

Resolver los siguientes problemas sobre redes de creencias basados en el ejemplo del libro de texto:

1. $P(((M \vee J) \wedge A) \mid (H \wedge \neg S))$

2. $P(M \wedge \neg A \mid S)$

3. $P(\neg(M \vee J) \mid H)$

4. $P((S \vee H) \mid (A \wedge J))$

5. $P(\neg(M \vee J) \mid (H \vee S))$

1 Ejercicio 1

$$\begin{aligned}
 & \frac{P(((M \vee J) \wedge A) \mid (H \wedge \neg S))}{\frac{P(((M \vee J) \wedge A) \wedge (H \wedge \neg S))}{P(H \wedge \neg S)}} \\
 & \frac{P((M \wedge A \wedge H \wedge \neg S) \vee (J \wedge A \wedge H \wedge \neg S))}{P(H \wedge \neg S)} \\
 & \frac{P((M \wedge A \wedge H \wedge \neg S)) + P((J \wedge A \wedge H \wedge \neg S)) - P(M \wedge J \wedge A \wedge H \wedge \neg S)}{P(H \wedge \neg S)} \\
 & \frac{(6.567 + 8.443 - 5.910) \cdot 10^{-4}}{9.98 \cdot 10^{-4}} \approx 9.12 \cdot 10^{-1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & P((M \wedge A \wedge H \wedge \neg S)) \\
 & = P(M \mid A) \cdot P(A \mid H \wedge \neg S) \cdot P(H) \cdot P(\neg S) \\
 & = 0.7 \cdot 0.94 \cdot 0.001 \cdot 0.998 \\
 & \approx 6.567 \cdot 10^{-4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & P((J \wedge A \wedge H \wedge \neg S)) \\
 & = P(J \mid A) \cdot P(A \mid H \wedge \neg S) \cdot P(H) \cdot P(\neg S) \\
 & = 0.9 \cdot 0.94 \cdot 0.001 \cdot 0.998 \\
 & \approx 8.443 \cdot 10^{-4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & P((M \wedge J \wedge A \wedge H \wedge \neg S)) \\
 & = P(J \mid A) \cdot P(M \mid A) \cdot P(A \mid H \wedge \neg S) \cdot P(H) \cdot P(\neg S) \\
 & = 0.9 \cdot 0.7 \cdot 0.94 \cdot 0.001 \cdot 0.998 \\
 & \approx 5.910 \cdot 10^{-4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & P(H \wedge \neg S) \\
 & = P(H) \cdot P(\neg S) \\
 & = 0.01 \cdot 0.998 \\
 & = 9.98 \cdot 10^{-4}
 \end{aligned}$$

2 Ejercicio 2

$$\begin{aligned} & \frac{P(M \wedge \neg A \mid S)}{P(S)} \\ & \frac{1.419 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 10^{-3}} \approx 7.09 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(M \wedge \neg A \wedge S) &= P(M \wedge \neg A \wedge H \wedge S) + P(M \wedge \neg A \wedge \neg H \wedge S) \\ &= 1 \cdot 10^{-9} + 1.419 \cdot 10^{-5} \\ &\approx 1.419 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(M \wedge \neg A \wedge H \wedge S) &= P(M \mid \neg A) \cdot P(\neg A \mid H \wedge S) \cdot P(H) \cdot P(S) \\ &= 0.01 \cdot 0.05 \cdot 0.001 \cdot 0.002 \\ &= 1 \cdot 10^{-9} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(M \wedge \neg A \wedge \neg H \wedge S) &= P(M \mid \neg A) \cdot P(\neg A \mid \neg H \wedge S) \cdot P(\neg H) \cdot P(S) \\ &= 0.01 \cdot 0.71 \cdot 0.999 \cdot 0.002 \\ &\approx 1.419 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

3 Ejercicio 3

$$\frac{P(\neg(M \vee J) \mid H)}{\frac{P(\neg M \wedge \neg J \wedge H)}{P(H)}}$$

$$\frac{8.461 \cdot 10^{-5}}{1 \cdot 10^{-3}} \approx 8.46 \cdot 10^{-2}$$

$$\begin{aligned} P(\neg M \wedge \neg J \wedge H) &= P(\neg M \wedge \neg J \wedge A \wedge H \wedge S) + P(\neg M \wedge \neg J \wedge \neg A \wedge H \wedge S) + P(\neg M \wedge \neg J \wedge A \wedge H \wedge \neg S) + P(\neg M \wedge \neg J \wedge \neg A \wedge H \wedge \neg S) \\ &\approx 5.7 \cdot 10^{-8} + 9.405 \cdot 10^{-8} + 2.814 \cdot 10^{-5} + 5.632 \cdot 10^{-5} \\ &\approx 8.461 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\neg M \wedge \neg J \wedge A \wedge H \wedge S) &= P(\neg M \mid A) \cdot P(\neg J \mid A) \cdot P(A \mid H \wedge S) \cdot P(H) \cdot P(S) \\ &= 0.3 \cdot 0.1 \cdot 0.95 \cdot 0.001 \cdot 0.002 \\ &\approx 5.7 \cdot 10^{-8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\neg M \wedge \neg J \wedge \neg A \wedge H \wedge S) &= P(\neg M \mid \neg A) \cdot P(\neg J \mid \neg A) \cdot P(\neg A \mid H \wedge S) \cdot P(H) \cdot P(S) \\ &= 0.99 \cdot 0.95 \cdot 0.05 \cdot 0.001 \cdot 0.002 \\ &\approx 9.405 \cdot 10^{-8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\neg M \wedge \neg J \wedge A \wedge H \wedge \neg S) &= P(\neg M \mid A) \cdot P(\neg J \mid A) \cdot P(A \mid H \wedge \neg S) \cdot P(H) \cdot P(\neg S) \\ &= 0.3 \cdot 0.1 \cdot 0.94 \cdot 0.001 \cdot 0.998 \\ &\approx 2.814 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\neg M \wedge \neg J \wedge \neg A \wedge H \wedge \neg S) &= P(\neg M \mid \neg A) \cdot P(\neg J \mid \neg A) \cdot P(\neg A \mid H \wedge \neg S) \cdot P(H) \cdot P(\neg S) \\ &= 0.99 \cdot 0.95 \cdot 0.06 \cdot 0.001 \cdot 0.998 \\ &\approx 5.632 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

4 Ejercicio 4

$$\begin{aligned}
 & P((S \vee H) \mid (A \wedge J)) \\
 & \frac{P((S \vee H) \wedge (A \wedge J))}{P(A \wedge J)} \\
 & \frac{P((S \wedge A \wedge J) \vee (H \wedge A \wedge J))}{P(A \wedge J)} \\
 & \frac{P(S \wedge A \wedge J) + P(H \wedge A \wedge J) - P(S \wedge H \wedge A \wedge J)}{P(A \wedge J)} \\
 & \frac{5.232 \cdot 10^{-4} + 8.460 \cdot 10^{-4} - 1.71 \cdot 10^{-6}}{2.265 \cdot 10^{-3}}
 \end{aligned}$$

$$\frac{1.367 \cdot 10^{-3}}{2.265 \cdot 10^{-3}} \approx 6.04 \cdot 10^{-1}$$

$$\begin{aligned}
 & P(S \wedge A \wedge J) \\
 & = P(J \wedge A \wedge H \wedge S) + P(J \wedge A \wedge \neg H \wedge S) \\
 & \approx 1.71 \cdot 10^{-6} + 5.215 \cdot 10^{-4} \\
 & \approx 5.232 \cdot 10^{-4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & P(J \wedge A \wedge H \wedge S) \\
 & = P(J \mid A) \cdot P(A \mid H \wedge S) \cdot P(H) \cdot P(S) \\
 & = 0.9 \cdot 0.95 \cdot 0.001 \cdot 0.002 \\
 & \approx 1.71 \cdot 10^{-6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & P(J \wedge A \wedge \neg H \wedge S) \\
 & = P(J \mid A) \cdot P(A \mid \neg H \wedge S) \cdot P(\neg H) \cdot P(S) \\
 & = 0.9 \cdot 0.29 \cdot 0.999 \cdot 0.002 \\
 & \approx 5.215 \cdot 10^{-4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & P(H \wedge A \wedge J) \\
 & = P(J \wedge A \wedge H \wedge S) + P(J \wedge A \wedge H \wedge \neg S) \\
 & \approx 1.71 \cdot 10^{-6} + 8.443 \cdot 10^{-4} \\
 & \approx 8.460 \cdot 10^{-4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & P(A \wedge J) \\
 & = P(J \wedge A \wedge H \wedge S) + P(J \wedge A \wedge \neg H \wedge S) + P(J \wedge A \wedge H \wedge \neg S) + P(J \wedge A \wedge \neg H \wedge \neg S) \\
 & = 1.71 \cdot 10^{-6} + 5.215 \cdot 10^{-4} + 8.443 \cdot 10^{-4} + 8.973 \cdot 10^{-4} \\
 & \approx 2.265 \cdot 10^{-3}
 \end{aligned}$$

$$P(J \wedge A \wedge \neg H \wedge \neg S)$$

$$\begin{aligned}
&= P(J \mid A) \cdot P(A \mid \neg H \wedge \neg S) \cdot P(\neg H) \cdot P(\neg S) \\
&= 0.9 \cdot 0.001 \cdot 0.999 \cdot 0.998 \\
&\approx 8.973 \cdot 10^{-4}
\end{aligned}$$

5 Ejercicio 5

$$P(\neg(M \vee J) \mid (H \vee S))$$

$$\frac{P((\neg M \wedge \neg J) \wedge (H \vee S))}{P(H \vee S)}$$

$$\frac{P((\neg M \wedge \neg J \wedge H) \vee (\neg M \wedge \neg J \wedge S))}{P(H \vee S)}$$

$$\frac{P(\neg M \wedge \neg J \wedge H) + P(\neg M \wedge \neg J \wedge S) - P(\neg M \wedge \neg J \wedge H \wedge S)}{P(H) + P(S) - P(H \wedge S)}$$

$$\frac{8.461 \cdot 10^{-5} + 1.351 \cdot 10^{-3} - 1.747 \cdot 10^{-5}}{1 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-6}}$$

$$\frac{1.418 \cdot 10^{-3}}{2.998 \cdot 10^{-3}} \approx 4.73 \cdot 10^{-1}$$

$$\begin{aligned} P(\neg M \wedge \neg J \wedge S) \\ &= P(\neg M \wedge \neg J \wedge A \wedge S) + P(\neg M \wedge \neg J \wedge \neg A \wedge S) \\ &\approx 1.744 \cdot 10^{-5} + 1.334 \cdot 10^{-3} \\ &\approx 1.351 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\neg M \wedge \neg J \wedge A \wedge S) \\ &= P(\neg M \wedge \neg J \wedge A \wedge H \wedge S) + P(\neg M \wedge \neg J \wedge A \wedge \neg H \wedge S) \\ &= 5.7 \cdot 10^{-8} + 1.738 \cdot 10^{-5} \\ &1.744 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\neg M \wedge \neg J \wedge A \wedge \neg H \wedge S) \\ &= P(\neg M \mid A) \cdot P(\neg J \mid A) \cdot P(A \mid \neg H \wedge S) \cdot P(\neg H) \cdot P(S) \\ &= 0.3 \cdot 0.1 \cdot 0.29 \cdot 0.999 \cdot 0.002 \\ &\approx 1.738 \cdot 10^{-5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\neg M \wedge \neg J \wedge \neg A \wedge S) \\ &= P(\neg M \wedge \neg J \wedge \neg A \wedge H \wedge S) + P(\neg M \wedge \neg J \wedge \neg A \wedge \neg H \wedge S) \\ &\approx 9.405 \cdot 10^{-8} + 1.334 \cdot 10^{-3} \\ &\approx 1.334 \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\neg M \wedge \neg J \wedge \neg A \wedge H \wedge S) \\ &= P(\neg M \mid \neg A) \cdot P(\neg J \mid \neg A) \cdot P(\neg A \mid H \wedge S) \cdot P(H) \cdot P(S) \\ &= 0.99 \cdot 0.95 \cdot 0.05 \cdot 0.001 \cdot 0.002 \\ &\approx 9.405 \cdot 10^{-8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& P(\neg M \wedge \neg J \wedge \neg A \wedge \neg H \wedge S) \\
&= P(\neg M \mid \neg A) \cdot P(\neg J \mid \neg A) \cdot P(\neg A \mid \neg H \wedge S) \cdot P(\neg H) \cdot P(S) \\
&= 0.99 \cdot 0.95 \cdot 0.71 \cdot 0.999 \cdot 0.002 \\
&\approx 1.334 \cdot 10^{-3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& P(\neg M \wedge \neg J \wedge H \wedge S) \\
&= P(\neg M \wedge \neg J \wedge A \wedge H \wedge S) + P(\neg M \wedge \neg J \wedge \neg A \wedge H \wedge S) \\
&\approx 1.738 \cdot 10^{-5} + 9.405 \cdot 10^{-8} \\
&\approx 1.747 \cdot 10^{-5}
\end{aligned}$$