Se proponen soluciones de ejemplo para algunos ejercicios del práctico. Las soluciones presentadas no son las únicas posibles. Pueden existir otras soluciones igualmente correctas.

Ejercicio 1

Sea Z el conjunto de los números **enteros**. Se define la relación R = { (x,y) ∈ ZxZ / x + y ≥ 0 }

a) ¿Cuántos elementos tiene R? Escriba cinco elementos pertenecientes a la relación.

Solución:

R tiene infinitos elementos. Algunos elementos posibles son: (1,0), (-5,8), (20,20), (2,-1), (0,7).

b) Indique si R cumple o no cada una de las siguientes propiedades, justificando su respuesta en cada caso (mediante una demostración o un presentando un contraejemplo concreto, según corresponda): reflexiva, irreflexiva, simétrica, asimétrica, antisimétrica, transitiva.

Solución:

Reflexiva: NO. Contraejemplo: Al menos existe un elemento de Z cuyo lazo no pertenece a R, por ejemplo el par (-1,-1), ya que (-1) + (-1) = -2, y -2 no es ≥ 0.

Irreflexiva: NO. Contraejemplo: Existe en R al menos un lazo, que es por ejemplo el par (20,20), ya que 20 + 20 ≥ 0.

Simétrica: SI. Por la propiedad conmutativa de la suma en enteros, x + y = y + x, por lo tanto si (x,y) ∈ R, se cumple x + y ≥ 0, entonces y + x ≥ 0, por lo tanto también (y,x) ∈ R.

Asimétrica: NO. Contraejemplo: Existe al menos un par inverso. (2,1) ∈ R ya que 2 + 1 ≥ 0 y también (1,2) ∈ R ya que 1 + 2 ≥ 0.

Antisimétrica: NO. Contraejemplo: Existe al menos un par inverso que no es un lazo. (2,1) ∈ R ya que 2 + 1 ≥ 0 y también (1,2) ∈ R ya que 1 + 2 ≥ 0.

Transitiva: NO. Contraejemplo: Los pares (-2,3) y (3,-3) ∈ R, ya que (-2) + 3 ≥ 0 y 3 + (-3) ≥ 0, sin embargo el par (-2,-3) no ∈ R ya que (-2) + (-3) = -5, que no cumple ≥ 0. Por lo tanto existe al menos una pareja de pares (x,y) e (y,z) de R tales que (x,z) ∉ R, por lo que no es transitiva.

c) ¿Es R una relación de equivalencia? ¿Es R una relación de orden parcial amplio? Justifique.

Solución:

R NO es de equivalencia al no ser ni reflexiva ni transitiva.
R NO es de orden parcial amplio al no ser ni reflexiva ni transitiva ni antisimétrica.

Ejercicio 2

Sea Id_N = { (x,y) ∈ NxN / x = y } la relación de identidad entre números naturales.

a) Demuestre que Id_N es una relación de equivalencia.

Solución:

Debemos demostrar que Id_N es 1) reflexiva, 2) simétrica y 3) transitiva.

1) Dado x ∈ N, se cumple que x = x, por tanto (x,x) ∈ R ⇒ R es reflexiva.
2) Dado (x,y) ∈ R, se cumple que x = y, por tanto (y,x) ∈ R ⇒ R es simétrica.
3) Dados (x,y) ∈ R e (y,z) ∈ R, se cumple que x = y e y = z, por tanto (x,z) ∈ R ⇒ R es transitiva.

b) Demuestre que Id_N es una relación de orden parcial amplio.

Solución:

Debemos demostrar que Id_N es 1) reflexiva, 2) antisimétrica y 3) transitiva. Probamos solamente la antisimétrica. La reflexiva y la transitiva fueron probadas en la parte anterior.

2) Dados $(x,y) \in R$ e $(y,x) \in R$, se cumple que $x = y$ e $y = x$, por tanto (x,y) necesariamente es un lazo $\Rightarrow$ R es antisimétrica.

Ejercicio 3

Dadas las siguientes relaciones:

$F = \{ (x,y) \in N \times N \ / \ x \leq y \}$ $\quad$ $G = \{ (x,y) \in N \times N \ / \ y = 2x \}$ $\quad$ $H = \{ (x,y) \in N \times N \ / \ x - y = 0 \}$

a) Para cada una de ellas, indique si es o no una función, justificando su respuesta. En caso afirmativo, exprésela en notación prefija e indique su dominio y codominio.

Solución:

F **no** es una función porque existen elementos del dominio que tienen más de una imagen. Por ejemplo, $(0,0) \in F$ y $(0,1) \in F$.

G **es** una función. Para cada natural existe un único natural que es su doble. Expresamos la función en notación prefija: $G : N \to N \ / \ G(x) = 2x$.

G **es** una función. Para cada natural existe un único natural que al restárselo da resultado 0. Expresamos la función en notación prefija: $H : N \to N \ / \ H(x) = x$.

b) Para aquellas que **no** son funciones, indique si cumplen o no c/u de las siguientes propiedades, justificando apropiadamente en cada caso: reflexiva, irreflexiva, simétrica, asimétrica, antisimétrica, transitiva.

Solución:

F **es** reflexiva. Dado $x \in N$, se cumple que $x \leq x$, por tanto $(x,x) \in F \Rightarrow$ F es reflexiva.

F **no** es irreflexiva. Existe al menos un lazo en F. Por ejemplo, $(1,1) \in F$.

F **no** es simétrica. Existe al menos un par ordenado tal que su par inverso no está en F. Por ejemplo, $(1,2) \in F$, pero $(2,1) \notin F$.

F **no** es asimétrica. Existe al menos un par ordenado tal que su par inverso también está en F. Por ejemplo, $(1,1) \in F$, siendo su propio par inverso.

F **es** antisimétrica. Dados $(x,y) \in F$ e $(y,x) \in F$, se cumple que $x \leq y$ e $y \leq x$, por tanto $x = y$ de donde (x,y) necesariamente es un lazo $\Rightarrow$ F es antisimétrica.

F **es** transitiva. Dados $(x,y) \in F$ e $(y,z) \in F$, se cumple que $x \leq y$ e $y \leq z$, por tanto $y = x + n$, $z = y + m$. De esto se deduce que $z = x + n + m$, $\Rightarrow x \leq z$ por lo que $(x,z) \in F \Rightarrow$ F es transitiva.

c) Para aquellas que **sí** son funciones, indique si cumplen o no c/u de las siguientes propiedades, justificando apropiadamente en cada caso: total, parcial, inyectiva, sobreyectiva, biyectiva.

Solución:

G **es** total. Dado $x \in N$, siempre se puede calcular el doble de x, por lo tanto cualquier elemento del dominio tiene imagen $\Rightarrow$ G es total.

G **no** es parcial, dado que es total.

G **es** inyectiva. Sean x, y $\in$ N tales que x $\neq$ y. Por absurdo supongamos que G(x) = G(y), es decir que 2x = 2y. Cancelando los 2 a ambos lados de la igualdad, se tiene que x = y, contradiciendo la hipótesis x $\neq$ y. Esto es absurdo $\Rightarrow$ G es inyectiva.

G **no** es sobreyectiva. Existe al menos un elemento del codominio que no tiene preimagen. Por ejemplo, 3 $\in$ N, pero no existe ningún natural x tal que 3 = 2x.

G **no** es biyectiva, dado que no es sobreyectiva.

H **es** total. Dado x $\in$ N, siempre se puede calcular H(x) = x, por lo tanto cualquier elemento del dominio tiene imagen $\Rightarrow$ H es total.

H **no** es parcial, dado que es total.

H **es** inyectiva. Sean x, y $\in$ N tales que x $\neq$ y. Se tiene entonces que x $\neq$ y $\Rightarrow$ H es inyectiva.

H **es** sobreyectiva. La preimagen de cualquier natural en H es el propio natural, por lo tanto todos los elementos del codominio tienen preimagen $\Rightarrow$ H es sobreyectiva.

H **es** biyectiva, dado que es inyectiva y sobreyectiva.

d) Para aquellas que son inyectivas, halle su función inversa, expresándola en notación prefija.

Solución:

Dado que G **:** N $\rightarrow$ N / G(x) = 2x, vemos que G multiplica por 2 a cada natural. Por lo tanto su inversa divide entre 2 a cada natural, tenemos entonces que G^{-1} **:** N $\rightarrow$ N / G^{-1} (y) = y / 2.

Dado que H **:** N $\rightarrow$ N / H(x) = x, vemos que H es la función identidad. Por lo tanto, su función inversa es ella misma, tenemos entonces que H^{-1} **:** N $\rightarrow$ N / H^{-1} (y) = y.

Ejercicio 4

Sea A un conjunto cualquiera y sean R $\subseteq$ AxA y S $\subseteq$ AxA dos relaciones sobre A. Demuestre c/u de los siguientes teoremas, planteando adecuadamente hipótesis y tesis en cada caso.

a) Si R es reflexiva y |A| = |R| entonces R es una relación de equivalencia.

Solución:

Hipótesis: R es reflexiva y |A| = |R| **Tesis**: R es una relación de equivalencia.

Demostración:

Dado que, por la primera hipótesis, R ya es reflexiva, debemos probar solamente que es simétrica y transitiva.

Dado que R es reflexiva, por cada x $\in$ A, se tiene que (x,x) $\in$ R. Es decir que, por cada elemento de A, hay un lazo en R.

Por la segunda hipótesis, se cumple que |A| = |R|, de lo que se desprende que los únicos elementos que hay en R son lazos.

Dado (x,y) $\in$ R, se cumple que x = y, por tanto (y,x) $\in$ R $\Rightarrow$ R es simétrica.

Dados (x,y) $\in$ R e (y,z) $\in$ R, se cumple que x = y e y = z, por tanto (x,z) $\in$ R $\Rightarrow$ R es transitiva.

b) Si R y S son relaciones reflexivas y simétricas, entonces $(R \cap S)$ también es una relación reflexiva y simétrica.

Solución:

Hipótesis: R y S son reflexivas y simétricas. **Tesis**: $(R \cap S)$ también es reflexiva y simétrica.

Demostración:

Probamos primero que $(R \cap S)$ es reflexiva.

Sea $x \in A$, por hipótesis se cumple que R es reflexiva, de donde $(x,x) \in R$. También se cumple que S es reflexiva, de donde $(x,x) \in S$. Tenemos entonces que (x,x) está tanto en R como en S, de donde $(x,x) \in (R \cap S) \Rightarrow (R \cap S)$ es reflexiva.

Probamos ahora que $(R \cap S)$ es simétrica.

Sea $(x,y) \in (R \cap S)$, de lo que se desprende que $(x,y) \in R$ y $(x,y) \in S$. Por hipótesis se cumple que R y S son simétricas, de donde $(y,x) \in R$ e $(y,x) \in S$. Tenemos entonces que (y,x) está tanto en R como en S, de donde $(y,x) \in (R \cap S) \Rightarrow (R \cap S)$ es simétrica.

c) Si R y S son tales que $R \cap S = Id_A$ entonces $(R \oplus S)$ no es una relación de equivalencia.

Hipótesis: R y S son tales que $R \cap S = Id_A$ **Tesis**: $(R \oplus S)$ no es de equivalencia.

Demostración:

Por definición de diferencia simétrica, se cumple que $(R \oplus S) = (R \cup S) - (R \cap S)$. Por hipótesis, tenemos que $R \cap S = Id_A$, de donde $(R \oplus S) = (R \cup S) - Id_A$. Por lo tanto, a la relación $(R \oplus S)$ le faltan todos los lazos, y por lo tanto **no** es reflexiva. Al no ser reflexiva, concluimos que no es una relación de equivalencia.

Ejercicio 5

Sean F y G dos funciones **cualesquiera**. Indique si c/u de las siguientes afirmaciones es correcta o no. En caso afirmativo, demuéstrela. En caso negativo, dé un contraejemplo concreto y justifique.

a) $F \cup G$ es una función. Afirmación **INCORRECTA**

Solución:

Hipótesis: F y G dos funciones **cualesquiera**. **Tesis**: $F \cup G$ es una función.

Contraejemplo:

Sean $F = \{ (x,y) \in NxN \,/\, y = 2x\}$ y $G = \{ (x,y) \in NxN \,/\, y = 3x\}$

Ambas son funciones, ya que en cada una de ellas cada elemento del dominio se relaciona con uno del codominio (cada natural tiene un único doble en el caso de F y un único triple en el caso de G).

Por definición de unión de conjuntos, $F \cup G = \{(x,y) \in NxN \,/\, (y = 2x) \text{ o } (y = 3x) \}$. Por ejemplo, los pares ordenados (1,2) y (1,3) pertenecen ambos a $F \cup G$, lo que muestra que un mismo elemento del dominio (el natural 1) se relaciona con dos elementos diferentes del codominio (el 2 y el 3), lo que contradice la definición de función. Por esto, $F \cup G$ **no** es una función.

b) $F \cap G$ es una función. Afirmación **CORRECTA**

Solución:

Hipótesis: F y G dos funciones **cualesquiera**. **Tesis**: $F \cap G$ es una función.

Demostración:

Por absurdo, supongamos que $F \cap G$ **no** es función. Entonces, no se cumple la definición de función, lo que implica que existen dos pares ordenados $(x,y) \in F \cap G$ y $(x,z) \in F \cap G$ con $y \neq z$. Por definición de intersección de conjuntos, tenemos que $(x,y) \in F$ y $(x,z) \in F$. Esto implica entonces que F no cumple la definición de función, contradiciendo la hipótesis que afirma que F sí es una función (**absurdo**). Por lo tanto, $F \cap G$ **es** una función.

c) $F - G$ es una función. Afirmación **CORRECTA**

Solución:

Hipótesis: F y G dos funciones **cualesquiera**. **Tesis**: $F - G$ es una función.

Demostración:

Por absurdo, supongamos que $F - G$ **no** es función. Entonces, no se cumple la definición de función, lo que implica que existen dos pares ordenados $(x,y) \in F - G$ y $(x,z) \in F - G$ con $y \neq z$. Por definición de diferencia de conjuntos, tenemos que $(x,y) \in F$ y $(x,z) \in F$. Esto implica entonces que F no cumple la definición de función, contradiciendo la hipótesis que afirma que F sí es una función (**absurdo**). Por lo tanto, $F - G$ **es** una función.

Ejercicio 6

Dadas las siguientes funciones:

$f_1 : A \to A$ siendo $A = \{a, b, c, d\}$, tal que: $f_1(a) = b$, $f_1(b) = c$, $f_1(c) = d$, $f_1(d) = c$.

$f_2 : A \to B$ siendo $B = \{0, 2, 4\}$, tal que: $f_2 = \{ (a, 0), (b, 0), (c, 2) \}$

$f_3 : Z \to Z$ tal que: $f_3(x) = 2x + 4$.

$f_4 : Z \to Z$ tal que: $f_4(x) = x^2$.

$f_5 : P(C) \to N$, siendo $C = \{1, 2, 3\}$ tal que $f_5(x) = \text{cardinal}(x)$.

$f_6 : P(C) \times P(C) \to P(C)$, siendo $C = \{1, 2, 3\}$ tal que $f_6(x,y) = x \cup y$.

a) Para cada una de ellas, determine dominio, codominio, preimagen e imagen.

Solución:

Dominio $(f_1) = A$
Preimagen $(f_1) = A$
Codominio $(f_1) = A$
Imagen $(f_1) = \{b, c, d\}$

Dominio $(f_2) = A$
Preimagen $(f_2) = \{a, b, c\}$
Codominio $(f_2) = B$
Imagen $(f_2) = \{0, 2\}$

Dominio $(f_3) = Z$
Preimagen $(f_3) = Z$
Codominio $(f_3) = Z$
Imagen $(f_3) = \{ x \in Z / x \bmod 2 = 0 \}$

Dominio $(f_4) = Z$
Preimagen $(f_4) = Z$
Codominio $(f_4) = Z$
Imagen $(f_4) = \{ x \in N \ / \ \sqrt{x} \text{ es entero} \}$

Dominio $(f_5) = P(C)$
Preimagen $(f_5) = P(C)$
Codominio $(f_5) = N$
Imagen $(f_5) = \{ 0, 1, 2, 3 \}$

Dominio $(f_6) = P(C) \times P(C)$
Preimagen $(f_6) = P(C) \times P(C)$
Codominio $(f_6) = P(C)$
Imagen $(f_6) = P(C)$

b) Exprésalas en forma de conjunto definido por extensión cuando sea posible. Determine si son totales, parciales, inyectivas, sobreyectivas, biyectivas. Justifique todas sus respuestas.

Solución:

$f_1 = \{ (a,b), (b,c), (c,d), (d,c) \}$

$f_2 = \{ (a,0), (b,0), (c,2) \}$

f_3 y f_4 no se pueden expresar por extensión porque poseen infinitos elementos.

$f_5 = \{ (\emptyset,0), (\{1\},1), (\{2\},1), (\{3\},1), (\{1,2\},2), (\{1,3\},2), (\{2,3\},2), (\{1,2,3\},3) \}$

$f_6 = \{ (\emptyset,\emptyset,\emptyset), (\emptyset,\{1\},\{1\}), (\emptyset,\{1,2\},\{1,2\}), (\emptyset,\{1,2,3\},\{1,2,3\}), (\{1\},\emptyset,\{1\}), \text{etc}\ldots \}$

Propiedades de f_1:

f_1 **es** total porque Dominio (f_1) = Preimagen (f_1) = A.

f_1 **no** es parcial, dado que es total.

f_1 **no** es inyectiva, dado que hay elementos distintos con igual imagen: $f_1(c) = f_1(d) = c$.

f_1 **no** es sobreyectiva, dado que hay un valor del codominio sin preimagen: $a \notin$ Imagen (f_1).

f_1 **no** es biyectiva, dado que no es inyectiva ni sobreyectiva.

Propiedades de f_2:

f_2 **no** es total, dado que $d \notin$ Preimagen (f_2).

f_2 **es** parcial, dado que no es total.

f_2 **no** es inyectiva, dado que hay elementos distintos con igual imagen: $f_2(a) = f_2(b) = 0$.

f_2 **no** es sobreyectiva, dado que hay un valor del codominio sin preimagen: $4 \notin$ Imagen (f_2).

f_2 **no** es biyectiva, dado que no es inyectiva ni sobreyectiva.

Propiedades de f_3:

f_3 **es** total porque Dominio (f_3) = Preimagen (f_3) = Z.

f_3 **no** es parcial, dado que es total.

f_3 **es** inyectiva, dado que si $x \neq y \Rightarrow 2x \neq 2y$ y por tanto $2x + 4 \neq 2y + 4$.

f_3 **no** es sobreyectiva, dado que un hay valor del codominio sin preimagen:$1 \notin$ Imagen (f_3).

f_3 **no** es biyectiva, dado que no es sobreyectiva.

Propiedades de f_4:

f_4 **es** total porque Dominio (f_4) = Preimagen (f_4) = Z.

f_4 **no** es parcial, dado que es total.

f_4 **no** es inyectiva, dado que hay elementos distintos con igual imagen: $(-5)^2 = 5^2$.

f_4 **no** es sobreyectiva, dado que hay un valor del codominio sin preimagen: $5 \notin$ Imagen (f_4) pues su raíz cuadrada no es natural.

f_4 **no** es biyectiva, dado que no es inyectiva ni sobreyectiva.

Propiedades de f_5:

f_5 **es** total porque Dominio (f_5) = Preimagen (f_5) = P(C).

f_5 **no** es parcial, dado que es total.

f_5 **no** es inyectiva, dado que hay elementos distintos con igual imagen: $f_5(\{1,2\}) = f_5(\{1,3\}) = 2$.

f_5 **no** es sobreyectiva, dado que hay un valor del codominio sin preimagen: $5 \notin$ Imagen (f_5) pues ningún conjunto de P(C) tiene más de 3 valores.

f_5 **no** es biyectiva, dado que no es inyectiva ni sobreyectiva.

Propiedades de f_6:

f_6 **es** total porque Dominio (f_6) = Preimagen (f_6) = P(C) x P(C).

f_6 **no** es parcial, dado que es total.

f_6 **no** es inyectiva, dado que hay elementos distintos con igual imagen: f_6 ({1,2}, {3}) = f_6 ({1}, {2,3}) = {1,2,3}.

f_6 **es** sobreyectiva, dado que Codominio (f_6) = Imagen (f_6) = P(C).

f_6 **no** es biyectiva, dado que no es inyectiva.

c) Para las que la función inversa esté definida, calcúlela. Exprésela en forma de conjunto definido por extensión en aquellos casos en los que sea posible. En los que no sea posible, hágalo tanto en notación prefija como en forma de conjunto definido por comprensión.

Solución:

La única función que tiene inversa es f_3 porque es la única que es inyectiva.

Dado que $f_3 : Z \rightarrow Z \ / \ f_3 (x) = 2x + 4$, se despeja que $x = (f_3 (x) – 4) / 2$. Por lo tanto su inversa se define como $f_3^{-1} : N \rightarrow N \ / \ f_3^{-1} (y) = (y – 4) / 2$.

En forma de conjunto por comprensión queda: $f_3^{-1} = \{ (y,x) \in ZxZ \ / \ x = (y – 4) / 2 \}$

d) Calcule: ($f_2 \circ f_1$), ($f_4 \circ f_3$), ($f_3 \circ f_4$), ($f_5 \circ f_6$). Exprese la función compuesta en forma de conjunto definido por extensión en aquellos casos en los que sea posible. En los que no sea posible, hágalo tanto en notación prefija como en forma de conjunto definido por comprensión.

Solución:

$(f_2 \circ f_1) = \{ (a,0), (b,2), (d,2) \}$

($f_4 \circ f_3$) posee infinitos elementos, por lo tanto la expresamos en notación prefija.
$(f_4 \circ f_3) (x) = (f_4 (f_3 (x))) = (f_4 (2x + 4)) = (2x + 4)^2 = 4x^2 + 16x + 16$.
En forma de conjunto por comprensión queda: $(f_4 \circ f_3) = \{ (x,y) \in ZxZ \ / \ y = 4x^2 + 16x + 16 \}$

($f_3 \circ f_4$) posee infinitos elementos, por lo tanto la expresamos en notación prefija.
$(f_3 \circ f_4) (x) = (f_3 (f_4 (x))) = (f_3 (x^2)) = 2x^2 + 4$.
En forma de conjunto por comprensión queda: $(f_3 \circ f_4) = \{ (x,y) \in ZxZ \ / \ y = 2x^2 + 4 \}$

$(f_5 \circ f_6) = \{ (\emptyset,\emptyset,0), (\emptyset,\{1\},1), (\emptyset,\{1,2\},2), (\emptyset,\{1,2,3\},3)$, etc… $\}$

Ejercicio 7

Sean A, B, C tres conjuntos cualesquiera.

Sean $f : A \rightarrow B$ y $g : B \rightarrow C$ dos funciones totales e inyectivas.

a) Indique dominio y codominio de la función ($g \circ f$).

Solución:

$(g \circ f) : A \rightarrow C$, por lo que Dominio ($g \circ f$) = A, Codominio ($g \circ f$) = C.

b) Demuestre que $(g \circ f)$ también es una función total.

Solución:

Hipótesis: f y g son funciones totales. **Tesis**: $(g \circ f)$ también es una función total.

Demostración:

Debemos probar que dado $x \in A$, siempre es posible calcular $(g \circ f)(x)$. Por hipótesis, sabemos que f es total, entonces se puede calcular $f(x)$. También sabemos que g es total, por lo que se puede calcular $g(f(x))$, lo que es justamente $(g \circ f)(x)$.

c) Demuestre que $(g \circ f)$ también es una función inyectiva.

Solución:

Hipótesis: f y g son funciones inyectivas. **Tesis**: $(g \circ f)$ también es una función inyectiva.

Demostración:

Debemos probar que dados $x, y \in A$ tales que $x \neq y$, se cumple que $(g \circ f)(x) \neq (g \circ f)(y)$. Por hipótesis, sabemos que f es inyectiva, entonces se cumple que $f(x) \neq f(y)$. También sabemos que g es inyectiva, por lo que se cumple que $g(f(x)) \neq g(f(y))$, lo que es justamente $(g \circ f)(x) \neq (g \circ f)(y)$.

d) Considerando que A, B y C son el conjunto de los números naturales, proponga dos ejemplos de funciones f y g **diferentes** que sean totales e inyectivas, expresándolas tanto en notación prefija como en forma de conjunto definido por comprensión. Demuestre que efectivamente son totales e inyectivas y luego calcule $(g \circ f)$, expresándola tanto en notación prefija como en forma de conjunto definido por comprensión.

Solución:

Existen múltiples funciones posibles, proponemos las siguientes:

$f : N \to N$ tal que: $f(x) = 2x$ $g : N \to N$ tal que: $g(x) = 3x$

$f = \{ (x,y) \in N \times N \ / \ y = 2x \}$ $g = \{ (x,y) \in N \times N \ / \ y = 3x \}$

f **es** total porque dado un natural cualquiera, siempre es posible calcular su doble. Por lo tanto, Dominio (f) = Preimagen (f) = N.

g **es** total porque dado un natural cualquiera, siempre es posible calcular su triple. Por lo tanto, Dominio (g) = Preimagen (g) = N.

f **es** inyectiva, dado que si $x \neq y \Rightarrow 2x \neq 2y$ y por tanto $f(x) \neq f(y)$

g **es** inyectiva, dado que si $x \neq y \Rightarrow 3x \neq 3y$ y por tanto $g(x) \neq g(y)$

$(g \circ f) = g(f(x)) = g(2x) = 3(2x) = 6x \Rightarrow (g \circ f) : N \to N$ es tal que: $(g \circ f)(x) = 6x$

En forma de conjunto por comprensión queda: $(g \circ f) = \{ (x,y) \in N \times N \ / \ y = 6x \}$