

**Ejemplo del teórico:**

**Se tienen dos proposiciones  $\alpha, \beta \in \mathbf{PROP}$ . Se sabe que  $\alpha$  es una contradicción y que  $\neg\alpha \models \beta$ .  
Se quiere determinar si  $\models \beta$ .**

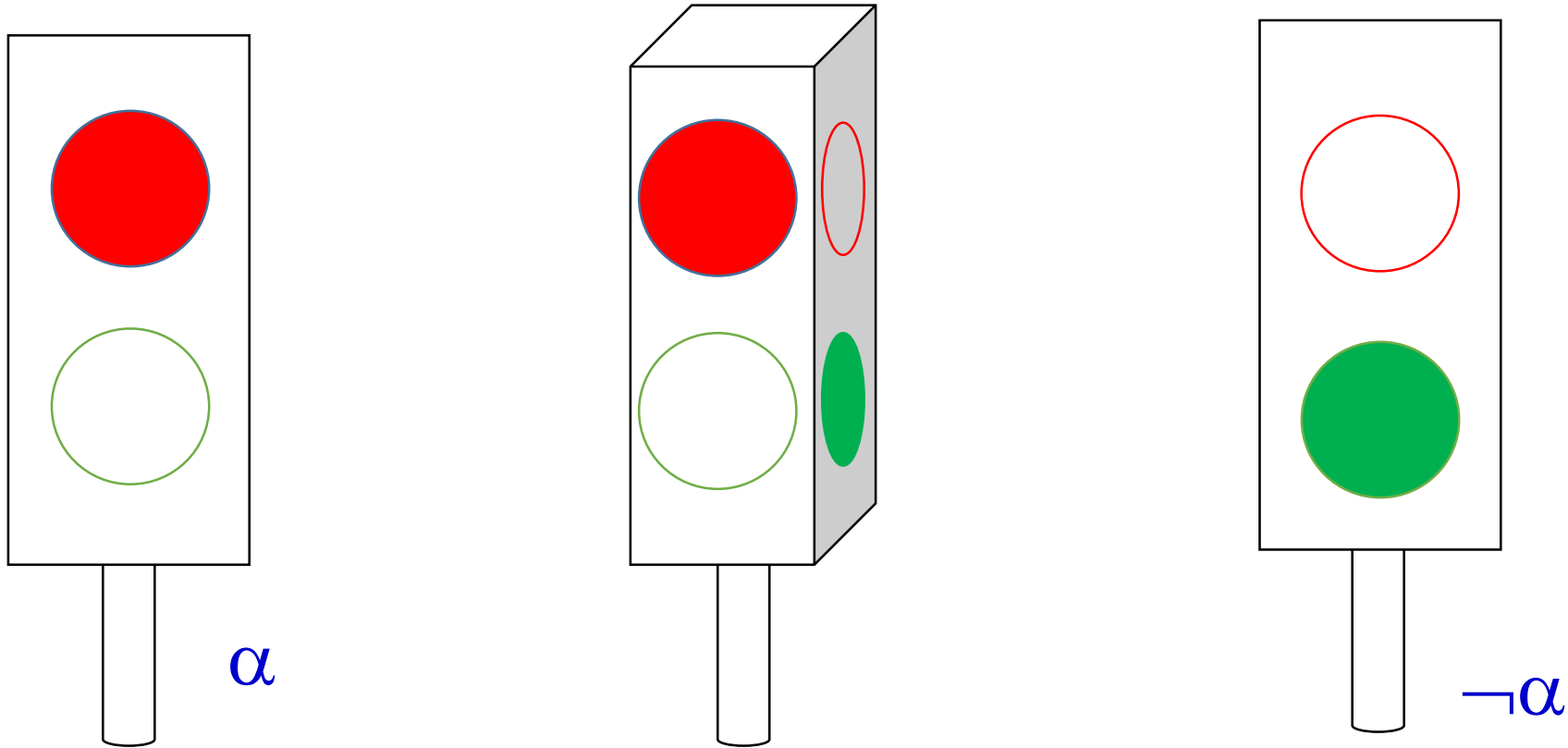
**H)  $\alpha$  es una contradicción**

**H2)  $\neg\alpha \models \beta$**

**T)  $\models \beta$**

# H) $\alpha$ es una contradicción

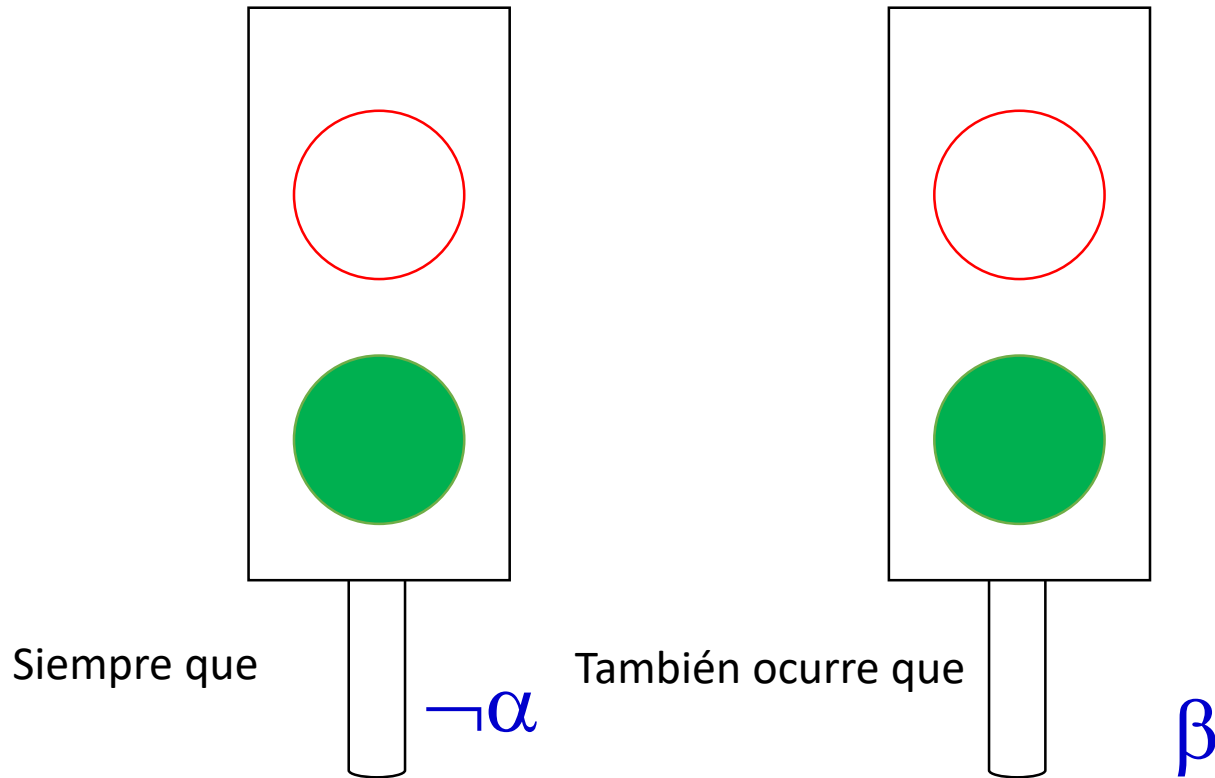
- Si fuera un semáforo,  $\alpha$  estaría en rojo SIEMPRE



Por lo tanto,  $\neg\alpha$  estaría en verde SIEMPRE

## H2) $\neg\alpha \models \beta$

- Siempre que el semáforo  $\neg\alpha$  está en verde, el semáforo  $\beta$  está en verde



Y por la parte anterior, sabemos que el semáforo  $\neg\alpha$  está en verde **siempre**....  
Por lo tanto....  
El semáforo  $\beta$  está en verde **siempre**

➔  $\beta$  Es tautología

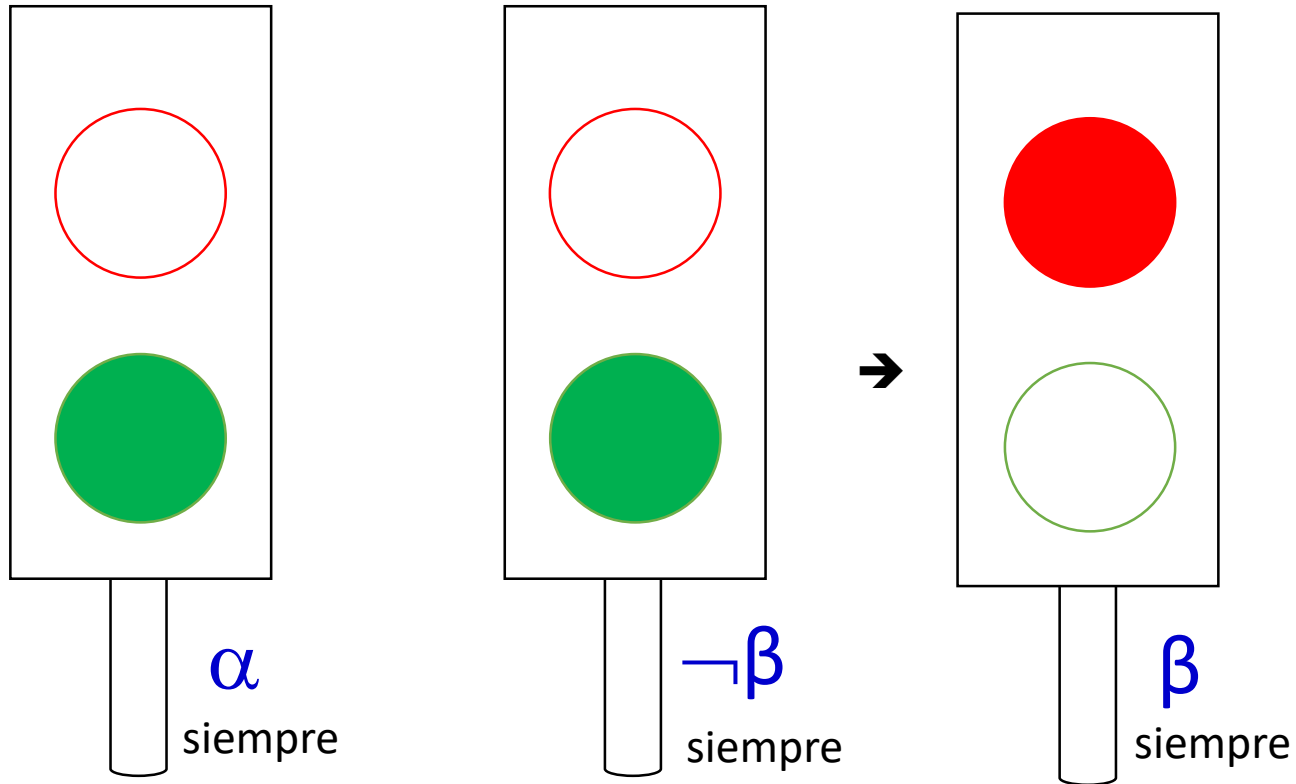
# Práctico 3 – ejercicio 6

H1)  $\models \alpha$

H2)  $\models \neg\beta$

T)  $\alpha \models \beta$

Qué significan las hipótesis?



Entonces....

Es cierto que cuando  $\alpha$  está en verde,  $\beta$  está en verde también?  
(este sería el significado de  $\alpha \models \beta$ )

La respuesta es NO, vemos que cuando  $\alpha$  está en verde,  $\beta$  está en rojo. Por lo tanto, es **FALSO**.

Hay que mostrarlo con un **contraejemplo**.

Debemos encontrar un  $\alpha$  y un  $\beta$  que cumplan las hipótesis, y mostrar que la consecuencia lógica NO se cumple, con una tabla de verdad:

Por hipótesis 1, tenemos que Alfa es una tautología, hay que plantear entonces una:

$$\alpha = p \vee \neg p$$

Probamos que Alfa es tautología:

p	$\neg p$	$p \vee \neg p$
0	1	1
1	0	1

Por hipótesis 2, tenemos que NO Beta es tautología, entonces debemos plantearnos un beta que sea contradicción, así la negación es tautología:

$$\beta = p \wedge \neg p \text{ entonces } \neg \beta = \neg (p \wedge \neg p)$$

Probamos que  $\neg \beta$  es tautología:

p	$\neg p$	$p \wedge \neg p$	$\neg (p \wedge \neg p)$
0	1	0	1
1	0	0	1

Probemos ahora que no es cierto que  $\alpha \models \beta$  con una tabla de verdad

$$\alpha = p \vee \neg p$$

$$\beta = p \wedge \neg p$$

Este vendría a ser mi conjunto  $\Gamma = \{\alpha\}$



Analizamos los casos  
en que  $v(\alpha) = 1$



p	$\neg p$	$p \vee \neg p$	$p \wedge \neg p$
0	1	1	0
1	0	1	0



Esta es mi proposición  $\beta$

Aquí se ve claramente que cuando  $v(\alpha) = 1$ , ocurre que  $v(\beta) = 0$ , por lo tanto queda probado que la consecuencia lógica NO se cumple para estos ejemplos dados.

# Conclusión:

analizando los casos de consecuencia lógica  $\alpha \models \beta$

