Modelo de estados de un motor de corriente contínua

Se propone realizar el modelo de un motor de corriente contínua(CC) de inán permanente.

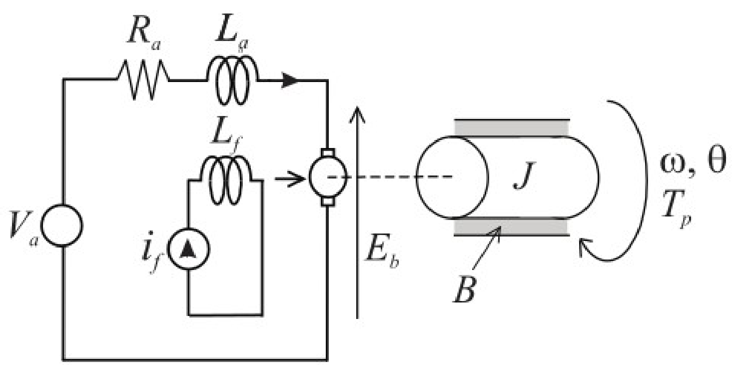

Figura 1: Esquema de máquina de CC

Al ser de imán permanante el flujo suministrado por el campo del estator es constante:

$$\Phi = k_3 * i_f = cte \quad (1)$$

Si consideramos que la potencia eléctrica transferida al entrehierro es transformada totalmente enenergía mecánica en el eje, podemos escribir:

$$P_{eléctrica} = P_{mecánica} \quad (2)$$

$$E_b * i_a = T * \omega \quad (3)$$

Como: $E_b = k_2 * \Phi * \omega$ y $T = k_3 * \Phi * i_a$, si reemplazamos en (3) queda:

$$k_2 * \Phi * \omega * ia = k_3 * \Phi * i_a * \omega \quad (4)$$

$$k_2 = k_3 = k \quad (5)$$

Al ser el flujo constante se puede escribir:

$$E_b = k * \omega \quad (6)$$

$$T = k * i_a \quad (7)$$

De la malla de entrada(circuito eléctrico),y reemplazando la (6), se obtiene:

$$V_a = R_a * i_a + L_a * \mathring{i}_a + E_b$$

$$V_a = R_a * i_a + L_a * \mathring{i}_a + k * \omega \quad (8)$$

De la parte mecánica, y reemplazondo (7), se obtiene:

$$J*\mathring{\omega}+B*\omega=T+T_p$$

$$J*\mathring{\omega}+B*\omega=k*i_a+T_p \quad (9)$$

De (8) se despeja $\mathring{i}_a$ y de (9) se despeja $\mathring{\omega}$, estas ecuaciones quedan:

$$\mathring{i}_a=-(R_a/L_a)*i_a-(k/L_a)*\omega+(1/L_a)*V_a \quad (10)$$

$$\mathring{\omega}=(k/J)*i_a-(B/J)*\omega+(1/J)*T_p \quad (11)$$

Si se desea un control de posición debemos incluir una ecuación adicional para esta variable:

$\mathring{\theta}=\omega$ (12) La derivada de la posción angular es la velocidad angular

Con las ecuaciones (10), (11) y (12) se pueden formar las matrices de estado $\mathring{x}=A*x+B*u$

$$\begin{bmatrix}\mathring{i}_a\\ \mathring{\theta}\\ \mathring{\omega}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-(R_a/L_a) & 0 & -(k/L_a)\\ 0 & 0 & 1\\ (k/J) & 0 & -(B/J)\end{bmatrix}*\begin{bmatrix}i_a\\ \theta\\ \omega\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}(1/L_a) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & (1/J)\end{bmatrix}*\begin{bmatrix}V_a\\ 0\\ T_p\end{bmatrix}$$