Aproximação de π

1 Teoria

A série de Gregory–Leibniz é:

$$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \frac{x^9}{9} + \dots \tag{1}$$

Como,

$$tan\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow \pi = 4 \times \arctan 1 \tag{2}$$

então:

$$\pi = 4 \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \dots\right) \tag{3}$$

Logo, podemos calcular π no computador por meio de aproximações sucessivas:

$$\begin{aligned}
\pi_0 &= 4 \times \left(\frac{1}{1}\right) && = 4.00 \\
\pi_1 &= 4 \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) && = \pi_0 - \frac{4}{3} = 2.67 \\
\pi_2 &= 4 \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) && = \pi_1 + \frac{4}{5} = 3.47 \\
\pi_3 &= 4 \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right) && = \pi_2 - \frac{4}{7} = 2.90 \\
\pi_4 &= 4 \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right) && = \pi_3 + \frac{4}{9} = 3.34 \\
&\vdots \\
\pi_n &= 4 \times \sum_{i=0}^{n} \frac{(-1)^i}{2i+1}
\end{aligned}$$

2 Atividades:

Desenvolva um programa que calcula π. Siga as seguintes versões:

1. Calcula π para um número qualquer de termos da séire
2. Calcula π até que $Erro_i = \pi_i - \pi_{i-1} > \epsilon$
3. Implemente uma função para o cálculo
4. Adapte a função para fazer um gráfico dos resultados