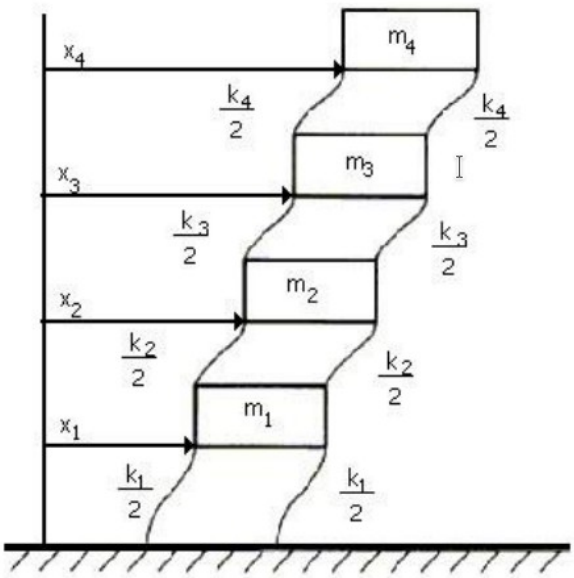
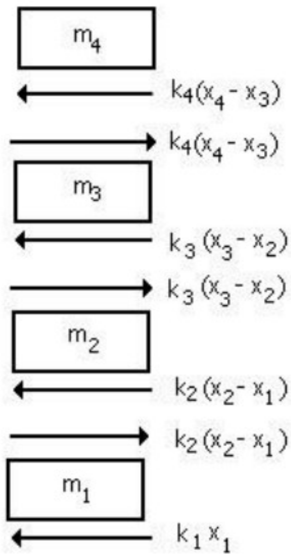
COMPUTACIÓN II

PRÁCTICA 6 evaluable (clase 11)

Diagonalización de una matriz simétrica por el Método de Jacobi

Consideremos un edificio de viviendas formado por cuatro plantas que sufren una vibración horizontal por la acción de un terremoto. El problema se puede modelar suponiendo que las pareces no poseen casi masa y que conectan los pisos con cierta rigidez horizontal (como muelles). De esta manera, la masa se concentra principalmente en los suelos y el problema es equivalente al de cuatro muelles y cuatro masas acopladas tal como se indica en la figura:





Suponiendo que las características de este modelo son $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 4000$ kg y $k_1 = k_2 = k_3 = k_4 = 5000$ N/m las ecuaciones de movimiento son de la forma:

$$m_i x''_i = -k_i(x_i - x_{i-1}) + k_{i+1}(x_{i+1} - x_i)$$

De esta manera el sistema matricial que resolver es de la forma: **M X'' + K X = 0**, donde M es la matriz de masas y K la matriz de rigidez. Multiplicando la ecuación anterior por M^{-1} nos queda: $\mathbf{X'' + K_r X = 0}$ (ver trabajo original en el Moodle de teoría)

Referencia: http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica3/oscilaciones/modo_1/modo_1.html

<u>TAREA:</u>

Desarrolle el problema de Mecánica con “papel y lápiz” y posteriormente utilice un código para diagonalizar por el método de Jacobi en C++, la matriz $\mathbf{K_r}$. Comprueba el resultado y presenta un informe detallado.

Procedimiento sugerido (puedes utilizar la clase matriz para facilitar la programación):

1 La matriz K_r se calculará com $M^{-1}K$ y se guardará en un fichero con:
   - el número de filas y de columnas separados por un espacio
   - los datos por filas y separados entre sí por un carácter en blanco.
2 Programa una función que obtenga el máximo valor de los elementos por encima de la diagonal de una matriz.
3 Programa una función que clacule los autovalores y los autovectores de cualquier matriz simétrica por el método de Jacobi. La función devolverá tanto la matriz diagonalizada en cuya diagonal estarán los autovalores como la matriz U, cuyas columnas nos darán los auto vectores y el número de iteraciones. Comprueba que en cada iteración los valores fuera de la diagonal van disminuyendo y si no es así, escribe un mensaje de error y para.
4 Escribe un probrama principal que llame a la función anterior para obtener los autovalores y autovectores de la matriz del ejercicio, con una precisión en los elementos no diagonales de K_r de 10^{-10}.
5 Comprueba que se cumple la ecuación de autovalores para cada uno de ellos. Si **v** es un autovector de K_r correspondiente al autovalor λ entonces se debe cumplir: $K_r \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}$ o $(K_r \mathbf{v} - \lambda \mathbf{v}) = \mathbf{0}$, dentro de la precisión requerida.

EXTRA 1: Programa una función que compruebe si una matriz es cuadrada y simétrica (piensa que relación matemática se tiene que cumplir) y añade la combrobación a tu programa principal.

EXTRA 2: Calcula la traza de la matriz K_r (suma de los elementos diagonales, $tr(K_r) = \Sigma a_{ii}$) y comprueba que es invariante, dentro de la precisión requerida, en cada rotación. Si no es así, modifica tu función de Jacobi para que escriba un mensaje de error y pare el programa.