

Reporte técnico: modelado de atenuación, respuesta de Flat Panel y formación de radiografías (enfoque RX y CT)

Generación/adquisición y reconstrucción de imágenes médicas con enfoque ingenieril y clínico-operativo

Experto en Procesamiento de Imágenes Médicas

2026-02-09

Table of contents

1	Resumen Ejecutivo	1
2	Introducción: La Cadena de Imagen como Sistema de Señales	2
3	Fundamentos Físicos de la Radiación	3
4	Modelado Matemático de la Adquisición	3
4.1	Radiografía: La Proyección Polinómica	3
4.2	Tomografía Computarizada (CT): De Radon a la Realidad	4
5	Métodos de Ingeniería y Simulación	4
5.1	Método A: El Desafío del Endurecimiento del Haz (Beam Hardening)	4
5.2	Método B: Modelado de la Respuesta del Detector (Cascada Lineal)	5
5.3	Método C: Pipeline de Procesamiento de Imagen	6
6	Artefactos y Evaluación de Calidad	6
7	Conclusiones y Seguridad	7
8	Referencias	7

1 Resumen Ejecutivo

En el ámbito de la ingeniería biomédica moderna, la brecha entre los modelos teóricos ideales y la realidad física de la adquisición de imágenes es la fuente principal de errores diagnósticos y fallos en algoritmos de Inteligencia Artificial. [cite_start]Este reporte técnico aborda la modelización

matemática—tanto determinista como estocástica—de la cadena de adquisición en Rayos X (RX) y Tomografía Computarizada (CT)[cite: 1, 11].

[cite_start]Nos enfrentamos a un problema fundamental: la discrepancia entre la asunción de linealidad y monocromaticidad, frente a una realidad gobernada por espectros policromáticos, detectores con respuesta no lineal y ruido cuántico[cite: 13]. Esta discrepancia se manifiesta en artefactos críticos como el endurecimiento del haz (*beam hardening*) y degradación de la relación señal-ruido.

[cite_start]El análisis presentado demuestra que la optimización de la relación dosis-calidad no puede basarse en la intuición, sino que requiere una modelización rigurosa de la Función de Transferencia de Modulación (MTF) y la Eficiencia Cuántica de Detección (DQE)[cite: 14]. [cite_start]Para el desarrollo de una IA confiable y sistemas de reconstrucción robustos, recomendamos imperativamente abandonar las simulaciones monocromáticas simples en favor de modelos que integren el espectro de energía ponderado y apliquen correcciones de segundo orden en el pre-procesamiento de los datos crudos[cite: 15, 16].

2 Introducción: La Cadena de Imagen como Sistema de Señales

[cite_start]Desde una perspectiva estrictamente ingenieril, un sistema de imagenología médica opera como un filtro paso bajo espacial, degradado inevitablemente por ruido estocástico y distorsiones no lineales[cite: 20]. La generación de una imagen útil no es más que la medición precisa de la atenuación de un haz de fotones al atravesar un objeto biológico.

[cite_start]Podemos visualizar este proceso como una cadena secuencial de transformación de energía[cite: 21, 22, 23]:

1. **Fuente:** Se genera un flujo de fotones $\Phi(E)$ con una distribución energética específica.
2. **Interacción:** El haz interactúa con la materia, sufriendo atenuación lineal $\mu(x, y, z, E)$ y dispersión (*scatter*).
3. **Detección:** El detector convierte los fotones supervivientes en electrones (mediante centelleo y fotodiodos o conversión directa).
4. **Electrónica:** La señal analógica se amplifica, integra y digitaliza (cuantización A/D).
5. **Reconstrucción:** Finalmente, aplicamos logaritmos y filtrado para recuperar la proyección o el volumen tomográfico.

[cite_start]El dominio de este flujo requiere familiaridad con métricas clave como la **Fluencia** (fotones por unidad de área) y la escala **Hounsfield (HU)** en CT, que normaliza la atenuación respecto al agua[cite: 27].

3 Fundamentos Físicos de la Radiación

Para modelar correctamente la imagen, primero debemos entender la naturaleza caótica de la fuente. [cite_start]Un tubo de rayos X no emite una energía única; genera un espectro complejo $S(E)$ compuesto por dos fenómenos[cite: 30]:

1. [cite_start]**Bremsstrahlung (Frenado):** Radiación continua que sigue la ley aproximada de Kramers, donde la intensidad es proporcional a $Z_{anode}(E_{max} - E)$ [cite: 32].
2. [cite_start]**Rayos Característicos:** Picos discretos de energía resultantes de las transiciones electrónicas (capas K y L) del material del ánodo (usualmente Tungsteno)[cite: 33].

Cuando este espectro policromático atraviesa al paciente, la atenuación se rige por la ley de Beer-Lambert generalizada. [cite_start]En el rango diagnóstico (20-140 keV), la materia actúa como un filtro selectivo mediante dos mecanismos principales[cite: 35]:

- **Efecto Fotoeléctrico:** Absorción total del fotón. [cite_start]Su probabilidad escala con Z^3/E^3 , lo que explica el alto contraste del hueso y los medios yodados[cite: 36].
- [cite_start]**Dispersión Compton:** Dispersión inelástica que depende de la densidad electrónica ρ_e , predominante en tejidos blandos a altas energías[cite: 37].

La atenuación total es la suma de estas contribuciones:

$$\mu_{total}(E) = \mu_{photo}(E) + \mu_{compton}(E) + \mu_{rayleigh}(E)$$

4 Modelado Matemático de la Adquisición

4.1 Radiografía: La Proyección Polinómica

A diferencia de los libros de texto básicos, en la práctica profesional no podemos usar la versión simple de la Ley de Beer. [cite_start]La intensidad $I(u, v)$ detectada en un píxel es una integral sobre todo el espectro de energía, ponderada por la eficiencia del detector $\eta(E)$ [cite: 42, 43]:

$$I(u, v) = \int_0^{E_{max}} S(E) E \eta(E) \exp \left(- \int_{L(u, v)} \mu(x, y, z, E) ds \right) dE + \text{Scatter}(u, v)$$

Es crucial notar el término E dentro de la integral: la mayoría de los detectores comerciales (Flat Panels) son **integradores de energía**, no contadores de fotones. [cite_start]Esto significa que un fotón de alta energía contribuye más a la señal que uno de baja energía, sesgando la estadística[cite: 45].

4.2 Tomografía Computarizada (CT): De Radon a la Realidad

En CT, el objetivo es inverso: recuperar el mapa de atenuación $\mu(x, y)$ a partir de las proyecciones. [cite_start]Matemáticamente, esto es la inversión de la **Transformada de Radon**[cite: 47].

La proyección logarítmica ideal P se define como:

$$P(\theta, t) = -\ln \left(\frac{I}{I_0} \right) = \int_{L(\theta, t)} \mu(x, y) ds$$

Para reconstruir la imagen, el método estándar sigue siendo la **Retroproyección Filtrada (FBP)**. Simplemente “embarrar” las proyecciones de vuelta sobre la matriz de imagen genera una imagen borrosa (convolución con $1/r$). [cite_start]Por ello, es obligatorio aplicar un filtro rampa (kernel Ram-Lak) $h(t)$ antes de retroproyectar[cite: 49, 50]:

$$\mu(x, y) = \int_0^\pi (P(\theta, t) * h(t)) d\theta$$

5 Métodos de Ingeniería y Simulación

5.1 Método A: El Desafío del Endurecimiento del Haz (Beam Hardening)

El espectro policromático introduce una no-linealidad severa. A medida que el haz atraviesa el objeto, los fotones de baja energía se absorben preferentemente. Esto aumenta la energía media del haz restante (“endurecimiento”).

[cite_start]La consecuencia matemática es que el logaritmo negativo de la atenuación ya no es lineal respecto al espesor x del objeto[cite: 63]:

$$P_{poly} = -\ln \left(\frac{I}{I_0} \right) \neq \mu(E_{eff}) \cdot x$$

[cite_start]En la imagen clínica, esto provoca el artefacto de *cupping*: un objeto homogéneo parece tener menos densidad en el centro que en la periferia[cite: 163].

Implementación de la Corrección: La solución estándar en la industria es una linealización polinomial basada en una calibración previa con maniqués de agua.

```
import numpy as np

def beam_hardening_correction(sinogram_poly, coeffs):
    """
    Linealiza un sinograma afectado por beam hardening usando un modelo polinomial.
```

```

Args:
    sinogram_poly: Proyecciones logarítmicas 'crudas' (afectadas por el espectro).
    coeffs: Lista [a0, a1, a2...] obtenida de la calibración con fantoma de agua.
        Modela la curva inversa: P_ideal = Poly(P_medido)
"""
sinogram_corr = np.zeros_like(sinogram_poly)

# Aplicación del polinomio: P_corr = a1*P + a2*P^2 + ...
for i, c in enumerate(coeffs):
    sinogram_corr += c * (sinogram_poly ** (i + 1))

return sinogram_corr

```

[cite_start]Nota: Los coeficientes se obtienen empíricamente ajustando la curva de atenuación medida vs. el espesor conocido de un cilindro de agua. [cite: 82]

5.2 Método B: Modelado de la Respuesta del Detector (Cascada Lineal)

[cite_start]Para simular un detector de panel plano (FPD) de manera realista, utilizamos el modelo de cascada lineal (*Linear Cascaded Model*) descrito por Cunningham et al.[cite: 91]. Este modelo trata al detector como una serie de etapas donde la señal se transfiere y el ruido se añade o amplifica.

[cite_start]El proceso físico sigue estos pasos [cite: 92-98]: 1. **Conversión Cuántica:** Los fotones incidentes son absorbidos con una eficiencia η . 2. **Ganancia Óptica:** Cada fotón absorbido genera g_1 fotones de luz en el centellador (ej. CsI). 3. **Acoplamiento y Conversión:** La luz viaja (g_2) y se convierte en electrones en el fotodiodo (g_3). 4. **Apertura:** La integración de la señal en el área sensible del píxel provoca un borronado espacial.

La resolución del sistema (MTF) queda dominada por la dispersión de luz en el centellador y el tamaño del píxel:

$$MTF_{sys}(f) = T_{scint}(f) \cdot \text{sinc}(af)$$

Ruido y Cuantización: El ruido no es constante. [cite_start]Se compone de ruido cuántico (dependiente de la señal, Poisson) y ruido electrónico (aditivo, Gaussiano)[cite: 102]. [cite_start]Además, el proceso de digitalización (ADC) introduce un error de cuantización $\sigma_Q^2 = \Delta^2/12$ [cite: 105].

El siguiente flujo simula computacionalmente este comportamiento estocástico:

```

def detector_response(photon_fluence, gain, noise_elec, bit_depth, max_signal):
    # 1. Ruido Cuántico (Naturaleza de la luz)
    absorbed_photons = np.random.poisson(photon_fluence)

```

```

# 2. Conversión a electrones (Ganancia del sistema)
electrons = absorbed_photons * gain

# 3. Ruido Electrónico (Readout de la electrónica)
noise = np.random.normal(0, noise_elec, electrons.shape)
signal_analog = electrons + noise

# 4. Saturación y Cuantización (ADC)
signal_analog = np.clip(signal_analog, 0, max_signal)
max_digital = 2**bit_depth - 1
step_size = max_signal / max_digital

# El redondeo simula la pérdida de información del ADC
return np.round(signal_analog / step_size).astype(np.uint16)

```

[cite_start][cite: 110-135]

5.3 Método C: Pipeline de Procesamiento de Imagen

Una vez adquiridos los datos “crudos” (I_{raw}), estos no son aptos para diagnóstico. [cite_start]Se requiere un pipeline de post-procesamiento estricto[cite: 144]:

1. **Corrección de Campo Plano (Flat Field):** Normaliza la respuesta de cada píxel usando imágenes de referencia (oscura y brillante).

$$I_{corr} = \frac{I_{raw} - I_{dark}}{I_{flat} - I_{dark}} \cdot \bar{I}_{flat}$$

2. **Manejo de Defectos:** Los píxeles muertos se interpolan usando la media de sus vecinos.
3. **Inversión Logarítmica:** Transformamos la transmisión en densidad óptica ($I_{log} = \ln(I_{max}) - \ln(I_{corr})$).
4. **Procesamiento Multiescala:** Se aplican Look-Up Tables (LUT) sigmoideas y realce de bordes (*Unsharp Masking*) para adaptar el rango dinámico de la máquina (14-16 bits) al ojo humano.

6 Artefactos y Evaluación de Calidad

Cualquier desviación de los modelos anteriores resulta en artefactos. [cite_start]En radiografía, el *aliasing* (patrón de Moiré) ocurre cuando la frecuencia de la rejilla anti-dispersión interfiere con la matriz de píxeles[cite: 161]. [cite_start]En CT, además del *cupping* por endurecimiento del haz, son

comunes los artefactos de anillo (*Ring Artifacts*) causados por la descalibración de un solo elemento del detector[cite: 163].

[cite_start]Para evaluar objetivamente la calidad, los ingenieros no confiamos en la inspección visual, sino en métricas cuantitativas [cite: 166-170]:

- **MTF (Modulation Transfer Function):** Mide la resolución espacial (nitidez) analizando la respuesta al borde (*slanted edge*).
- **NPS (Noise Power Spectrum):** Caracteriza la textura y frecuencia del ruido.
- **DQE (Detective Quantum Efficiency):** La métrica dorada. Define qué tan eficientemente el sistema usa la radiación incidente para formar una imagen.

$$DQE(f) = \frac{MTF^2(f) \cdot \Phi \cdot G^2}{NPS(f)}$$

[cite_start]Un DQE bajo a altas frecuencias indica que el sistema “desperdicia” dosis sin aportar detalle diagnóstico fino[cite: 172].

7 Conclusiones y Seguridad

La ingeniería de imágenes médicas es un constante compromiso (*trade-off*) gobernado por el principio ALARA (*As Low As Reasonably Achievable*). [cite_start]Reducir la dosis a la mitad conlleva penalizar la relación señal-ruido por un factor de $\sqrt{2}$ [cite: 177].

Para avanzar hacia una IA confiable en medicina, es fundamental comprender que las imágenes no son fotos perfectas, sino mapas de atenuación sesgados por la física. [cite_start]Modelar correctamente el ruido de Poisson y los efectos espectrales, como el endurecimiento del haz, es el único camino para diseñar algoritmos que interpreten la anatomía real y no las alucinaciones del hardware[cite: 189, 190].

8 Referencias

[cite_start]1. [cite: 1] Reporte técnico: modelado de atenuación. [cite_start]2. [cite: 193] Bushberg, J. T., et al. (2020). *The Essential Physics of Medical Imaging*. [cite_start]3. [cite: 194] Hsieh, J. (2015). *Computed Tomography: Principles, Design, Artifacts*. [cite_start]4. [cite: 195] Kak, A. C., & Slaney, M. (1988). *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. [cite_start]5. [cite: 196] ICRU Report 87. (2012). *Radiation Dose and Image-Quality Assessment in Computed Tomography*. [cite_start]6. [cite: 197] Cunningham, I. A. (2000). *Linear-systems modeling of parallel-cascaded stochastic processes*.