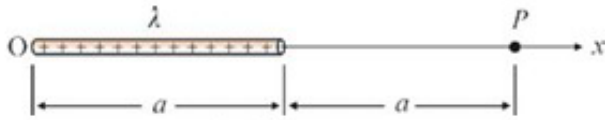


Luis Pablo Guez Sepulveda - 1000884447

Solucion Punto 14-19

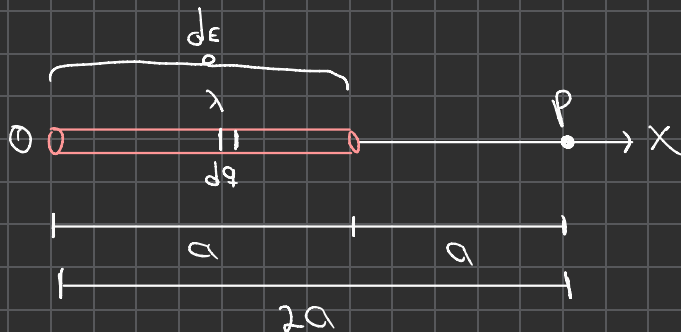


Problem 14.19

14.19 The figure shows a finite line of charge with length a and uniform linear charge density λ . Use integration to calculate the electric field at point P located along the extension of the wire at distance a .
[A: $E = k\lambda/2a$.]

Análisis del problema

- Tenemos una carga finita de longitud a
- Tiene una carga distribuida uniforme con densidad lineal λ .
- Queremos encontrar el campo eléctrico \vec{E} en un punto P que se encuentre sobre el eje, a una distancia a del extremo derecho del hilo.



Tomamos una pequeña parte del alambre para así poder integrar

Sabemos que

$$\lambda = \frac{Q}{L}$$

esto quiere decir que

$$\lambda = \frac{dq}{dx}$$

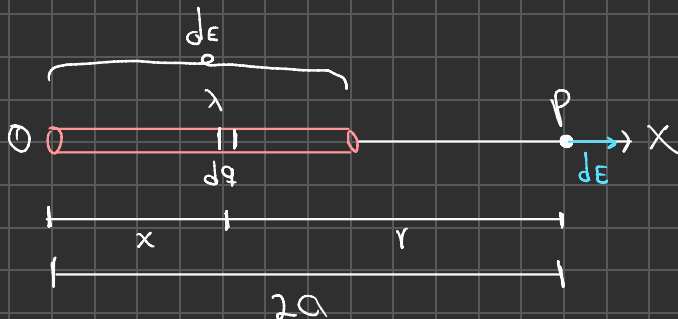
donde dq es la carga del pequeño trozo que tomamos y dx sería la longitud de esa diferencial de carga

despejando obtenemos

$$dq = \lambda dx$$

Ahora debemos saber cuánto campo eléctrico produce esa dq en el punto P.

Para esto analizamos a qué distancia se encuentra esta dq del punto P



Esto quiere decir que

$$r = 2a - x$$

Sabemos que el campo eléctrico generado por una carga puntual dq en un punto a una distancia r es

$$dE = k_0 \frac{dq}{r^2}$$

Si sustituimos lo que ya tenemos

$$dE = k_0 \frac{\lambda dx}{(2a-x)^2}$$

Ahora sumamos (Integramos) todos los pequeños campos dE desde el inicio hasta el final de la carga

$$E = \int k_0 \frac{\lambda dx}{(2a-x)^2}$$

Podemos sacar las constantes fuera de la integral

$$E = k_0 \lambda \int \frac{1}{(2a-x)^2} dx \rightarrow \textcircled{1}$$

Importante: Para conocer los límites de integración analizamos la gráfica como nuestra carga está sobre el eje x y va desde $x=0$ hasta $x=a$

Ahora resolvamos la integral

$$\int_0^a \frac{1}{(2a-x)^2} dx$$

$$u = 2a - x$$

$$du = -dx$$

Importante: Aquí podemos actualizar los límites de integración ya que cuando $x=0 \rightarrow u=2a$ y cuando $x=a \rightarrow u=a$ y para eliminar el signo (-) de la integral debemos intercambiar los límites de integración

$$\int_a^{2a} \frac{1}{u^2} du$$

$$= \int_a^{2a} u^{-2} du$$

$$= \frac{u^{-1}}{-1}$$

$$= -\frac{1}{u} \Big|_a^{2a}$$

$$= -\frac{1}{2a} - \left(-\frac{1}{a} \right)$$

$$= \frac{1}{2a}$$

Con la integral ya resuelta reescribimos en ① y nos queda que

$$E = k\alpha\lambda \cdot \frac{1}{2a}$$

y esta sería la respuesta a la cual tenemos que llegar

Respuesta

$$E = \frac{k\alpha\lambda}{2a}$$