.5 Integrating Differential Equations
1.2.6 Producing Graphical Output
1.2.7 Help and Documentation
1.2.8 Editing What You Have Typed
1.3 Conventions
<u>1.3.1 Fonts</u>
1.3.2 Evaluation Notation
1.3.3 Printing Notation

```
15 Plotting
     15.1 Introduction to Plotting
     15.2 High-Level Plotting
           15.2.1 Two-Dimensional Plots
                  15.2.1.1 Axis Configuration
                  15.2.1.2 Two-dimensional Function Plotting
                  15.2.1.3 Two-dimensional Geometric Shapes
           15.2.2 Three-Dimensional Plots
                  15.2.2.1 Aspect Ratio
                  15.2.2.2 Three-dimensional Function Plotting
                 15.2.2.3 Three-dimensional Geometric Shapes
           15.2.3 Plot Annotations
           15.2.4 Multiple Plots on One Page
           15.2.5 Multiple Plot Windows
           15.2.6 Manipulation of Plot Objects
           15.2.7 Manipulation of Plot Windows
           15.2.8 Use of the interpreter Property
                 15.2.8.1 Degree Symbol
           15.2.9 Printing and Saving Plots
           15.2.10 Interacting with Plots
           15.2.11 Test Plotting Functions
     15.3 Graphics Data Structures
           15.3.1 Introduction to Graphics Structures
           15.3.2 Graphics Objects
                  15.3.2.1 Creating Graphics Objects
                  15.3.2.2 Handle Functions
```

#### **Usando Octave desde la GUI:**



#### Generando scripts de Octave

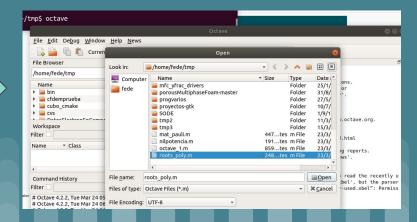


#### Generando scripts de Octave

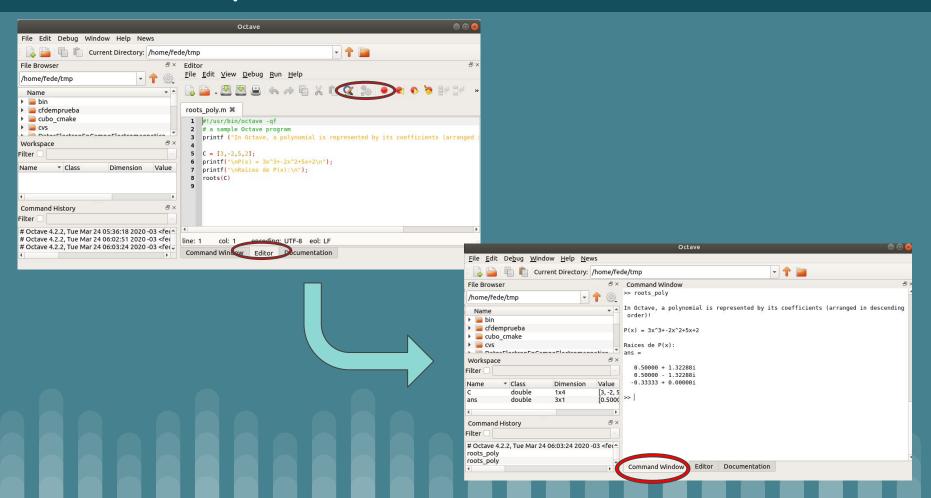
```
#!/usr/bin/octave -qf
# a sample Octave program
printf ("In Octave, a polynomial is represented by its coefficients
(arranged in descending order)!\n");

C = [3,-2,5,2];
printf("\nP(x) = 3x^3+-2x^2+5x+2\n");
printf("\nRaices de P(x):\n");
roots(C)
```

O también desde la GUI:



#### Generando scripts de Octave



## Más operaciones con matrices en Octave

Distintas maneras de definir vectores y matrices

```
Command Window
>> zeros(2,3)
ans =
>> Id 3=eye(3);
>> Id 3
Id 3 =
Diagonal Matrix
>> vector=[1 3 -6];
>> vector
vector =
      3 -6
>> D=diag(vector);
>> D
D =
Diagonal Matrix
```

```
Command Window
>> #magic(3) crea una matriz (3x3) con los números 1, 2, ... 3*3,
>> #con la propiedad de que todas las filas y columnas suman lo mismo
>> magic=magic(3);
>> magic
magic =
>> #rand(3) forma una matriz de números aleatorios entre 0 y 1,
>> #con distribución uniforme, de tamaño (3x3)
>> R=rand(3)
R =
   0.265035 0.294306
                        0.878119
                        0.872070
   0.062552 0.635198
   0.797292 0.617665
                        0.488479
>> ones(3,4)
ans =
>> zeros(5,4)
ans =
                    Editor
                            Documentation
 Command Window
```

# Más operaciones con matrices en Octave

Los operadores matriciales de GNU OCTAVE

- adición o suma
- sustracción o resta
- \* multiplicación
- ' traspuesta
- ^ potenciación
- \ división-izquierda
- división-derecha
- .\* producto elemento a elemento
- ./ y .\ división elemento a elemento
- .^ elevar a una potencia elemento a elemento

## Más operaciones matriciales con GNU Octave

```
Command Window
>> magic+3*ones
ans =
        8 10
>> inv(R)
ans =
   0.82839 -1.44599
                      1.09232
  -2.41132
           2.07003
                      0.63916
  1.69694 -0.25735 -0.54390
>> magic^2
ans =
       67
            67
            67
       67
>> magic.^2
ans =
>> R*magic*3
ans =
   19.547
            28.919
                    16.220
   17.683
           33.262
                    19.698
   30.556
           24.846
                    30.253
```

```
>> #vamos a resolver un sistema de ecuaciones

>> #x+y=1

>> #2x+5y=0

>> a=[1 1 ;2 5];

>> b=[1;0];

>> x=inv(a)*b

x =

1.66667

-0.66667
```

## Más operaciones matriciales con GNU Octave

```
>> A=[complex(2,3) complex(-1,2); complex(7,2) complex(3,4)]
  2 + 3i - 1 + 2i
  7 + 2i 3 + 4i
>> A'
ans =
  2 - 3i 7 - 2i
 -1 - 2i 3 - 4i
>> conj(A)
ans =
  2 - 3i -1 - 2i
 7 - 2i 3 - 4i
>> A. '
ans =
  2 + 3i 7 + 2i
 -1 + 2i 3 + 4i
>> A*A'
ans =
  18 + 0i 25 + 27i
  25 - 27i 78 + 0i
>>
 Command Window
                   Editor
                           Documentation
```

```
>> 0=[cos(pi/3) sin(pi/3); -sin(pi/3) cos(pi/3)]
0 =
   0.50000
            0.86603
  -0.86603
             0.50000
>> 0 trasp=0'
0 trasp =
   0.50000 -0.86603
   0.86603
            0.50000
>> 0 trasp*0
ans =
>> 0*0 trasp
ans =
>>
                    Editor
 Command Window
                             Documentation
```

#### Más operaciones matriciales con GNU Octave

## Matriz nilpotente

En álgebra lineal, una matriz  $N\in M_{n.n}(K)$  se dice que es nilpotente si existe  $k\in\mathbb{N}$  tal que  $N^k=0$  . Se llama indice de nilpotencia o se dice que N es de indice (o de orden) k y se define como  $min\{k\in\mathbb{N}/N^k=0\}$ .

#### Teorema [editar]

Si A es una matriz nilpotente entonces su determinante es cero. Que el determinante sea cero es una condición necesaria para ser una matriz nilpotente, aunque no es una condición suficiente.

#### Demostración [editar]

Si A es una matriz nilpotente de orden k,  $A^k=\mathbf{0}$ 

Por lo tanto:  $\det(A^k) = 0$ 

Luego:  $\det(A)^k=0$  por lo que  $\det(A)=0$ 

El recíproco no es cierto: la matriz

$$S = egin{bmatrix} 1 & 1 \ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

tiene determinante igual a cero, pero no es nilpotente. Una condición necesaria y suficiente es que la matriz no tenga autovalores diferentes de cero, en ese caso la matriz es nilpotente.

```
>> Nilp 3=[0 1 0; 0 0 1;0 0 0 ]
Nilp 3 =
>> Nilp 3^2
ans =
>> Nilp 3^3
ans =
>> Nilp 3^4
>> det(Nilp 3)
                     Editor
 Command Window
                              Documentation
```

