COMPUTACIÓN II: PRÁCTICA XIX

Pablo Gradolph Oliva

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

PRÁCTICA XIX: ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS. ECUACIÓN DEL CALOR.

Hemos resuelto la ecuación de calor en una dimensión para diferentes materiales, variando el valor de la k, que es la difusividad térmica de la sustancia. La ecuación a la que llegamos para resolver tiene la siguiente forma:

$$u_i^{n+1} = (1-2r)u_i^n + r[u_{i-1}^n + u_{i+1}^n]$$

Teniendo en cuenta que n hace referencia a la iteración del tiempo e i a las iteraciones de las posiciones. Además, debemos tener en cuenta que $r = \frac{k\Delta t}{(\Delta x)^2}$. El estudio principal ha sido sobre la plata, $k = 1.71 cm^2 s^{-1}$, en una barra de longitud $L = 100cm$.

Aplicando una distribución inicial de la temperatura tipo escalón $u(x,0)$:

$$u(x,0) = \begin{cases} 0 \ si \ 0 \leq x \leq 50cm \\ 10 \ si \ 50 \leq x \leq 100cm \end{cases}$$

Y unas condiciones de frontera para todo t:

$$u(0,t) = 0$$

$$u(100,t) = 10$$

Hemos calculado los siguiente:

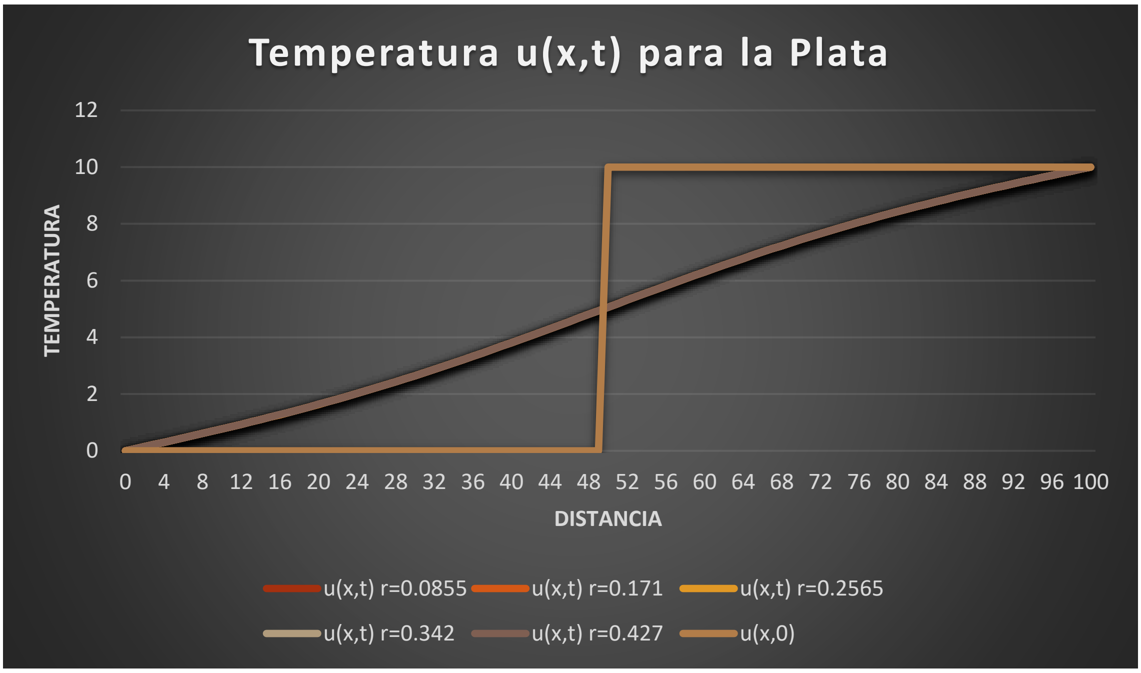
1. La función distribución de temperatura u(x,t) sobre la barra los siguientes 300 segundos.
2. Hemos hecho los mismos cálculos para otros materiales y así hemos podido hacer comparaciones.
3. Hemos comprobado la cuestión de3 la estabilidad de la solución numérica.

La idea que hemos seguido es la siguiente:

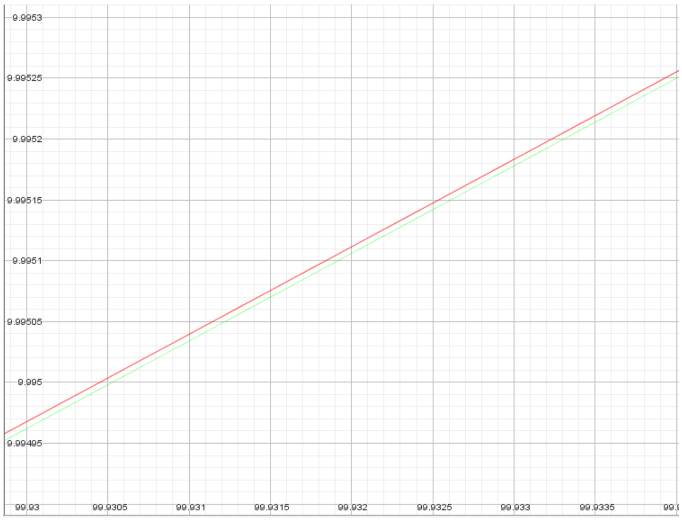
Para todos los materiales hemos seguido el mismo incremento de x, el cuál ha sido $\Delta x = 1.0$. Entonces, lo que hemos hecho es paras cada material, establecíamos su k e íbamos variando el incremento del tiempo hasta llegar a conseguir una $r > 0.5$ ya que si esto ocurre la solución no converge, por lo que no podemos calcular la solución numérica de la ecuación de calor en una dimensión si la r es mayor a 0.5.

Hemos trabajado con los materiales Plata, Oro, Aluminio y Hierro Fundido. Los resultados se pueden encontrar en los ficheros Pt19_NombreDelMaterial. En los ficheros encontramos los resultados de la función de distribución de temperatura sobre la barra en las distintas posiciones tras 300 segundos y para distintos valores de r.

Lo que encontramos es que, para distintos valores de r, los resultados del mismo material son prácticamente iguales, aunque si es cierto que más aproximada es la solución cuanto mayor es el valor de la r. Veamos los resultados para el caso de la plata en las siguientes gráficas:



Como podemos observar en este caso, para los distintos valores de r tras 300 segundos, los resultados obtenidos son prácticamente iguales, aunque tienen sutiles diferencias como vemos en la siguiente figura:



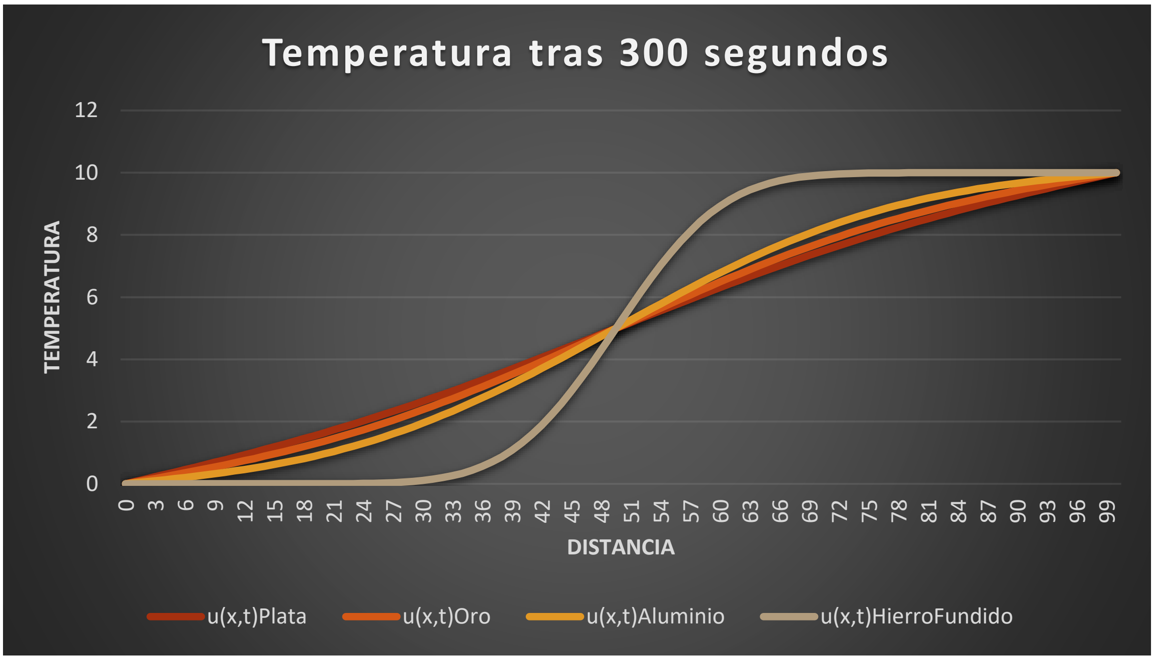
Vemos como si que en este caso existen pequeñas diferencias en los valores obtenidos, pero no son muy significativas. Este es el caso para r = 0.0855 (rojo) y para r = 0.427 (verde).

Debido a las pequeñas diferencias existentes, he decidido trabajar en la comparación de los distintos materiales con un mismo incremento de x, un mismo incremento de t pero distinta k, y, por tanto, distinto valor de r.

Para hacer estas comparaciones he elegido un $\Delta x = 1.0$ y $\Delta t = 0.1$, por lo que hemos obtenido los distintos valores de r según el material:

- Plata: r = 0.171
- Oro: r = 0.127
- Aluminio: r = 0.086
- Hierro Fundido: r = 0.012

La gráfica con los resultados obtenidos es:



Como vemos en la gráfica, los resultados son más próximos cuanto mayor es el valor de r, para el caso del hierro fundido, con un valor de k muy pequeño, el resultado obtenido es prácticamente igual a la distribución inicial, mientras que el que menos se parece al valor inicial y más parece una distribución lineal es el de la plata que tiene la k mayor y por tanto una r también mayor. Siempre hay que tener en cuenta que el valor de r tiene que ser menor a 0.5, mirar los resultados obtenidos en los ficheros para ver como para valores mayores de r las soluciones no convergen.