2) Para ver que los polinomios de Lagrange son base de $P_n(\mathbb{R})$ se verificará que $L_i(x_j) = \delta_{ij}$, estos polinomios son linealmente independientes y además generan $P_n(\mathbb{R})$.

- $L_i(x_j) = \delta_{ij}$ donde $x_1, \dots, x_n \in \mathbb{R}$: Por la definición de Lagrange, $L_i(x) = \prod_{j \neq i}^{n} (x - x_j)/(x_i - x_j)$. Entonces, si L_i se evalúa en algún x_j se tiene que:

$$\hookrightarrow i = j: L_i(x_i) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} (x_i - x_j)/(x_i - x_j) = \frac{(x_i - x_1) * \dots * (x_i - x_n)}{(x_i - x_1) * \dots * (x_i - x_n)}$$

$$= \frac{(x_i - x_1)}{(x_i - x_1)} * \dots * \frac{(x_i - x_n)}{(x_i - x_n)} = 1 \cdot \dots \cdot 1 = 1 = \delta_{ij}$$

$$\hookrightarrow i \neq j: L_i(x_j) = \prod_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{n} (x_i - x_j)/(x_i - x_j) = \frac{(x_j - x_1) * \dots * (x_j - x_j) * \dots * (x_j - x_n)}{(x_j - x_1) * \dots * (x_j - x_n)}$$

$$= \frac{(x_j - x_1) * \dots * 0 * \dots * (x_j - x_n)}{(x_j - x_1) * \dots * (x_j - x_n)} = 0 = \delta_{ij}$$

- Los polinomios de Lagrange son l.i: para ver que estos polinomios son l.i., plantee:

$0 = a_0 L_0(x) + \dots + a_n L_n(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$, evaluando en algún x_i, $0 = a_0 L_0(x_i) + \dots + a_n L_n(x_i) = a_i * L_i(x_i) = a_i$, entonces, $a_0 = \dots = a_n = 0$ y los polinomios son l.i.

- Los polinomios de Lagrange generan $P_n(\mathbb{R})$: como

$\dim(P_n(\mathbb{R})) = n+1$ y existen $n+1$ polinomios de lagrange l.i., estos deben ser una base para $P_n(\mathbb{R})$.