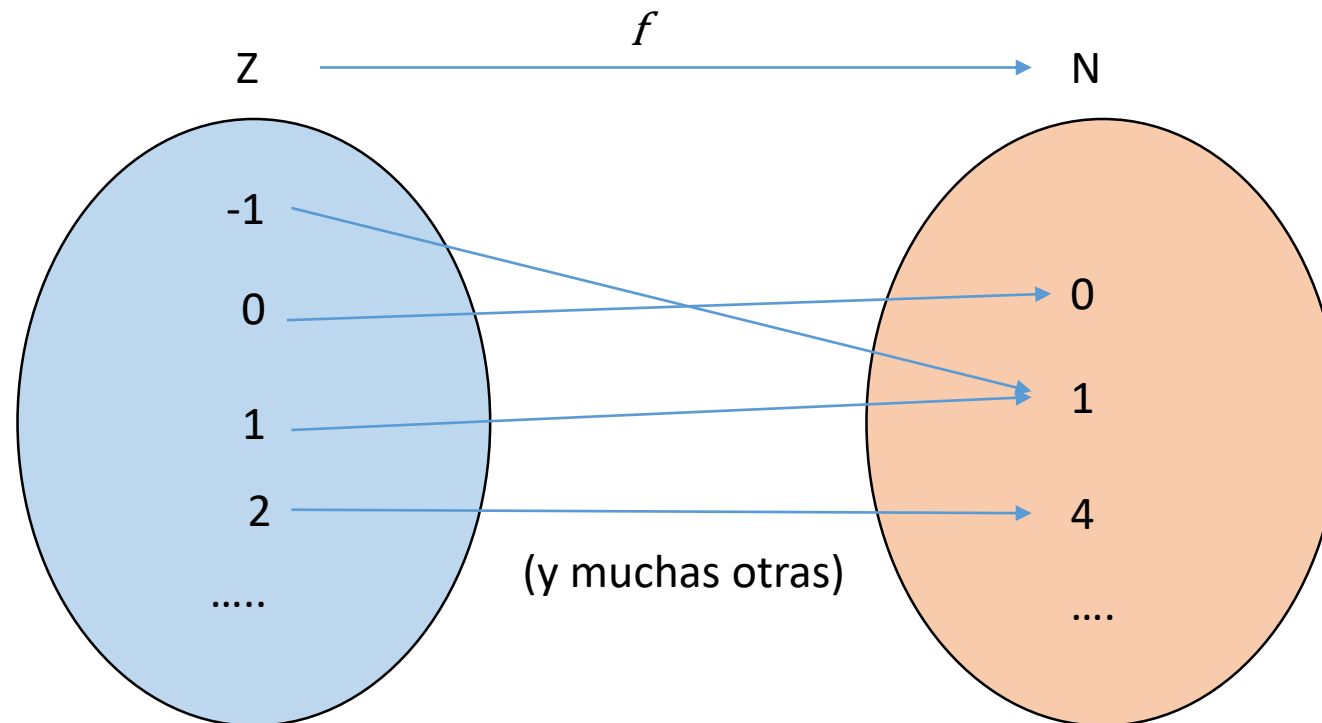


# Funciones compuestas

Sea  $f(x)$  una función tal que:

$$f: Z \rightarrow N = \{ (x, y) \in Z \times N / y = x^2 \}$$

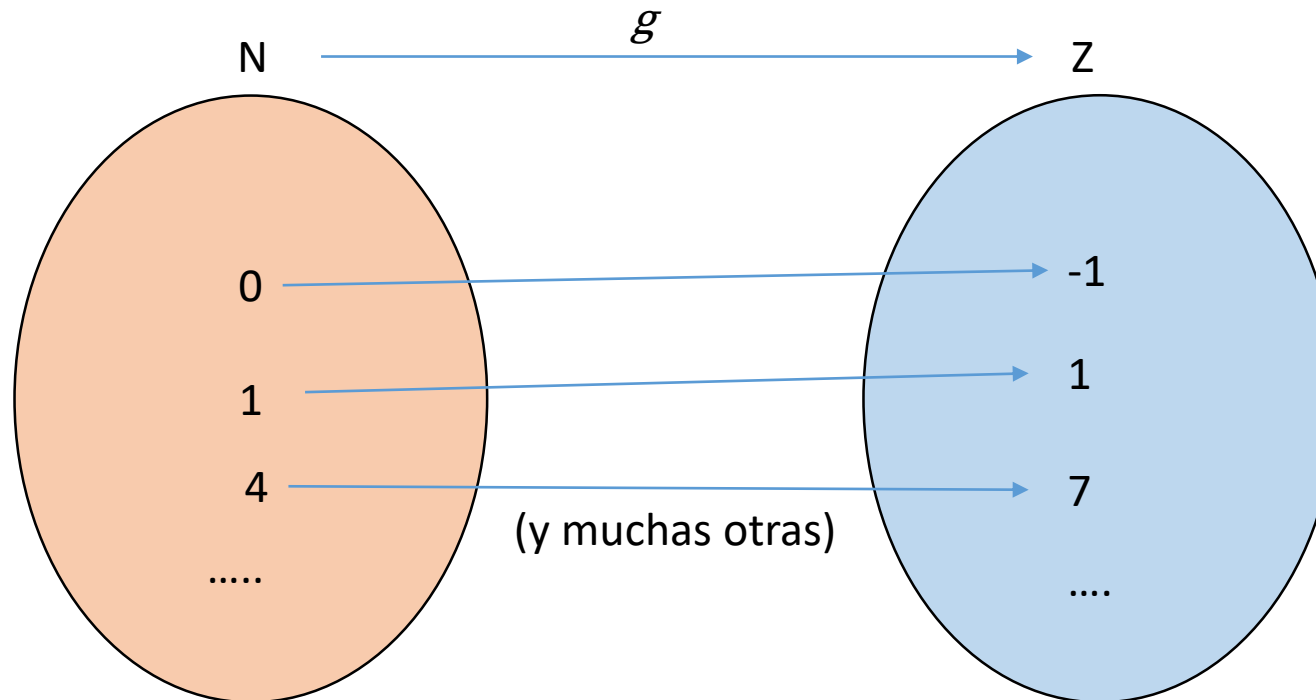
o en notación prefija:  $f(x) = x^2$



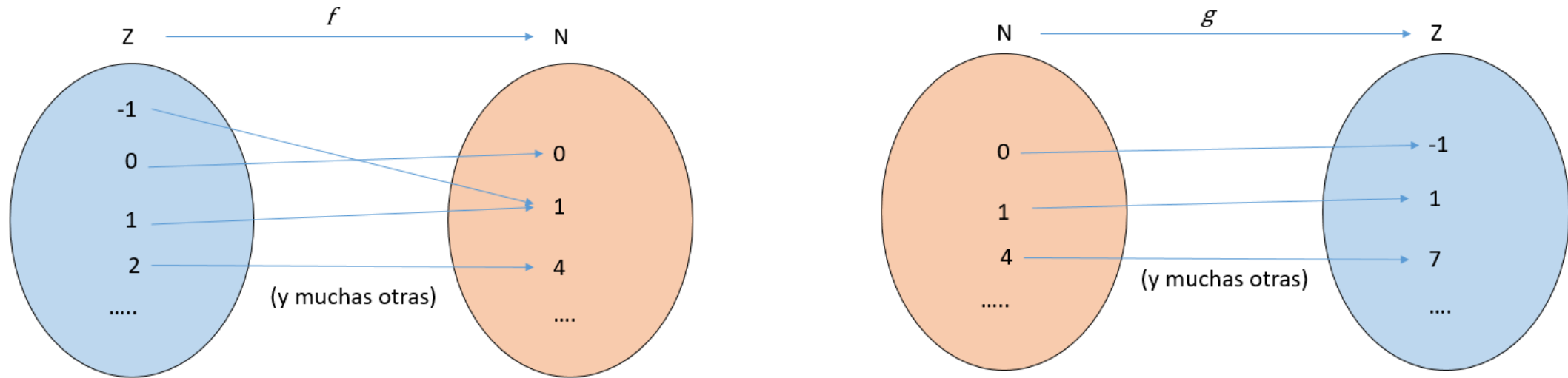
Sea  $g(x)$  una función tal que:

$$g: N \rightarrow Z = \{ (x, y) \in N \times Z / y = 2x-1 \}$$

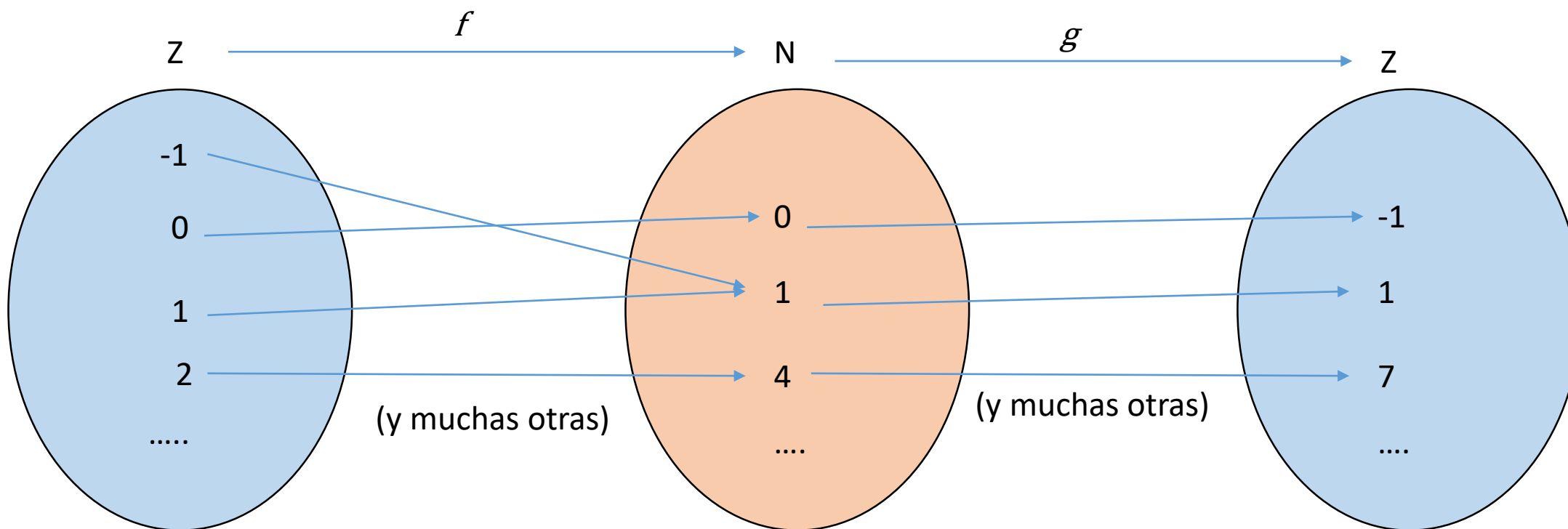
o en notación prefija:  $g(x) = 2x-1$



Es posible calcular la función compuesta  $g(f(x))$  ya que el codominio o recorrido de  $f$  es el mismo conjunto del dominio de  $g$ , que es el conjunto  $N$



La función compuesta  $(g \circ f)(x)$  entonces sería de la siguiente manera:



- Para la función compuesta  $g \circ f$  el dominio es el dominio de  $f$  (conjunto  $Z$ )
- y el codominio es el codominio de  $g$  (conjunto  $Z$ ).
- Para poder realizar el cálculo de  $g$ , primero hay que calcular el resultado de  $f$
- Una vez realizado este cálculo, el resultado de  $f$  para a ser la “ $x$ ” de  $g$ .
- Realicemos el cálculo, sustituyendo en  $g$ , las ocurrencias de la  $x$  por la fórmula de  $f$ :  
teníamos:

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = 2x - 1$$

Entonces  $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2(\textcolor{red}{x}^2) - 1$  (sustituyendo la  $x$  de  $g$  por la fórmula de cálculo de  $f$ )

**$= 2x^2 - 1$**

**Es decir que la fórmula de cálculo de la nueva función, llamada  $(g \circ f)(x)$  es  $= 2x^2 - 1$**

Expresada formalmente:

$$(g \circ f)(x) : Z \rightarrow Z = \{ (x, y) \in Z \times Z / y = 2x^2 - 1 \}$$

o en notación prefija:  $g(f(x)) = 2x^2 - 1$

Calculemos el resultado para los siguientes casos:

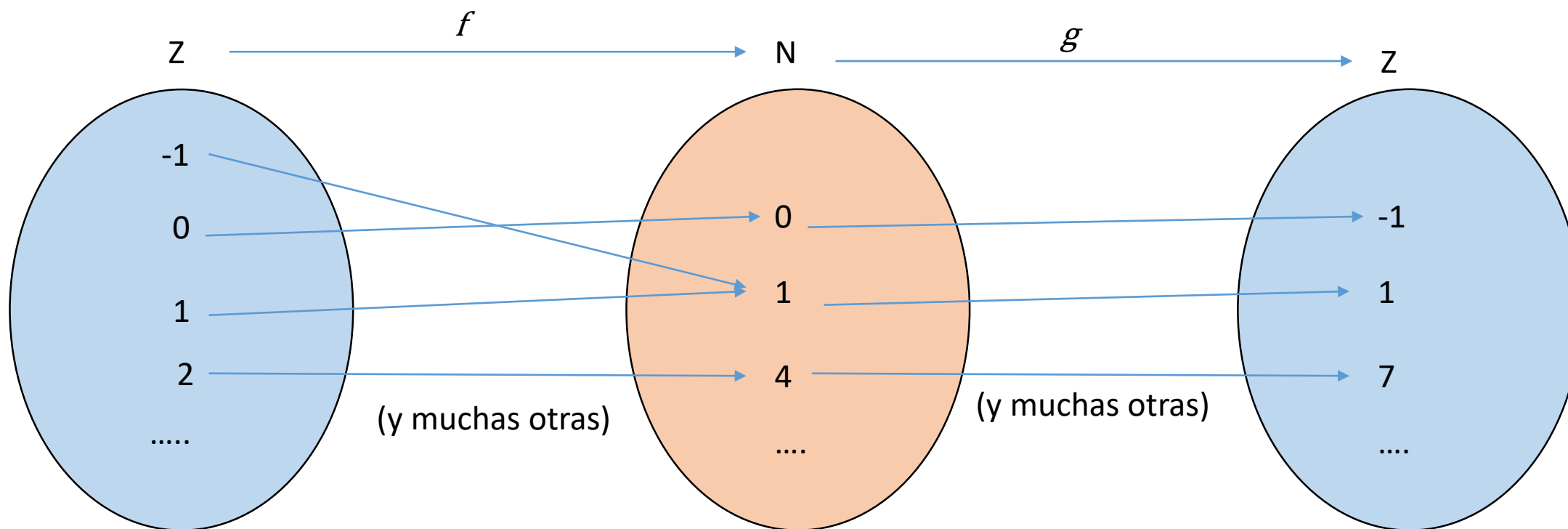
$$x = -1 : g(f(-1)) = 2 \cdot (-1)^2 - 1 = 2 \cdot 1 - 1 = 2 - 1 = 1 \rightarrow g(f(-1)) = 1$$

$$x = 0 : g(f(0)) = 2 \cdot (0)^2 - 1 = 2 \cdot 0 - 1 = 0 - 1 = -1 \rightarrow g(f(0)) = -1$$

$$x = 2 : g(f(2)) = 2 \cdot (2)^2 - 1 = 2 \cdot 4 - 1 = 8 - 1 = 7 \rightarrow g(f(2)) = 7$$

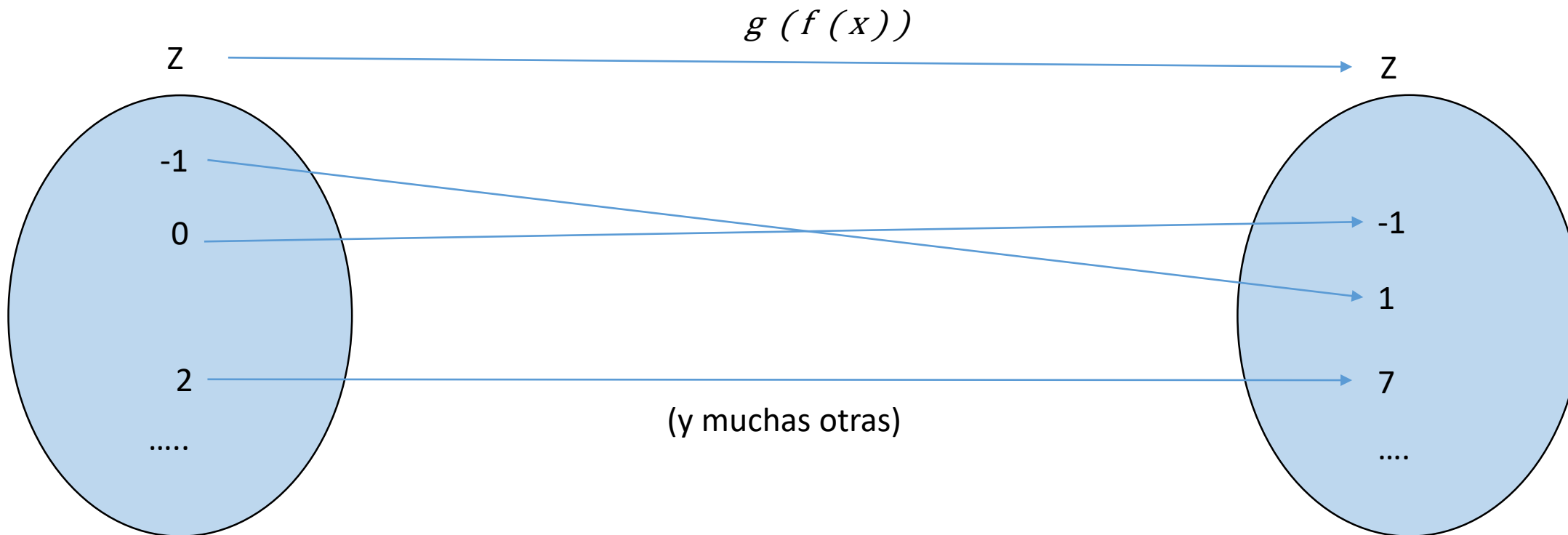
Comprobemos ahora si esto también está reflejado en el diagrama de Venn:

Cuando la representamos como compuesta era así:





Representándola como una función cualquiera:



Y vemos que se cumple  $g(f(-1)) = 1$ ,  $g(f(0)) = -1$ ,  $g(f(2)) = 7$

- Indique si las funciones  $f$ ,  $g$  y  $g \circ f$  son totales o parciales, inyectivas, sobreyectivas o biyectivas.
- Es posible calcular la función compuesta  $f \circ g$  ? En caso afirmativo, realice el cálculo.