TALLER DE NUMÉRICO

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

Leidy Yoana Medina Torres

12 de mayo de 2025

PAUTAS DE ENTREGA

Se debe entregar documento **ipynb** más los módulos; en este documento debe encontrarse:

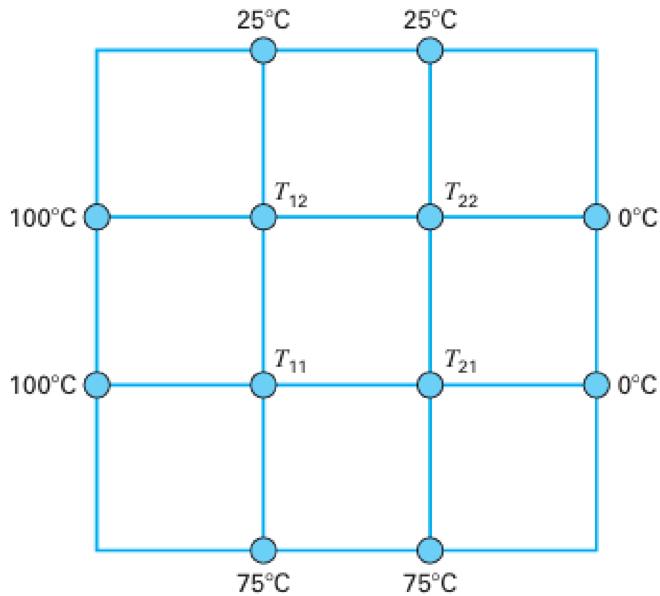
1. Nombre del Trabajo
2. Nombre de los integrantes del equipo de trabajo
3. Cada ejercicio, debe contener su documentación, desarrollo o desglose del problema, solución, graficas y las justificaciones de cada uno. Debe encontrarse en su respectivo orden:
   a) **Solución Ejercicio 1**
   b) **Solución Ejercicio 2**
4. Realice varios módulos que se llamen:
   a) sel(Sistemas de ecuaciones lineales)
   b) interpolacion
5. Cada cabeza es un mundo luego cada trabajo debe ser diferente, siendo el mismo trabajo solicitado.
6. La entrega de esta tarea debe ser por la U-virtual

1. Ejercicios

1. La distribución de temperatura de estado estable en una placa caliente está modeladas por la ecuación de Laplace

$$0 = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{1}$$

Si se representa la placa por una serie de nodos, las diferencias finitas divididas se pueden sustituir por las segundas derivadas, lo que da como resultado un sistema de ecuaciones algebraicas lineales.



a) Utilice el método de Gauss-Seidel matrices para resolver cuáles son las temperaturas de los nodos que se aprecian en la figura.

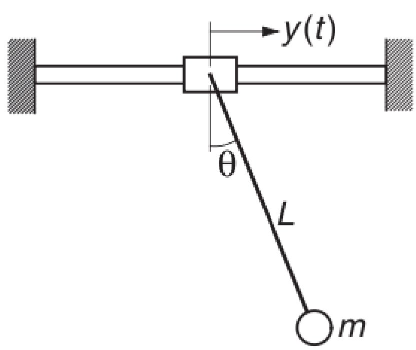
b) Utilice el método de Gauss-Seidel sumas para resolver cuáles son las temperaturas de los nodos que se aprecian en la figura.

c) Utilice el método de Jacobi sumas para resolver cuáles son las temperaturas de los nodos que se aprecian en la figura.

d) Utilice el método de Jacobi matrices para resolver cuáles son las temperaturas de los nodos que se aprecian en la figura.

e) Calcule el tiempo de cómputo de cada sistema y grafique los errores(es decir x_{gs} con x_{gm} y x_{js} con x_{jm}) y saque conclusiones

2. Un péndulo cuelga de un soporte que se desliza como se ilustra en la figura. Inicialmente, en el



tiempo $t = 0$, se aplica un movimiento oscilatorio $y(t) = Y \operatorname{sen} \omega t$ sobre el soporte. La ecuación diferencial que describe el movimiento del péndulo es

$$\theta'' = -\frac{g}{L} \operatorname{sen} \theta + \frac{\omega^2}{L} Y \cos \theta \operatorname{sen} \omega t.$$

Grafique θ vs. t desde $t = 0$ hasta $t = 10$ s y determine el valor más grande de θ durante este período. Utilice $g = 9.80665\ m/s^2$, $L = 1.0m$, $Y = 0.25m$ y $\omega = 2.5\ rad/s$.

3. **Dinámica de Burbuja-Litotricia**: La litotricia es una técnica utilizada para destruir los cálculos que se forman en el riñón, la vejiga, los uréteres o la vesícula biliar. Hay varias formas de hacerla, aunque la más común es la litotricia extracorpórea (por fuera del cuerpo) por ondas de choque. Las ondas de choque se concentran en los cálculos y los rompen en fragmentos diminutos que luego salen del cuerpo en forma natural durante la micción. Los pulsos litotricios inducen cavitación, y las oscilaciones en los radios de las burbujas resultantes juegan un papel importante en la fragmentación de los cálculos. Howle, Schaeffer, Shearer, y Zhong ("Lithotripsy: The Treatment of Kidney Stone with Shock Waves", SIAM Review, pp. 356-371, 1998) investigaron las vibraciones libres de esas cavitaciones que inducen burbujas de aire. El modelo que ellos consideran es una problema de valor inicial de segundo orden

$$RR'' + \frac{3}{2}(R')^2 = a^2\left[\left(\frac{R_o}{R}\right)^{3\gamma} - 1\right] \quad R(0) = AR_o \quad R'(0) = 0$$

donde los puntos denotan diferenciación con respecto al tiempo. R es la variación del radio de la burbuja de aire en el tiempo, $R_o = 3 \times 10^{-6}m$ es el radio de equilibrio de la burbuja, $\gamma = 1.4$ es el exponente adiabático, y $a = 10m/s$

a) Convierta el problema de valores iniciales en un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden.

b) Solucione numéricamente el sistema de ecuaciones usando el método de Euler con $A = 2.5$ y $R_0 = 1$

c) Solucione numéricamente el sistema de ecuaciones usando el método de Rk4 con $A = 2.5$ y $R_0 = 1$

d) Grafique $R(t)$ vs t, $R'(t)$ vs t, $R(t)$ vs $R'(t)$

e) ¿Cómo es la dinámica de la burbuja? , ¿cómo varía el radio de la burbuja de aire con respecto al tiempo?, ¿cuál es el periodo (en segundos) de las oscilaciones del radio?

4. Un biólogo midió la longitud de un esturión por un periodo de 21 años. La tabla muestra el conjunto de datos resultantes donde la longitud L se encuentra en cm y el tiempo en años.

a) Usé interpolación polinomial simple para determinar la longitud de un esturión en un tiempo de 20.5 años.

b) Use aproximación a un solo término y construya un modelo no lineal para predecir la longitud de un esturión en un tiempo de 20.5 años.

años	Longitud(cm)	años	Longitud(cm)
0	21.1	11	107.6
1	32.0	12	127.7
2	42.3	13	117.7
3	51.4	14	122.2
4	60.1	15	126.5
5	68.0	16	130.9
6	75.3	17	135.3
7	75.3	17	135.3
8	89.0	19	145.0
9	95.3	20	148.6
10	101.6	21	152.0