

COMPUTACIÓN II

Práctica 13 evaluable (clase 18)

Ecuaciones diferenciales ordinarias

El movimiento del péndulo de Foucault sin fricción se describe mediante el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales¹:

$$\begin{aligned}x^{tt} - 2\omega \sin(\psi)y^t + k^2x &= 0 \\ y^{tt} + 2\omega \sin(\psi)x^t + k^2y &= 0,\end{aligned}$$

donde ψ es la latitud del lugar de la Tierra donde se localiza el péndulo, $\omega = 7.29 \cdot 10^{-5} \text{s}^{-1}$ es la velocidad angular de la Tierra y $k = g/l$, con $g = 9.8 \text{m/s}^{-2}$ donde l es la longitud del péndulo:

1. Escribir un código en C++ que utilice el método de Runge-Kutta de cuarto orden para integrar las ecuaciones del péndulo y obtener $x(t)$ e $y(t)$ para t entre 0 y 300 segundos, suponiendo que $\psi = \pi/4$ y $l = 20 \text{m}$ y partiendo de las siguientes condiciones iniciales:

$$x(0) = 5 \text{m}; y(0) = 0; x^t(0) = y^t(0) = 0.$$

2. Elegir el paso de tiempo Δt para la integración de modo que se garantice que la precisión de la solución sea mejor que 10^{-6} .
3. Representar gráficamente la trayectoria del péndulo, $x(t)$, $y(t)$, $x(y)$ en el informe.

EXTRA: Teniendo en cuenta que el periodo propio del péndulo es $P = 2\pi l/g \approx 9$ segundos, estimar el ángulo de rotación del plano del péndulo por efecto de Coriolis promediando a los tres primeros periodos. Para ello dibujar la gráfica con el ángulo como $\arcsin(y/x)$ frente a t/P . ¿Cuántas horas tardará en completar una rotación completa?.

¹Cálculo científico con Matlab y Octave Alfio Quarteroni, École Polytechnique Fédérale de Lausanne Fausto Saleri, MOX-Politecnico di Milano, Problema 7.19 pág. 243, Springer International, 2006.