UNIVERSIDAD TÉCNICA FEDERICO SANTA MARÍA
ANÁLISIS NUMÉRICO - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
2DO SEMESTRE 2016

Tarea I Sistemas Líneales

Instrucciones Generales

- Fecha de entrega: 14 de Mayo hasta las 23:55 hrs.
- Se debe entregar un informe .pdf y subir los programas (*.m) al sistema AULA con el nombre: Ej: MiguelSalvatierraTarea1.rar.
- Cada código debe ir comentado.
- El informe debe contener los resultados principales.
- Puede trabajar en equipo para el planteamiento del problema pero se debe entregar informes individuales. **Tareas y códigos idénticos tendrán nota** 0.
- Todas las operaciones deben estar contenidas dentro del script. Se revisarán sólo resultados el presionar *run*. *No ejecutar por línea de comando.*
- *Todos los códigos deben compilar*
- Para cada uno de los siguientes problemas se debe considerar el desarrollo de los programas **sin** utilizar las funciones establecidas del matlab, ie, **sin usar inv(), diag(),lu(),tril(), lu()**, \ (el caso de pedirle directamente la solución al software),etc.

1. Problema 1

Problema N^o 1. A partir del circuito de la figura 1, despejar las corrientes i_a, i_b e i_c, correspondientes a la malla

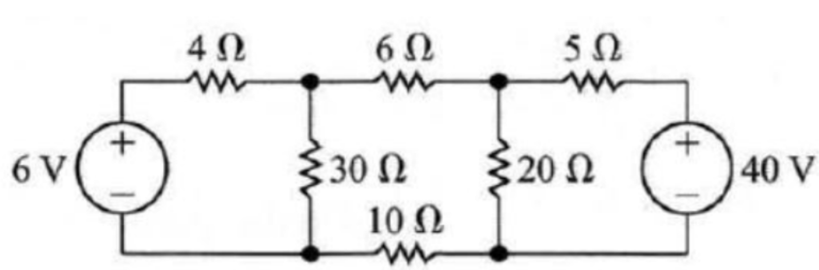

Figura 1: Circuito a resolver

izquierda, central y derecha respectivamente. Utilice el método de mallas para obtener el sistema de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix}$$

R corresponde a los valores de las resistencias que deberá despejar. Usted debe mostrar:

- Las ecuaciones desarrolladas en el informe.
- Crear un algoritmo que permita resolver el sistema utilizando el método PUL (PA=LU). Utilizando los métodos de sustitución progresiva y regresiva (Código)
- Muestre los resultados de los sistemas $Ly = b$ y $Ux = y$.
- Muestre los resultados de las corrientes i_a, i_b e i_c.
- Escriba una tabla donde muestre la potencia disipada por cada resistencia.

2. Problema 2 Matemáticas

La ecuación que modela la transferencia de calor en un bloque cuyos extremos se mantienen a temperatura constante es (sin generación de energía y en estado estacionario):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0 \tag{1}$$

La placa es la que se muestra en la siguiente figura: Las temperaturas fijas en los extremos son:

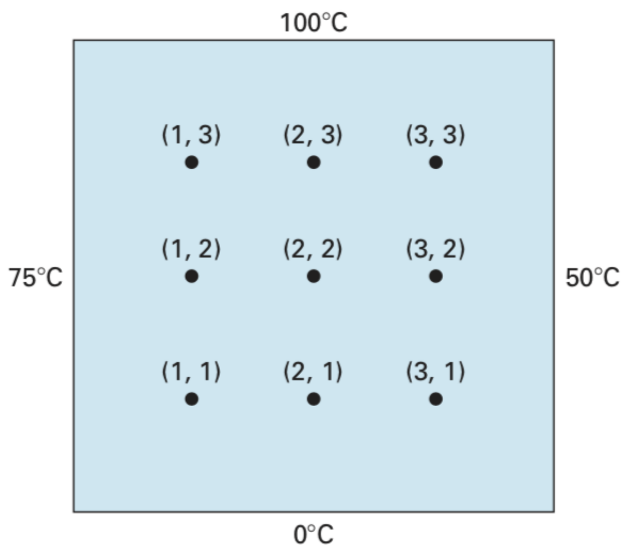

Figura 2: Placa y puntos a calcular

- $T(0,i) = 75$, pared izquierda
- $T(4,i) = 50$, pared derecha
- $T(i,0) = 0$, pared de abajo
- $T(i,4) = 100$, pared superior

Se pide resolver por el método de diferencias finitas que se explicará a continuación. Note que esta placa esta subdividida en nodos equiespaciados tanto en el eje X como en el eje Y. Para este caso, la placa tiene 9 nodos interiores con un espaciado de $\Delta x = \Delta y$. Para aproximar la segunda derivada:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \approx \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{\Delta x^2} \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \approx \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2} \tag{3}$$

Donde $T_{i,j}$ es la temperatura en el nodo (i,j) de la barra. Luego reemplazando en 1 queda:

$$\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2} = 0 \tag{4}$$

Reordenando y considerando que $\Delta x = \Delta y$:

$$T_{i+1,j} + T_{i,j+1} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1} - 4T_{i,j} = 0 \tag{5}$$

Con esto responda lo siguiente:

- Escriba las ecuaciones para los nodos interiores de la barra (Nodos (1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2), 3,3))
- Escriba el sistema de ecuaciones y resuelva utilizando un método que usted estime conveniente (Cholesky, Gauss-Seidel, Jacobi, LU) justificando su elección.
- Grafique la placa en 2D (esto quiere decir que deben poner el resultado de la ecuación en una matriz y graficar)

3. Problema 3

Cree una función que sea capaz de crear una matriz tridiagonal de la forma:

$$A = \begin{pmatrix} a & b & 0 & \cdots & 0 \\ c & a & b & \cdots & 0 \\ 0 & c & a & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & b \\ 0 & 0 & \cdots & c & a \end{pmatrix}$$

Con parámetros de entrada los valores a, b, c y n el tamaño de la matriz. Luego haga una función capaz de crear una matriz de $1xn$ siguiendo la secuencia de Fibonacci:

$$F = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 5 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Luego realice una función que sea capaz de formar una matriz de $1xn$ siguiendo la secuencia de Pisano[1]. Esta secuencia se obtiene al dividir un número de la secuencia por un número fijo y utilizando el residuo[2].

$$F = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Para

- **n=10,a=8 b=4 c=3, secuencia de Pisano 5**
- **n=100,a=10 b=3 c=3, secuencia de Pisano 3**
- **n=100,a=10 b=5 c=6, secuencia de Pisano 5**

Responda lo siguiente:

1. Determinar si su matriz es simétrica y definida positiva (puede calcular los valores propios de con el comando **eig** y comprobar que ellos son mayores que cero).
2. Si se cumple lo anterior, haga una función para resolver el problema utilizando la descomposición de Cholesky de (Pruebe si puede utilizar el método de Cholesky).
3. Resuelva, con ayuda de esta descomposición, el sistema **Ax=F**. Muestre los resultados.
4. Resuelva el sistema con el método PUL (PA=LU).¿Se puede utilizar el método PUL? Justifique. Si es así muestre los resultados, comparando tiempos de cálculo.
5. Utilice los métodos iterativos de Jacobi, Gauss-Seidel. ¿Se pueden utilizar estos métodos? Justifique comentando la convergencia de los métodos. Compare tiempos de procesamiento, solución e iteraciones. Utilice una tolerancia de 10^{-6} y el vector semilla X_0 nulo.
    - Hint: Revisar las sesiones realizadas.

[1] Otro seudónimo de Fibonacci
[2] Secuencia de Pisano al dividir por 3