

## COMPUTACIÓN II

### PRÁCTICA 12 evaluable (clase 17)

**Resolución de ecuaciones diferenciales de segundo orden con condiciones de contorno:**

#### Método de las diferencias finitas

Repetimos aquí el problema de la práctica anterior, añadiendo otro paso para  $\Delta R$ . Sea  $u(r)$  el potencial electrostático entre dos esferas metálicas concéntricas de radios interno  $R_1 = 5\text{cm}$  y externo  $R_2 = 10\text{cm}$ , tales que el potencial de la esfera interior se mantiene constante en  $u_1 = 110\text{V}$  y el potencial de la esfera exterior en  $u_2 = 0\text{V}$ .

El potencial en la región situada entre ambas esferas cumple la ecuación de Laplace, que en esta situación particular toma la forma:

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{du}{dr} = 0, \quad R_1 \leq r \leq R_2, \quad u(R_1) = u_1 = 110\text{V}, \quad u(R_2) = u_2 = 0\text{V}$$

- a Mediante un programa en C++ del método de diferencias finitas, calcular numéricamente  $u(r)$ . Realiza la integración con Runge Kutta 4 con una tolerancia de  $10^{-8}$  y dos pasos  $\Delta R = 0.05$  y  $\Delta R = 0.02$ . Comparar con la solución por el método del disparo del último día (con  $\Delta R = 0.05$ ) y la solución exacta:

$$u(r) = \frac{u_1 R_1}{r} \left( \frac{R_2 - r}{R_2 - R_1} \right)$$

- b Representa gráficamente  $u(r)$  y su primera derivada con las comparaciones. Describe tus resultados en un informe.