

Leyes De Kirchhoff

Estevez Javier, Gallegos Edgar, Gualotuña Pablo

Resumen – Este artículo se detalla la práctica del laboratorio que se realizó un circuito eléctrico en donde se aplicó las leyes de Kirchhoff de voltaje y corriente. La ley de corrientes dice que todas las corrientes que entran a un nodo son igual a la suma de corrientes que salen, y la ley de las mallas que dice que la suma de voltajes en una malla o rama cerrada es igual a cero. Se encontraron valores teóricos de corriente y voltaje en cada resistor, mediante un sistema de ecuaciones que se formaron al realizar la ley de mallas. En el laboratorio se obtuvo valores experimentales de voltaje y corriente en los resistores al medir con un voltímetro y un amperímetro cada uno de ellos, luego al comparar con los valores teóricos nos dimos cuenta de que existía porcentaje de error bajo. Por lo tanto, se llegó a la conclusión que la ley de Kirchhoff es válida en circuitos eléctricos

Índice de Términos – circuito, corrientes, Kirchhoff, laboratorio, voltajes.

I. INTRODUCCION

Con el objetivo de implementar las leyes de Kirchhoff en los circuitos de corriente directa y los conceptos que éstas requieren; aspiramos desarrollar este artículo bajo la fundamentación de un circuito experimental que finalmente nos llevarán a realizar una unión entre la práctica y la teoría y asimismo validar que los datos obtenidos en el laboratorio pueden dar veracidad de las mismas.

En circuitos eléctricos de corriente continua las leyes de Kirchhoff son utilizadas para resolver el problema de la distribución real de la corriente y por tanto el estado de la red. Estas leyes son una consecuencia directa de las leyes básicas del Electromagnetismo (Leyes de Maxwell) para circuitos de baja frecuencia, y forman la base de la Teoría de Circuitos y de gran parte de la Electrónica.

La ley de Voltajes establece que la suma algebraica de las caídas de voltaje en una secuencia cerrada de nodos es cero. Así mismo la ley de corrientes establece que la suma algebraica de corrientes que entran en un nodo es igual a cero.

II. METODOLOGÍA

A. Materiales y Equipos

- Cinco resistencias.
- Protoboard.
- Multímetro.
- Diagrama de circuitos.
- Amperímetro.
- Fuente.
- Cables.

B. Modelo Teórico

Leyes de Kirchhoff:

1. En todo nodo la suma de las corrientes (1) que entran al nodo es igual a la suma de la corriente que salen.

$$\sum_{k=1}^n I_e = \sum_{k=1}^n I_s \quad (1)$$

Donde I_e es la corriente de salida e I_s la corriente saliente. De igual forma, la suma de todas las corrientes que pasan por el nodo (entrante y saliente) es igual a cero.

$$\sum_{k=1}^n I_k = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0 \quad (2)$$

2. En toda malla la suma de todas las caídas de tensión es igual a la suma de todas las subidas de tensión.

$$\sum_{k=1}^n V_+ = \sum_{k=1}^n V_- \quad (3)$$

Donde V_+ son las subidas de tensión y V_- son las caídas de tensión.

De forma equivalente, en toda la malla la suma algebraica de las diferenciales de potencial eléctrico debe ser cero.

Documento recibido el 3 de mayo de 2020. Este trabajo fue realizado de forma gratuita, gracias al sitio web tinkercad.

E. J. El autor esta la Universidad de las Fuerzas Armadas “Espe”, Sangolquí, Pichincha, Ecuador(jaestevez3@espe.edu.ec).

G. E. El autor esta la Universidad de las Fuerzas Armadas “Espe”, Sangolquí, Pichincha, Ecuador(ejgallegos@espe.edu.ec).

G. E. El autor esta la Universidad de las Fuerzas Armadas “Espe”, Sangolquí, Pichincha, Ecuador(ejgallegos@espe.edu.ec).

$$\sum_{k=1}^n I_k = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n = 0 \quad (4)$$

Resistencias en serie

$$R_1 + R_2 + \dots + R_n = R_{equi} \quad (5)$$

Resistencias en paralelo

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \frac{1}{R_{equi}} \quad (6)$$

Formulas Adicionales

$$V = I * R \quad (7)$$

$$P = V * I = R * I^2 \quad (8)$$

La segunda ley de Kirchhoff es una consecuencia de la ley de la conservación de energía. Imagine que mueve una carga alrededor de una espira de circuito cerrado. Cuando la carga regresa al punto de partida, el sistema carga-circuito debe tener la misma energía total que la que tenía antes de mover la carga. La suma de los incrementos de energía conforme la carga pasa a través de los elementos de algún circuito debe ser igual a la suma de las disminuciones de la energía conforme pasa a través de otros elementos. La energía potencial se reduce cada vez que la carga se mueve durante una caída de potencial – en un resistor o cada vez que se mueve en dirección contraria a causa de una fuente negativa a la positiva en una batería.

Se puede hacer uso de la ley de la unión con tanta frecuencia como lo requiera, siempre y cuando escriba una ecuación incluya en ella una corriente general, el número de veces que pude utilizar la ley de la unión es una menos que el número de puntos de unión del circuito. Puede aplicar la ley de la espira las veces que lo necesite, siempre que aparezca en cada nueva ecuación un nuevo elemento del circuito (un resistor o una batería) o una nueva corriente. En general, para resolver un problema de circuito en particular, el número de ecuaciones independientes que se necesitan para obtener las dos leyes es igual al número de corrientes desconocidas.

C. Desarrollo Experimental

*Seleccionar todos los materiales a utilizar: fuente de alimentación, resistencias, multímetro.

*Preparar la fuente de alimentación con 10V.

*Colocar el valor de las cinco resistencias dadas en la guía de laboratorio.

*Elaborar un circuito con las cinco resistencias con la forma indicada en la guía, induciendo un voltaje de 10V, hallar su resistencia equivalente, la corriente por cada una de estas, su diferencia de potencial.

*Medir las corrientes en cada nodo, tomando con signo positivo las corrientes que entran al nodo y con signo negativo las que salen del nodo.

*Obtener los voltajes en cada trayectoria cerrada, considerando las elevaciones de voltaje con signo positivo y las caídas de voltaje con signo negativo.

Para este laboratorio utilizamos el multímetro para comprobar el valor de las resistencias, además para poder medir el voltaje y corriente de estos, también obtuvimos la medición en cada trayectoria y en cada nodo durante nuestros resultados pudimos observar que los valores muchas veces no eran iguales a los que decía la parte teórica, pero eran cercanos y esto nos indicaba que existía un porcentaje de error mínimo. Si queríamos medir voltaje era necesario conectarlo en paralelo, pero si queríamos medir corriente eléctrica, debíamos conectarlo en serie con la carga, esto era necesario para evitar daños en el aparato o medidas erróneas.

D. Circuito experimental

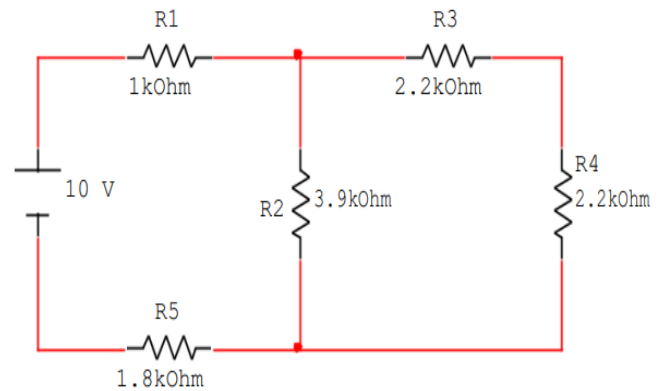


Fig. 1. Circuito Resistivo Mixto

Datos:

$$V_T = 10V$$

$$R_1 = 1K\Omega$$

$$R_2 = 3.9k\Omega$$

$$R_3 = 2.2k\Omega$$

$$R_4 = 2.2k\Omega$$

$$R_5 = 1.8k\Omega$$

Valores obtenidos bajo La ley de Voltajes de Kirchoff.

Para hallar el voltaje de cada resistor, primero calculamos la intensidad en cada malla.

Malla 1:

$$(10 - V_{R1} - V_{R2} - V_{R5}) = 0$$

Como $V = I \cdot R$, entonces:

$$(10 - (1 * I_1) - (3.9 * (I_1 - I_2)) - (1.8 * I_1)) = 0$$

$$(-6.7 * I_1) + (3.9 * I_2) = -10 \quad (10)$$

Malla 2:

$$(-V_{R2} - V_{R3} - V_{R4}) = 0$$

Del mismo modo que en la malla 1:

$$\begin{aligned} &(-(3.9 * (I_2 - I_1)) - (2.2 * I_2) - (2.2 * I_2)) = 0 \\ &(3.9 * I_1) - (8.3 * I_2) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

Al resolver la ecuación (10) y (11) por medio de sistema de ecuaciones obtenemos que:

$$\begin{aligned} I_1 &= 2.05mA \\ I_2 &= 0.96mA \end{aligned}$$

Entonces los valores teóricos de corriente y voltaje en cada resistencia son:

$$\begin{aligned} I_{R1} &= 2.05mA \\ I_{R2} &= (I_1 - I_2) = 1.09mA \\ I_{R3} &= 0.96mA \\ I_{R4} &= 0.96mA \\ I_{R5} &= 2.05mA \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{R1} &= I_{R1} * R_1 = 2.05V \\ V_{R2} &= I_{R2} * R_2 = 4.25V \\ V_{R3} &= I_{R3} * R_3 = 2.11V \\ V_{R4} &= I_{R4} * R_4 = 2.11V \\ V_{R5} &= I_{R5} * R_5 = 3.69V \end{aligned}$$

Para encontrar los valores de voltaje de cada resistencia en cada trayectoria cerrada hacemos:

Trayectoria 1

$$\begin{aligned} (10 - (1 * I_1) - (3.9 * I_1) - (1.8 * I_1)) &= 0 \\ I_{T1} &= 1.49mA \end{aligned}$$

Aplicamos esta intensidad en la resistencia R_1 , R_2 y R_5 para obtener el voltaje.

$$\begin{aligned} V_{R1} &= (1.49) * 1 = 1.49V \\ V_{R2} &= (1.49) * 3.9 = 5.81V \\ V_{R5} &= (1.49) * 1.8 = 2.68V \end{aligned}$$

Trayectoria 2

$$I_{T2} = \frac{10}{3.9} = 2.56mA$$

Esta corriente se le multiplica por la resistencia de $3.9k\Omega$ para obtener el voltaje.

$$V_{R2} = (2.56) * 3.9 = 9.98V$$

$$I_{T2} = \frac{10}{4.4} = 2.27mA$$

Esta corriente se le multiplica por cada resistencia de $2.2k\Omega$ y obtenemos el voltaje.

$$V_{R3} = (2.27) * 2.2 = 5V$$

$$V_{R4} = (2.27) * 2.2 = 5V$$

Trayectoria 3

$$\begin{aligned} 10 - 1kI_1 - 2.2kI_1 - 1.8kI_1 - 2.2kI_1 &= 0 \\ I_{T3} &= 1.39A \end{aligned}$$

Aplicamos esta intensidad en la resistencia R_1 , R_3 , R_4 y R_5 para obtener el voltaje.

$$\begin{aligned} V_{R1} &= (1.39) * 1 = 1.39V \\ V_{R3} &= (1.39) * 2.2 = 3.06V \\ V_{R4} &= (1.39) * 2.2 = 3.06V \\ V_{R5} &= (1.39) * 1.8 = 2.50V \end{aligned}$$

Para encontrar los valores de corriente de cada resistencia en cada nodo hacemos:

Nodo 1

La intensidad en el nodo 1 va a ser igual que la intensidad uno por ley de Ohm.

$$\begin{aligned} I_{n1} &= I_1 \\ I_{R1} &= 2.05mA \end{aligned}$$

Nodo 2

Tomando con signo positivo las corrientes que entran al nodo y con signo negativo las que salen del nodo.

$$i_1 = i_2 + i_3$$

Para obtener i_1 hacemos:

$$\begin{aligned} (10 - V_{R1} - V_{R2} - V_{R5}) &= 0 \\ (10 - (1 * i_1) - V_B - V_D - (1.8 * i_1)) &= 0 \\ (10 - (2.8 * i_1) - V_B) &= 0 \\ i_1 &= \frac{10 - V_B}{2.8} \end{aligned}$$

Luego

$$\begin{aligned} \frac{10 - V_B}{2.8} &= \frac{V_B - V_D}{4.4} + \frac{V_B - V_D}{3.9} \\ \frac{10 - V_B}{2.8} &= \frac{V_B}{4.4} + \frac{V_B}{3.9} \\ V_B &= 4.25V \end{aligned}$$

Entonces

$$\begin{aligned} I_{R1} &= \frac{10 - V_B}{2.8} = \frac{10 - 4.25}{2.8} \\ I_{R1} &= 2.05mA \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{R2} &= \frac{V_B}{3.9} = \frac{4.25}{3.9} \\ I_{R2} &= 1.09mA \end{aligned}$$

$$I_{R3} = \frac{V_B}{3.9} = \frac{4.25}{4.4}$$

$$I_{R3} = 0.96mA$$

Cabe mencionar que V_D se iguala a cero por ser el nodo de referencia.

Nodo 3

Por ley de Ohm.

$$\begin{aligned} V_C &= V_{R4} \\ V_C &= 2.19V \\ I_{R3} &= \frac{2.11}{2.2} = 0.96mA \\ I_{R4} &= \frac{2.11}{2.2} = 0.96mA \end{aligned}$$

Nodo 4

Tomando con signo positivo las corrientes que entran al nodo y con signo negativo las que salen del nodo.

$$i_3 = i_4 + i_5$$

Luego

$$\begin{aligned} \frac{V_B - V_D}{3.9} &= \frac{V_D - V_B}{4.4} + \frac{V_D}{1.8} \\ \frac{4.25 - V_D}{3.9} &= \frac{V_D - 4.25}{4.4} + \frac{V_D}{1.8} \\ V_D &= 1.97V \end{aligned}$$

Entonces

$$\begin{aligned} I_{R2} &= \frac{1.97}{3.9} \\ I_{R2} &= 0.5mA \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{R4} &= \frac{1.97}{4.4} \\ I_{R4} &= 0.45mA \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{R5} &= \frac{1.97}{1.8} \\ I_{R5} &= 1.09mA \end{aligned}$$

Nodo 5

$$\begin{aligned} V_E &= V_{R5} \\ V_E &= 3.69V \\ I_{R5} &= \frac{3.69}{1.8} = 2.05mA \end{aligned}$$

E. Figuras y tablas

TABLE I
RESULTADOS OBTENIDOS DE VOLTAJE Y CORRIENTE, EN CADA ELEMENTO DEL CIRCUITO.

| VARIABLE | VALOR CALCULADO | VALOR MEDIDO |
|----------|-----------------|--------------|
| VR1 (V) | 2,05 | 2,05 V |
| IR1 (mA) | 2,05 | 2,05 mA |
| VR2 (V) | 4,25 | 4,25 V |
| IR2 (mA) | 1,09 mA | 1,09 mA |
| VR3 (V) | 2,11 V | 2,12 V |
| IR3 (mA) | 0,96 mA | 965 μ A |
| VR4 (V) | 2,11 V | 2,12 V |
| IR4 (mA) | 0,96 mA | 965 μ A |
| VR5 (V) | 3,69 V | 3,70 V |
| IR5 (mA) | 2,05 mA | 2,05 mA |

TABLE II
VERIFICACIÓN DE LA LVK

| VOLTAJE | Trayectoria 1 | | Trayectoria 2 | | Trayectoria 3 | |
|------------|---------------|--------|---------------|--------|---------------|--------|
| | Calculado | Medido | Calculado | Medido | Calculado | Medido |
| VT(V) | 9,98 | 10 | 10 | 10 | 10,01 | 10 |
| VR1 (V) | 1,49 | 1,49 | - | - | 1,39 | 1,39 |
| VR2 (V) | 5,81 | 5,82 | | 10 | - | - |
| VR3 (V) | - | - | 5 | 5 | 3,06 | 3,06 |
| VR4 (V) | - | - | 5 | 5 | 3,06 | 3,06 |
| VR5 (V) | 2,68 | 2,69 | - | - | 2,50 | 2,50 |
| ΣV | 19,96 | 20 | 30 | 30 | 20,02 | 20,01 |

TABLE III
VERIFICACIÓN DE LA LCK

| CORRIENTE | Nodo 1 | | Nodo 2 | | Nodo 3 | | Nodo 4 | | Nodo 5 | |
|-----------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|-----------|--------|
| | Calculado | Medido | Calculado | Medido | Calculado | Medido | Calculado | Medido | Calculado | Medido |
| IT (mA) | 2,05 | 2,05 | 2,05 | 2,05 | 0,95 | 0,965 | 2,05 | 2,05 | 2,05 | 2,05 |
| IR1(mA) | 2,03 | 2,05 | 2,05 | 2,05 | - | - | - | - | - | - |
| IR2(mA) | - | - | 1,09 | 1,09 | - | - | 0,5 | 1,09 | - | - |
| IR3(mA) | - | - | 0,96 | 0,965 | 0,96 | 0,965 | - | - | - | - |
| IR4(mA) | - | - | - | - | 0,96 | 0,965 | 0,45 | 0,965 | - | - |
| IR5(mA) | - | - | - | - | - | - | 1,09 | 2,05 | 2,05 | 2,05 |
| ΣI | 4,08 | 4,10 | 6,11 | 6,14 | 2,85 | 2,85 | 6,11 | 6,14 | 4,08 | 4,10 |

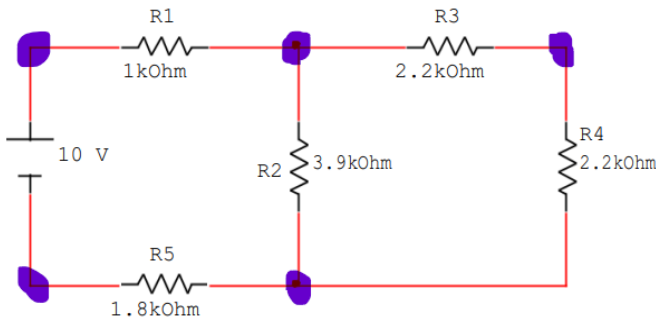


Fig. 2. Circuito Resistivo Mixto, identificando cada nodo

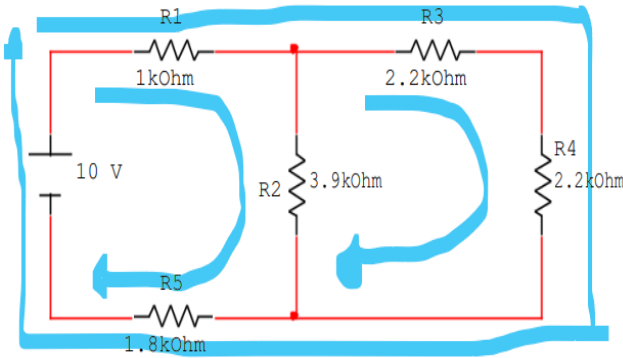


Fig. 3. Circuito Resistivo Mixto, identificando cada trayectoria

F. Error relativo entre los valores teóricos y los experimentales

$$\%e = \frac{|V_{TEORICO} - V_{EXPERIMENTAL}|}{V_{TEORICO}} (100\%)$$

Intensidad de corriente

I_{R1} :

$$\%e = \frac{|2.05 - 2.05|}{2.05} (100\%) = 0$$

I_{R2} :

$$\%e = \frac{|1.09 - 1.09|}{1.09} (100\%) = 0$$

I_{R3} :

$$\%e = \frac{|0.965 - 0.965|}{0.965} (100\%) = 0$$

I_{R4} :

$$\%e = \frac{|0.965 - 0.965|}{0.965} (100\%) = 0$$

I_{R5} :

$$\%e = \frac{|2.05 - 2.05|}{2.05} (100\%) = 0$$

Voltaje

V_{R1} :

$$\%e = \frac{|2.05 - 2.05|}{2.05} (100\%) = 0$$

V_{R2} :

$$\%e = \frac{|4.25 - 4.25|}{4.25} (100\%) = 0$$

V_{R3} :

$$\%e = \frac{|2.11 - 2.12|}{2.11} (100\%) = 0.47\%$$

V_{R4} :

$$\%e = \frac{|2.11 - 2.12|}{2.11} (100\%) = 0.47\%$$

V_{R5} :

$$\%e = \frac{|3.69 - 3.70|}{3.69} (100\%) = 0.27\%$$

G. Análisis de resultados

Hay que tener cuidado en el momento de elegir las ecuaciones, ya que, si solo se eligen ecuaciones de mallas y no de nodos, estas pueden ser linealmente dependientes y no serán suficientes para calcular dichas corrientes.

Según los datos de la Tabla 1, es clara la similitud entre los valores de intensidad de corriente y voltaje experimentales y teóricos. El error entre ambas cantidades oscila entre el 0% y el 0.5% este último del voltaje de los resistores. Esta congruencia entre los valores medidos y teóricos nos sugiere que las leyes de Kirchhoff, efectivamente, nos permiten determinar la corriente y voltaje de elementos en un circuito eléctrico difícil de reducir.

Como se había dicho, la diferencia relativa entre los valores teóricos y experimentales se debe a números de decimales trabajados ya en la teoría usamos un máximo de dos decimales mientras que el simulador se desconoce los decimales trabajado. Aun así, la determinación de la corriente y voltaje de resistores por este medio es una excelente aproximación a los valores reales, por el bajo error que presentan. En cuanto a las mediciones, mucho influye la lectura correcta de las mismas y la imprecisión de los instrumentos empleados para registrarlas.

III. CONCLUSIÓN

Las leyes de Kirchhoff resultan de vital importancia ya que requerimos el manejo de técnicas que nos permitieron resolver circuitos complejos de manera rápida y efectiva, además, estas leyes nos permitieron analizar dichos problemas por medio de dos técnicas: Mallas y Nodos. Por otra parte, este laboratorio resultó ser de gran provecho, ya que pudimos armar circuitos con más de una resistencia colocándola en serie y paralelo, lo que hace que los laboratorios resulten de mayor interés para ampliar más nuestros conocimientos en el armamento de circuitos en el protoboard.

Esta práctica de laboratorio, aunque fue hecha de manera virtual, resultó de mucha ayuda ya que ofrece la mayoría de disposiciones a ocupar de manera física, nos sorprendió los valores tan exactos que arrojo aun siendo gratuito además de que pudimos comprobar las leyes de Kirchhoff entre otras cosas.

Los valores de corriente y voltaje determinados por leyes de Kirchhoff son muy aproximados a los valores experimentales, con errores menores al 0.5% en su mayoría.

APÉNDICE

Tinkercad es un software gratuito online creado por la empresa Autodesk, una de las empresas punteras en el software de diseño 3D de la mano de su programa estrella para tal fin, Inventor. El objetivo al usar Tinkercad debe ser una primera inmersión en el mundo del diseño 3D de una manera sencilla y atractiva, ya que la interfaz de trabajo es simple y muy atractiva inicialmente, si bien una vez dominados los conceptos básicos carece de herramientas para llegar a diseños complejos. Sus ventajas son claras: es sencillo de usar, su aspecto es atractivo y con unas pocas horas de entrenamiento podemos adquirir mucha destreza en su uso. Como desventaja podríamos señalar que es necesario tener una cuenta de correo para darse de alta como usuario y que sólo posee una versión online, por lo que hace falta conexión a internet. Vamos a realizar una guía de manejo básico para dominar las herramientas más usuales de trabajo. Tras los videotutoriales tienes un tutorial redactado paso a paso.

RECONOCIMIENTO

G. A. agradecimientos del autor para su familia por facilitar el uso de poseer una computadora y por la facilidad de tener internet en el hogar.

E. J agradecimientos del autor hacia el ingeniero por facilitar la enseñanza de la herramienta online, además de las clases en la situación actual del mundo

REFERENCIAS

- [1] C. K. A. Matthew N.O.Sadiku, Fundamentos de circuitos eléctricos, McGraw-Hill Interamericana, 2006.
- [2] A. S. Sánchez, «EDUCACIÓN Y TECNOLOGIA,» weebly, [En línea]. Available: <https://www.educoteca.com/tinkercad.html>. [Último acceso: 01 Junio 2020].
- [3] «radio electronica,» [En línea]. Available: <http://www.radioelectronica.es/articulos-teoricos/200-las-leyes-de-kirchhoff>. [Último acceso: 01 Junio 2020].
- [4] Dorf-Svoboda, Circuitos Eléctricos, Mexico: Alfaomega, 2011.
- [5] Khan Academy, «Khan Academy,» [En línea]. Available: <https://es.khanacademy.org/science/physics/circuits-topic/circuits-resistance/a/ee-kirchhoffs-laws>. [Último acceso: 01 Junio 2020].
- [6] «Electrónica completa,» [En línea]. Available: <http://electronicaCompleta.com/lecciones/leyes-de-kirchhoff/>. [Último acceso: 01 Junio 2020].
- [7] wikipedia, «Wikipedia,» Fundación Wikimedia, Inc, 20 Noviembre 2018. [En línea]. Available: https://es.wikipedia.org/wiki/Leyes_de_Kirchhoff. [Último acceso: 01 Junio 2020].