COMPUTACIÓN II
Práctica 14 evaluable (clase 19)
Ecuaciones diferenciales ordinarias

La ecuación del calor es una ecuación diferencial parcial parabólica de segundo orden, que se puede resolver usando métodos numéricos. Esta ecuación en una dimensión puede escribirse como:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

donde k es la difusividad térmica de la sustancia y tiene unidades de $\frac{(longitud)^2}{tiempo}$.
La solución de la ecuación de calor en una dimensión es crucial, ya que aparece a menudo en numerosas aplicaciones de física y de ingeniería. Aplicando las definiciones de derivadas centrales a la ecuación anterior obtenemos la siguiente solución[1] en el límite L de una barra, $u_i^n = u(x_i, t_n)$:

$$u_i^{n+1} = (1 - 2r)\, u_i^n + r\left[u_{i-1}^n + u_{i+1}^n\right],$$

con $r = \frac{k\Delta t}{(\Delta x)^2}$.
Sea una barra de longitud $L = 100\mathrm{cm}$ de plata, $k = 1.71\mathrm{cm}^2\mathrm{s}^{-1}$, sobre la que aplicamos una distribución inicial de la temperatura tipo escalón $u(x, 0)$:

$$u(x,0) = \begin{cases} 0 \text{ si } 0 \le x \le 50cm \\ 10 \text{ si } 50 \le x \le 100cm \end{cases}$$

y unas condiciones de frontera para todo t:

$$u(0,t) = 0$$
$$u(100,t) = 10$$

1. Calcule la función distribución de temperatura $u(x,t)$ sobre la barra los siguientes 300 segundos.
2. Repita el cálculo para otros materiales.
3. Estudie la cuestión de la estabilidad de la solución numérica.
4. Presenta los resultados en un informe.

[1] Referencia: Journal of Applied Mathematics and Physics Vol.10 No.2, February 24, 2022.