6.8 Ejercicios: Generales de Probabilidad

11. A) Suma ≤ 3, B) Primer lanzamiento Impar.

- Según la regla de Laplace:

$\mathbb{P}(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$, según los axiomas de conteo: (variación con repetición)

$|\Omega| = V_2^6 = 6^2 = 36$

$A = \{(1+1), (2+1), (1+2)\} \longrightarrow |A| = 3$

la cardinalidad de A es 3, pues solo existen 3 combinaciones en las que la suma es menor o igual a 3.

$$\mathbb{P}(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

- $\mathbb{P}(B) = \frac{|B|}{|\Omega|}$ } Como el dado es equiprobable, la probabilidad dice que existen 18 de los 36 casos en los que el resultado al primer lanzamiento es impar. $\longrightarrow |B| = 18$

$$\mathbb{P}(B) = \frac{|B|}{|\Omega|} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

- $\mathbb{P}(A \cup B) \longrightarrow$ Probabilidad de que suceda A o B.

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$$

$\mathbb{P}(A \cap B)$: Probabilidad de que se halla dado A y B

$A \cap B = \{(1+1), (1+2)\} \quad |A \cap B| = 2$

$$\mathbb{P}(A \cap B) = \frac{|A \cap B|}{|\Omega|} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \left(\frac{1}{12}\right) + \left(\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{18}\right) = \frac{1}{12} + \frac{6}{12} - \frac{1}{18} = \frac{7}{12} - \frac{1}{18}$$

$$\mathbb{P}(A \cup B) = \frac{126 - 12}{216} = \frac{114}{216} = \frac{19}{36}$$

- $\mathbb{P}(A^c)$: Probabilidad de que no suceda A

$$\mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A) = 1 - \frac{1}{12} = \frac{12}{12} - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$$

2). $\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(A^c)$, $\quad \mathbb{P}(A^c) = \frac{|A^c|}{|\Omega|}$ $\quad$ $|\Omega|$ = total combinaciones; $|A^c|$ = Combinaciones de celulares no defectuosos.

Como no se repite:

$$|\Omega| = C_5^{50} = \binom{50}{5} = \frac{50!}{5!\,45!} = \frac{50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45!}{5! \cdot 45!} = 2'118,760$$

$$|A^c| = C_5^{48} = \binom{48}{5} = \frac{48!}{5!\,43!} = 1712304$$

$$\mathbb{P}(A^c) = \frac{|A^c|}{|\Omega|} = \frac{\left(\frac{48!}{5!\,43!}\right)}{\left(\frac{50!}{5!\,45!}\right)} = \frac{48\cdot 47\cdot 46\cdot 45\cdot 44}{50\cdot 49\cdot 48\cdot 47\cdot 46} = \frac{45\cdot 44}{50\cdot 49}$$

$$\mathbb{P}(A^c) = \frac{198}{245}$$

$$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(A^c) = \frac{245}{245} - \frac{198}{245} = \underline{\frac{47}{245}}$$

3). $\mathbb{P}(D) = 0.6$, $\mathbb{P}(C) = 0.8$, $\mathbb{P}(D \cap C) = 0.5$

a). $\mathbb{P}(D \cup C) = \mathbb{P}(D) + \mathbb{P}(C) - \mathbb{P}(D \cap C) = 0.6 + 0.8 - 0.5$

$\mathbb{P}(D \cup C) = \underline{0.9}$

b). $\mathbb{P}((D \cap C^c) \cup (C \cap D^c)) \rightarrow$ Probabilidad de que esté suscrito a uno de los dos pero no a ambos.

$$(D \cap C^c) \cup (C \cap D^c) = (D \cup C) - (D \cap C)$$

$$\mathbb{P}((D \cap C^c) \cup (C \cap D^c)) = \mathbb{P}(D \cup C) - \mathbb{P}(D \cap C)$$

$$= \mathbb{P}(D) + \mathbb{P}(C) - \mathbb{P}(D \cap C) - \mathbb{P}(D \cap C) = \mathbb{P}(D) + \mathbb{P}(C) - 2\mathbb{P}(D \cap C)$$

$$\mathbb{P}((D \cap C^c) \cup (C \cap D^c)) = (0.6) + (0.8) - 2(0.5) = \underline{0.4}$$