6) Sea $Ax=b$ un sistema de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Veamos de manera inductiva que la fórmula de sustitución hacia atrás es correcta.

~~Caso base: si $i=n$, se tiene que la última ecuación es $a_{nn}x_n = b_n$. despejando para x_n, $x_n = b_n / a_{nn}$, expresión que es congruente para la fórmula.~~

Sea i un número cualquiera que esté entre 1 y $n-1$, como A es triangular superior se puede obtener la siguiente ecuación:

$$a_{ii}x_i + a_{i(i+1)}x_{i+1} + a_{i(i+2)}x_{i+2} + \dots + a_{in}x_n = b_i.$$

Despejando $a_{ii}x_i$, queda que:

$$a_{ii}x_i = b_i - a_{i(i+1)}x_{i+1} - \dots - a_{in}x_n = b_i - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}x_j$$

Dividiendo a_{ii}, se obtiene

$$x_i = \frac{b_i - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}x_j}{a_{ii}}$$