COMPUTACIÓN II: PRÁCTICA XVII

Pablo Gradolph Oliva

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID

PRÁCTICA XVII: RESOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES DE SEGUNDO ORDEN CON CONDICIONES DE CONTORNO. MÉTODO DE LAS DIFERENCIAS FINITAS.

Para este método convertimos nuestra ecuación diferencial en una de la forma:

$$u'' = p(x)u' + q(x)u + r(x); x \in [a, b]$$

$$u(a) = u_a; u(b) = u_b$$

Obteniendo la aproximación numérica para la primera y segunda derivadas de u en cada punto x_i, la ecuación diferencial nos queda:

$$u'' = -\frac{2}{r}u'$$

Que pasa a:

$$\frac{u(x_{i+1}) - 2u(x_i) + u(x_{i-1})}{h^2} = -\frac{2}{r}\frac{u(x_{i+1}) - u(x_{i-1})}{2h}$$

A partir de aquí tenemos que resolver el siguiente sistema de ecuaciones por le método LU para sistemas tridiagonales:

$$Au = b$$

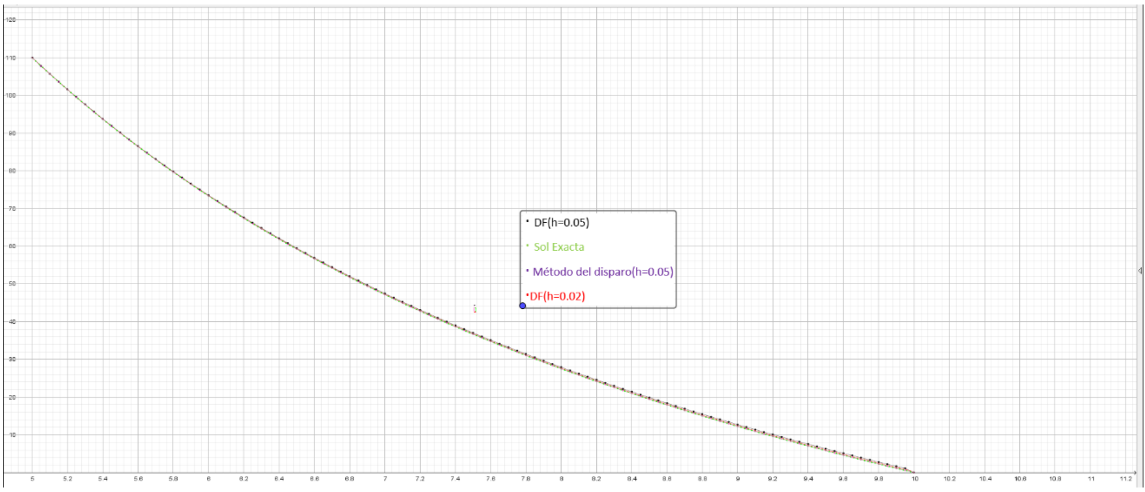
donde,

$$A = \begin{pmatrix} 2+h^2q_1 & \frac{h}{2}p_1 - 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -(\frac{h}{2}p_2+1) & 2+h^2q_2 & \frac{h}{2}p_2 - 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -(\frac{h}{2}p_3+1) & 2+h^2q_3 & \frac{h}{2}p_3 - 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & -(\frac{h}{2}p_4+1) & \cdots & \cdots & \cdots & \frac{h}{2}p_{n-2} - 1 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 2+h^2q_{n-1} \end{pmatrix}$$

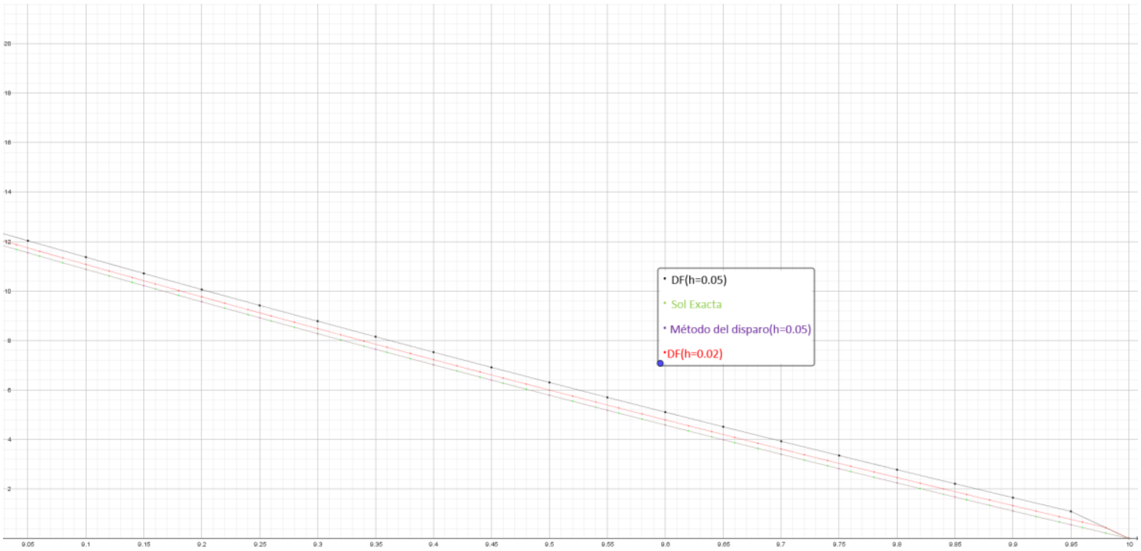
$$b = \begin{pmatrix} -h^2r_1 + (\frac{h}{2}p_1+1)u_0 \\ -h^2r_2 \\ -h^2r_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ -h^2r_{n-2} \\ -h^2r_{n-1} - (\frac{h}{2}p_{n-1} - 1)u_n \end{pmatrix}$$

$$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ u_{n-1} \end{pmatrix}$$

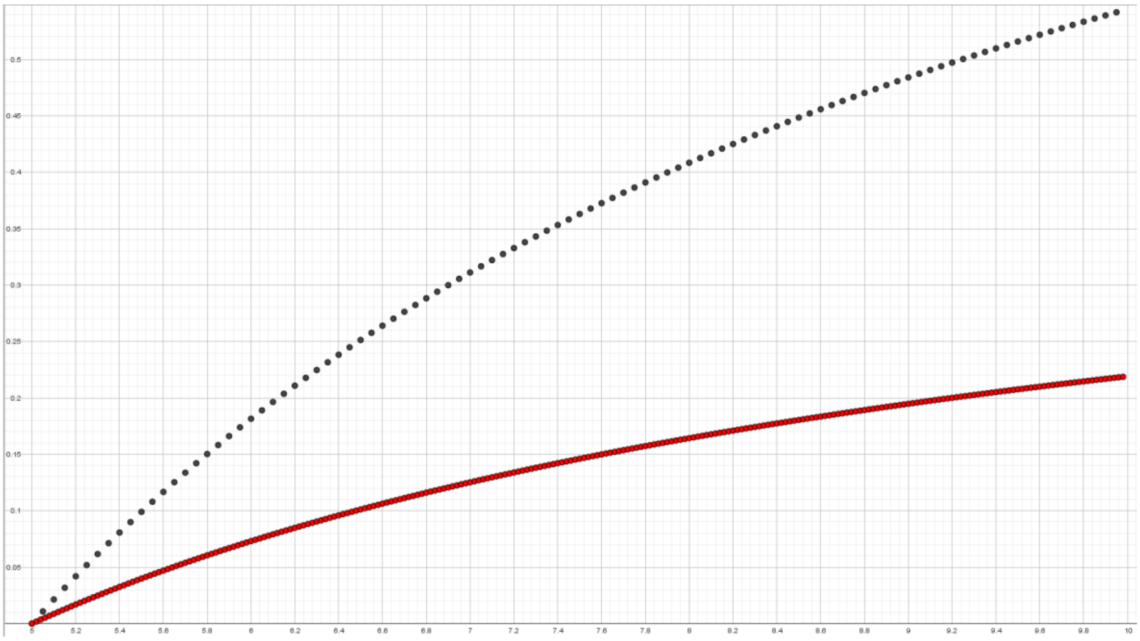
Tras resolver el sistema para las distintas h que se piden: h = 0.05 y h = 0.02, se guardan los resultados en los ficheros “MatrizU_0.05.txt” y “MatrizU_0.02.txt”. Además, he generado otro fichero con h = 0.01 para comparar que a menor h los valores obtenidos eran más próximos, estos resultados se pueden encontrar en el fichero “MatrizU_0.01.txt”. Tras la obtención de los resultados he procedido a representarlos gráficamente y obtengo lo siguiente:



Puesto que los resultados en esta gráfica no son claros, he ampliado una parte de la gráfica para notar más las diferencias:



Aunque no se aprecia del todo bien, la solución obtenida por el método del disparo es prácticamente igual a la solución exacta proporcionada por la función del enunciado. Sin embargo, para las diferencias finitas vemos que para h = 0.02 los valores obtenidos son más próximos que para el caso de h = 0.05 por lo que para h menores conseguimos mejores aproximaciones. Por último, he graficado los errores obtenidos para el caso de las diferencias finitas con distintos h. Esta es la gráfica obtenida:



Los puntos negros son los errores obtenidos para el método de diferencias finitas con un h = 0.05 y los puntos rojos son los errores obtenidos para el método de diferencias finitas con un h = 0.02. Por lo tanto, siempre preferimos un menor valor de h para conseguir mayores aproximaciones.