



COMPUTACIÓN AVANZADA

Práctica 3: Condiciones de Neumann.
Distribución de temperaturas sobre una placa.



13 DE MAYO DE 2023

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

Pablo Gradolph Oliva

En esta práctica se pide hacer un programa que resuelva la distribución de temperaturas en una placa de 5 cm de alto y 9 cm de ancho, con un espesor $d = 0.5$ cm, suponiendo que en toda la superficie de la placa se pierde calor a un ritmo $Q = 0.6$ cal/(s cm³). La ecuación que describe el sistema es:

$$\nabla^2 u = \frac{Q}{k * d}$$

Donde k es la conductividad térmica, $k = 0.16$ cal/(s cm °C). Las condiciones de frontera son:

- Los dos bordes laterales se mantienen a 20°.
- En el borde superior se pierde calor a un ritmo constante:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = -15^\circ\text{C}/\text{cm}$$

- En el borde inferior se pierde o gana calor según:

$$k \frac{\partial u}{\partial y} = H(u - u_r)$$

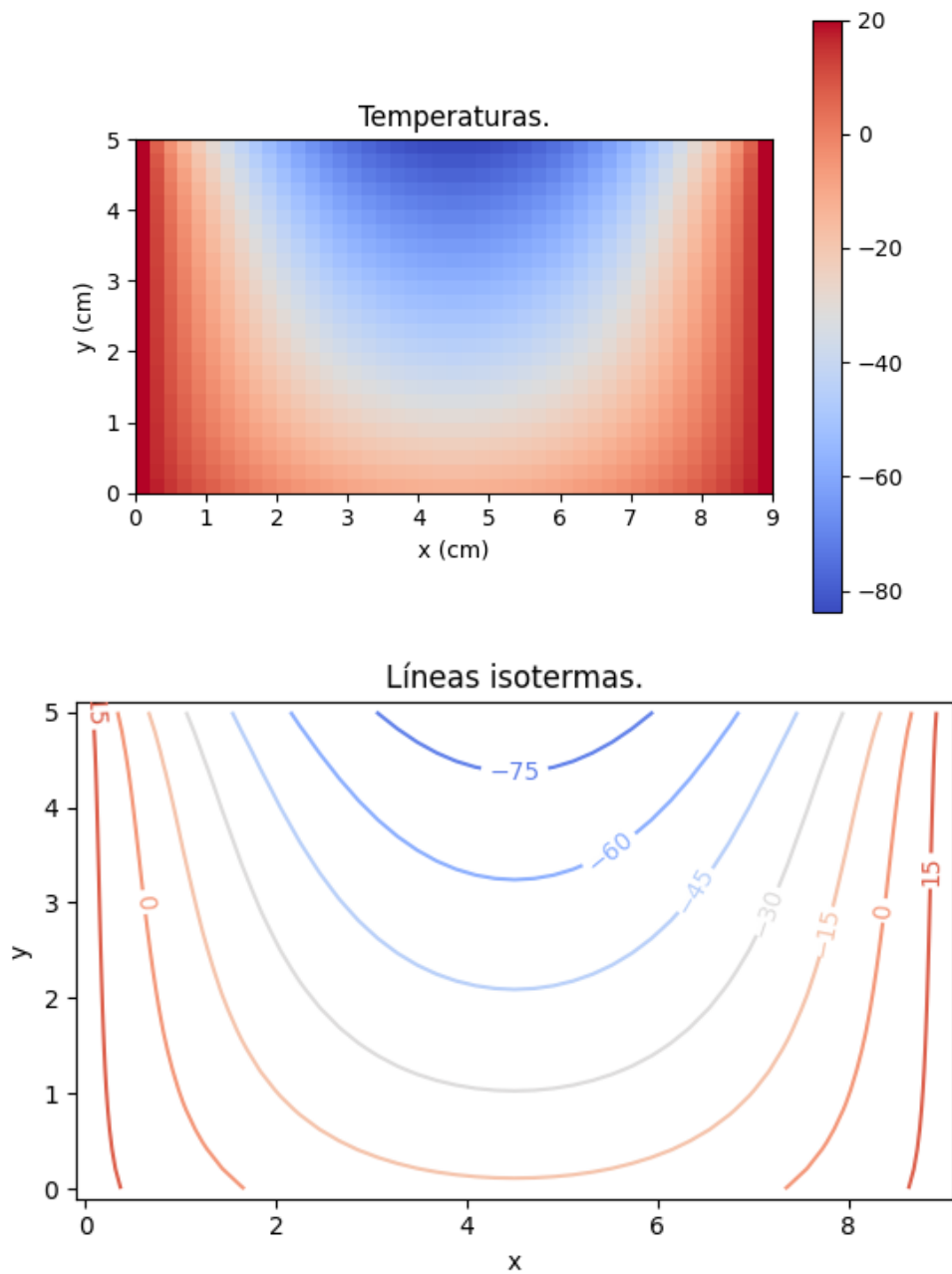
Donde H es el coeficiente de transferencia de calor, $H = 0.073$ cal/(s cm²) y u_r es la temperatura ambiente, que tomamos como $u_r = 25^\circ\text{C}$.

Dado que hay condiciones de contorno que vienen dadas en función de las derivadas, a este tipo de condiciones se las conoce como condiciones de Neumann y el problema ha sido resuelto según la teoría por medio de diferencias finitas y en función de este tipo de condiciones.

RESULTADOS OBTENIDOS

Para la obtención de los resultados se ha discretizado la placa de 4 maneras distintas. Los resultados se muestran para una tolerancia de 0.01. En cada una de las siguientes páginas se muestra una discretización distinta con sus resultados obtenidos correspondientes.

Esta es la discretización más pequeña, en número de puntos, con la que se ha trabajado y, por tanto, la menos precisa. Los resultados obtenidos son:



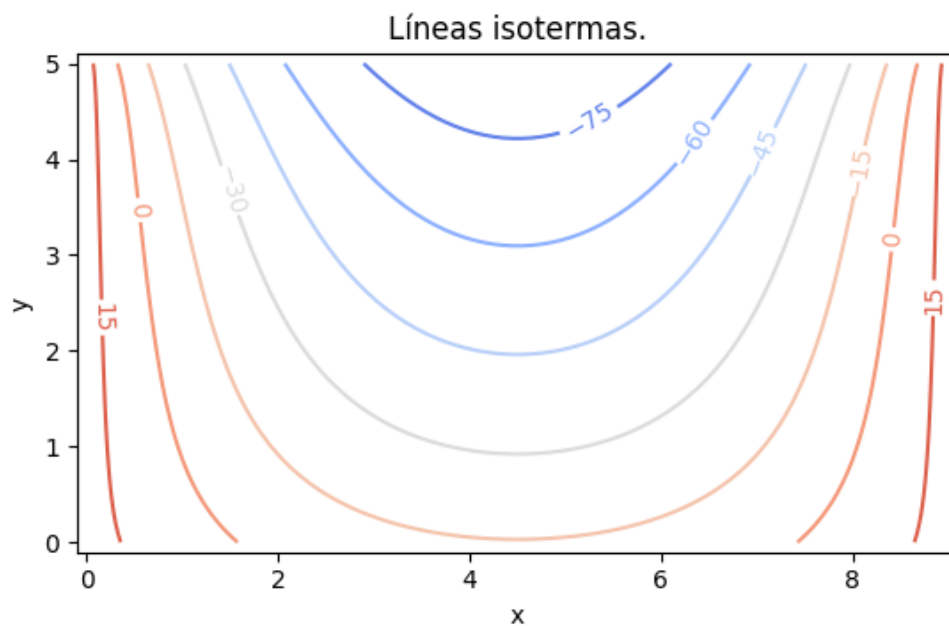
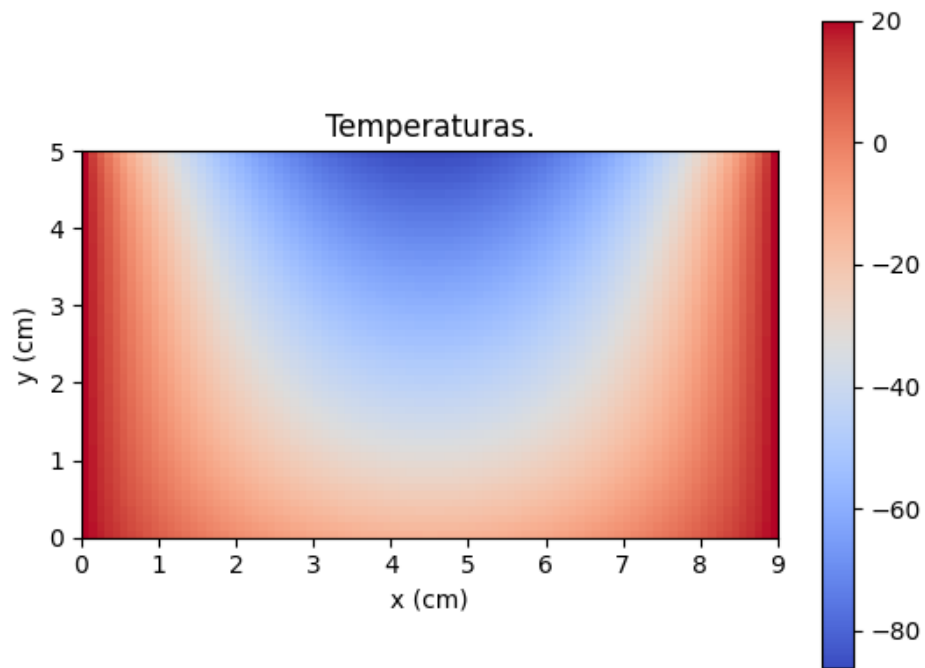
Convergencia:

- Número de iteraciones: 1704
- Tiempo de ejecución (s): 3.35702

Resultados numéricos:

- Temperatura en el centro de la placa: $-51.49686^{\circ}\text{C}$
- Temperatura en el centro superior de la placa: $-84.64160^{\circ}\text{C}$
- Temperatura en el centro inferior de la placa: $-15.21007^{\circ}\text{C}$

Esta es la discretización que se pide explícitamente en la práctica. Los resultados obtenidos son:



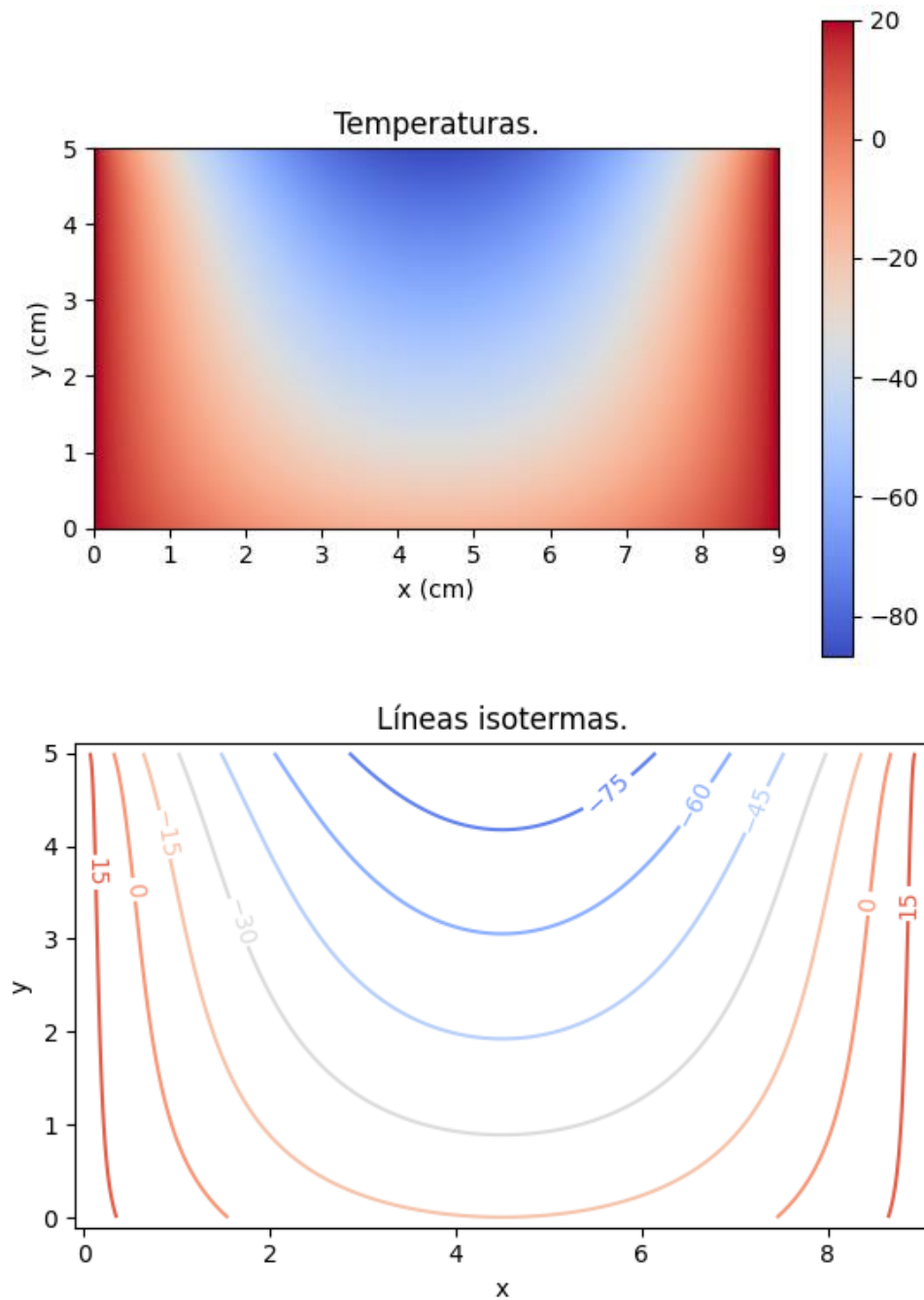
Convergencia:

- Número de iteraciones: 6144
- Tiempo de ejecución (s): 48.07996

Resultados numéricos:

- Temperatura en el centro de la placa: -52.73855°C
- Temperatura en el centro superior de la placa: -86.54435°C
- Temperatura en el centro inferior de la placa: -15.55207°C

Para esta discretización los resultados obtenidos son:



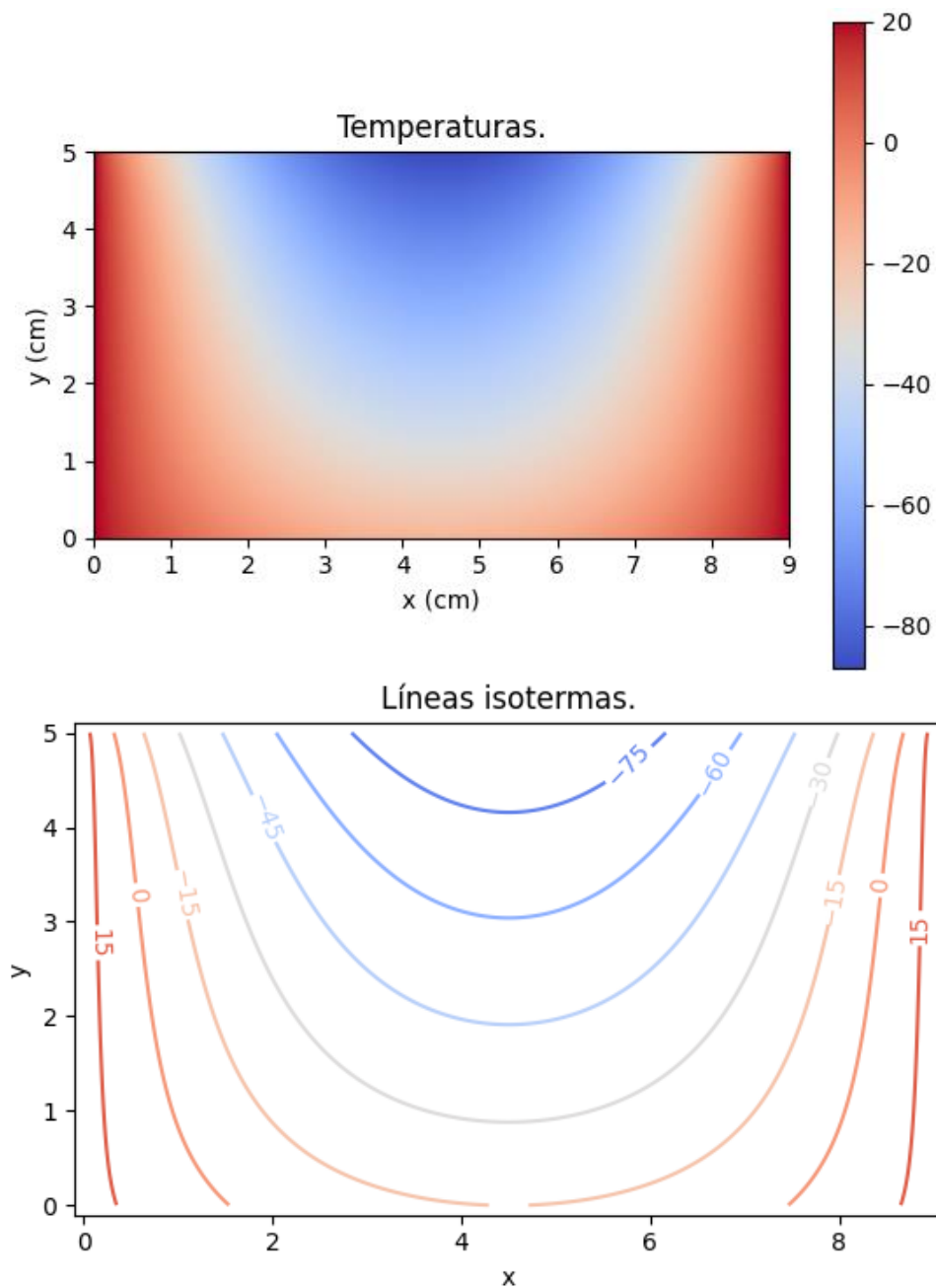
Convergencia:

- Número de iteraciones: 12858
- Tiempo de ejecución (s): 252.95381

Resultados numéricos:

- Temperatura en el centro de la placa: $-53.07923^{\circ}\text{C}$
- Temperatura en el centro superior de la placa: $-87.09050^{\circ}\text{C}$
- Temperatura en el centro inferior de la placa: $-15.62815^{\circ}\text{C}$

Esta es la mayor discretización más grande, en número de puntos, con la que se ha trabajado. Esto requiere un mayor tiempo de ejecución. Los resultados obtenidos son:



Convergencia:

- Número de iteraciones: 21598
- Tiempo de ejecución (s): 664.25755

Resultados numéricos:

- Temperatura en el centro de la placa: $-53.17711^{\circ}\text{C}$
- Temperatura en el centro superior de la placa: $-87.27788^{\circ}\text{C}$
- Temperatura en el centro inferior de la placa: $-15.62911^{\circ}\text{C}$

TABLA CON LOS RESULTADOS

Antes de mostrar la tabla con los resultados obtenidos, comentar que, aunque no se especificaba en la práctica, he probado a reducir la tolerancia a 0.001. Aunque no tiene mucho sentido mostrar todas las gráficas cambiando la tolerancia, porque no varían demasiado, en la siguiente tabla se recogen los resultados incluyendo los valores para ambas tolerancias:

| | Tolerancia | Número de iteraciones | Tiempo de ejecución (s) | Temperatura en el centro (°C) | Temperatura en el centro superior (°C) | Temperatura en el centro inferior (°C) |
|---------|------------|-----------------------|-------------------------|-------------------------------|----------------------------------------|----------------------------------------|
| 25x45 | 0.01 | 1704 | 3.35702 | -51.49686 | -84.64160 | -15.21007 |
| 50x90 | 0.01 | 6144 | 48.07996 | -52.73855 | -86.54435 | -15.55207 |
| 75x135 | 0.01 | 12858 | 252.95381 | -53.07923 | -87.09050 | -15.62815 |
| 100x180 | 0.01 | 21598 | 664.25755 | -53.17711 | -87.27788 | -15.62911 |
| 25x45 | 0.001 | 2353 | 4.72069 | -51.61342 | -84.77744 | -15.27299 |
| 50x90 | 0.001 | 8786 | 75.36923 | -52.97368 | -86.81992 | -15.67654 |
| 75x135 | 0.001 | 18833 | 336.33043 | -53.43249 | -87.50530 | -15.81384 |
| 100x180 | 0.001 | 32249 | 783.05480 | -53.64862 | -87.83208 | -15.87608 |

Nota: Hay que cambiar ligeramente el código para conseguir los resultados de la discretización más grande en número de puntos (cambiar el loop a range(8), la condición if loop==2 por un 3 y el número máximo de iteraciones). Al ejecutar el código con estos cambios se consiguen también las gráficas para la tolerancia menor, pero, como digo, no cambian demasiado.