

Ejercicio 1

Dadas las siguientes letras proposicionales:

- ♦ p = "La luna es blanca"
- ♦ q = "El sol es amarillo"
- ♦ r = "La tierra es un queso"

Tomando como base las letras proposicionales anteriores, traduzca a proposiciones bien formadas las siguientes frases expresadas en lenguaje natural:

- a) Si la tierra es un queso, entonces la luna no es blanca o el sol no es amarillo
- b) No se cumple que el sol no es amarillo y la luna no es blanca
- c) La tierra no es un queso y el sol es amarillo o la tierra es un queso y la luna no es blanca
- d) El sol es amarillo y la luna es blanca si y sólo si no se cumple que el sol no es amarillo o la luna no es blanca
- e) Si la luna no es blanca entonces el sol no es amarillo y si el sol no es amarillo entonces la luna no es blanca

Ejercicio 2

Coloque todos los paréntesis que sea posible a cada una de las siguientes proposiciones, tomando en cuenta la precedencia usual de las conectivas:

- a) $p \rightarrow q \rightarrow r$
- b) $p \wedge q \rightarrow q \wedge p$
- c) $p \rightarrow q \wedge q \rightarrow p$
- d) $p \wedge r \vee q \leftrightarrow s$

Ejercicio 3

Dibuje la tabla de verdad asociada a cada una de las siguientes proposiciones y determine cuáles de ellas son tautologías, cuáles son contradicciones y cuáles son contingencias. Justifique todas sus respuestas.

- a) $(p \wedge q) \leftrightarrow \neg(\neg p \vee \neg q)$
- b) $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q) \leftrightarrow p$
- c) $(p \rightarrow \perp) \wedge (\perp \rightarrow p) \leftrightarrow \neg p$
- d) $(p \rightarrow \perp) \vee (q \rightarrow \perp)$

Ejercicio 4

Dibuje la tabla de verdad asociada a cada una de las siguientes proposiciones y determine cuáles de las consecuencias lógicas planteadas se cumplen y cuáles no. Justifique todas sus respuestas.

- a) $p, \neg(p \rightarrow q) \models \neg q$
- b) $(p \rightarrow q), (q \rightarrow p) \models (p \wedge q)$
- c) $(p \vee q), (p \rightarrow q) \models (p \wedge q)$
- d) $(p \rightarrow q), (r \rightarrow \perp) \models (p \leftrightarrow r) \vee (\neg r)$

Ejercicio 5

Sean $\alpha, \beta, \gamma \in \text{PROP}$ proposiciones **cualesquiera**. Para cada una de las siguientes afirmaciones, determine si es correcta o no. En caso de que sea correcta, plantee hipótesis, tesis y demuéstrela. En caso contrario presente un contraejemplo concreto y justifique.

- a) Si se cumple que $\models \neg\alpha$ y que $\models (\beta \rightarrow \alpha)$ entonces se cumple que $\models \neg\beta$
- b) Si se cumple que $\models (\alpha \wedge \beta)$ entonces se cumple que $\models \alpha$ y que $\models \beta$
- c) Si se cumple que $\models (\alpha \vee \beta)$ entonces se cumple que $\models (\alpha \wedge \beta)$
- d) Si se cumple que $\alpha \models \beta$ entonces se cumple que $\models \alpha$ o que $\models \beta$
- e) Si se cumple que $\alpha \models \beta$ y que $\beta \models \gamma$ entonces se cumple que $\alpha \models \gamma$

Ejercicio 6

Sean $\alpha \in \text{PROP}$ y $\beta \in \text{PROP}$ dos proposiciones tales que $\models \alpha$ y $\models \neg\beta$. Para cada una de las siguientes afirmaciones, indique si es correcta o no. En caso de que sea correcta, plantee hipótesis, tesis y demuéstrela. En caso contrario presente un contraejemplo concreto y justifique.

- a) $\alpha \models \beta$
- b) $\beta \models \alpha$
- c) $\models \neg(\alpha \leftrightarrow \beta)$

Ejercicio 7

Sea $\Gamma \subseteq \text{PROP}$ un conjunto de proposiciones y $\alpha, \beta \in \text{PROP}$ dos proposiciones tales que $\Gamma \models \alpha$ y $\Gamma \models \beta$. Para cada una de las siguientes afirmaciones, indique si es correcta o no. En caso de que sea correcta, plantee hipótesis, tesis y demuéstrela. En caso contrario presente un contraejemplo concreto y justifique.

- a) $\Gamma \models (\alpha \wedge \beta)$.
- b) $\Gamma \models \neg(\alpha \vee \beta)$.
- c) $(\alpha \leftrightarrow \beta)$ es una tautología.
- d) Dada cualquier proposición $\delta \in \Gamma$, se cumple que $\Gamma \models (\neg\neg\delta)$.