Notas asesorías

$+ \quad \times$

$- \quad \div$

Propiedades de los números reales.

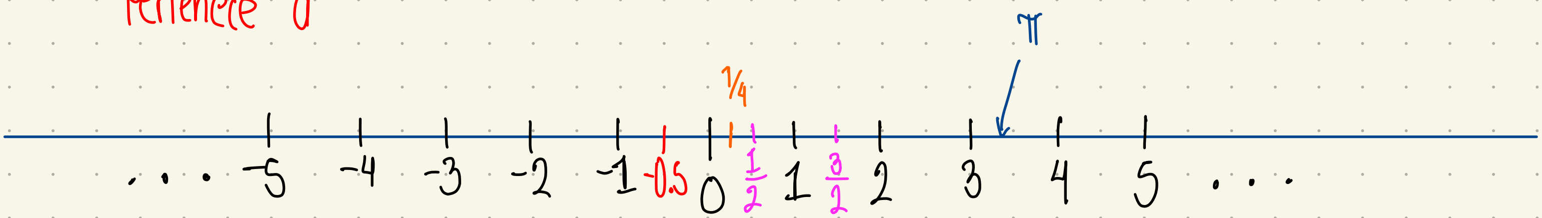
08/Julio/2024

El conjunto de los números reales

$\mathbb{R}$: Conjunto de los números reales.

$1 \in \mathbb{R}$, $\frac{1}{2} \in \mathbb{R}$, $0.3\overline{3} \in \mathbb{R}$, $-5 \in \mathbb{R}$, $\pi \in \mathbb{R}$

"Pertenece a"



Sistema de los números reales.

$(\mathbb{R}, +, \cdot)$

$a, b \in \mathbb{R} \Longrightarrow$ •) Existe un único $a+b \in \mathbb{R}$

••) " " " $a \cdot b \in \mathbb{R}$

Sistema de números reales.

El sistema de los números reales es un conjunto denotado por $\mathbb{R}$ en el cual estan definidas dos operaciones $+$ y $\cdot$ para cada par de elementos $a, b \in \mathbb{R}$. Estas operaciones son llamadas suma y multiplicacion respectivamente y estan definidas de tal manera que, para cada para de elementos $a, b \in \mathbb{R}$, existen únicos elementos $a+b$ y $a \cdot b \in \mathbb{R}$ para los cuales se satisfacen los siguientes axiomas (llamados axiomas de campo) para todos los elementos $a, b, c \in \mathbb{R}$

C1.- Cerradura: Para cualesquiera $a, b \in \mathbb{R}$, se cumple

i) $a+b \in \mathbb{R}$ y ii) $a \cdot b \in \mathbb{R}$

C2. Conmutatividad: Para cualesquiera $a, b \in \mathbb{R}$, se satisfacen:
(Ley Conmutativa)

i) $a+b=b+a$ y ii) $a \cdot b = b \cdot a$.

C3.- Asociatividad: Para todo $a, b, c \in \mathbb{R}$, se verifican:
(Ley asociativa)

i) $(a+b)+c = a+(b+c)$ ii) $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

C4. Existencia de elemento neutro:

i) Existe 0 en $\mathbb{R}$ tal que para todo $a \in \mathbb{R}$,

$$0+a = a+0 = a.$$ //Neutro aditivo

ii) Existe $1 \in \mathbb{R}$, diferente de 0 tal que para todo $a \in \mathbb{R}$,

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$$ // Neutro multiplicativo.

C5.- Existencia de inversos:

i) Para todo $a \in \mathbb{R}$, existe $a_1 \in \mathbb{R}$ tal que

$$a + a_1 = 0$$

ii) Para cada $a \in \mathbb{R}$ con $a \neq 0$, existe $a_2 \in \mathbb{R}$ tal que

$$a \cdot a_2 = 1.$$

C6.- Distributividad de la multiplicación con respecto a la suma:
(Ley distributiva).

Sean $a, b, c \in \mathbb{R}$ números reales arbitrarios, entonces se satisfacen:

$a = 2$, $b = 3$, $c = 1$

i) Distributividad por la izquierda

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$2(3+1) = 8$

$2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 6 + 2$
$= 8$

ii) Distributividad por la derecha:

$$(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$$

$2x + 3x = (2+3)x$

Por lo tanto, el conjunto $\mathbb{R}$ de los números reales junto con las operaciones de Suma $+$ y producto como ya las conocemos es un campo llamado Sistema de los números reales.

09/Julio/2024

Sean $x, y, z \in \mathbb{R}$. Establezca cual o cuales axiomas de los números reales justifican cada una de las siguientes igualdades:

1. $(6+8)x = x(6+8)$ Conmutatividad para el producto
2. $(x+3)y+2 = (x \cdot y + 3 \cdot y) + 2$ Distributividad por la derecha.
3. $(3+5)+2 = 3+(5+2)$
4. $(2+3)+5 = 2+(3+5)$ Asociatividad para la suma.
5. $[(1)(2)](3) = [(2)(1)](3)$
6. $(x+y)+3 = (y+x)+3$ Conmutatividad para la suma
7. $(1+2)(-3) = 1(-3)+2(-3)$
8. $[(w+3)2]z = [2(w+3)]z$
9. $(-13+z)(2)+7 = [z+(-13)](2)+7$
10. $(a-b)+[-(a-b)] = 0$ // Existencia de inversos para la suma.
11. $(3+4)(5+2) = (3+4)5+(3+4)2$ // Distributividad por la izquierda.
12. $x(y+0)+z = xy+z$ Distributividad por la izq.
13. $(x+2)+[-(x+2)] = 0$
14. $2(x+y) = 2x+2y$

$$x(y+0)+z = (x \cdot y + x \cdot 0) + z$$
$$= (x \cdot y) + z$$
$$= x \cdot y + z$$

$$\cancel{(x+y)\cdot 2 = x+y\cdot 2}$$

$x=1,\ y=1$

$$(1+1)\cdot 2 = 2 \cdot 2$$

$$1+1\cdot 2 = 1+2 = 3$$

$= 4$

La relación de igualdad aparece en el sistema de los números reales. La relación "$a=b$" significa que "a es el mismo elemento que b". Dicho de otra forma, "$a=b$" significa que se estan usando simbolos diferentes para representar el mismo elemento. Además, la relación de igualdad satisface las siguientes propiedades: Sean $a,b,c \in \mathbb{R}$,

I1) Si $a=b$, entonces $b=a$ // Simetría

I2) Si $a=b$ y $b=c$, entonces $a=c$. // Transitividad.

I3) Si $a+c$ denota al número real que resulta de sumar a y c y $a \cdot c$ denota al número real que resulta de multiplicar a y c, entonces $a=b$ implica que:

i) $a+c=b+c$ y ii) $a \cdot c = b \cdot c$.

Propiedades de la igualdad

Sean $a,b,c \in \mathbb{R}$ "Si y sólo si"

1) $a=b \iff a+c=b+c$

2) $a=b \iff a \cdot c = b \cdot c$.

$a+\underline{5} = 8+\underline{5}$

$\iff a = 8$

$a \cdot 2 = 10$

$= 5 \cdot 2$

Consecuencias de las propiedades de los números reales

Teorema: [Ley de la cancelación para la suma y el producto]

i) Si $a, b, c \in \mathbb{R}$ y $a+c=b+c$, entonces $a=b$.

ii) Si $a, b, c \in \mathbb{R}$ con $c \neq 0$ y $a \cdot c = b \cdot c$, ent. $a=b$.

Dem. i) Por hip. sabemos que:

$$a+c=b+c \quad \ldots (1)$$

Como $c \in \mathbb{R}$, por axioma (C6) existe $c_1 \in \mathbb{R}$ t.q.

$$c+c_1=0 \quad \ldots (2)$$

Por propiedades de la igualdad:

$$a+(c+c_1) = (a+c)+c_1 = (b+c)+c_1 = b+(c+c_1)$$

Por asociatividad y propiedades de la igualdad

$$a+(c+c_1) = (a+c)+c_1 = (b+c)+c_1 = b+(c+c_1)$$

$$\Longrightarrow \quad a+(c+c_1) = b+(c+c_1)$$

$$a+0 = b+0$$

Como 0 es el neutro aditivo, se tiene que:

$$a = b.$$

10/Julio/2024

Observación: los elementos 0 y 1 que aparecen en el axioma 3 son únicos. Esto es, el neutro aditivo y el neutro multiplicativo son los únicos números reales que satisfacen: $a+0=a$ y $a\cdot 1=a$ para cualquier número real a.

$$z \in \mathbb{R} \text{ t.q. } z+a=a, \ \forall a \in \mathbb{R} \Rightarrow z=0.$$

"Para todo"

Productos que involucran al cero

Para $a, b \in \mathbb{R}$, se satisfacen las siguientes propiedades:

1) $a\cdot 0 = 0$

"Si y sólo si"

2) $a\cdot b = 0 \iff a=0$ ó $b=0$.

$$\left\{ \begin{array}{l} a=0 \text{ ó } b=2 \\ a=5 \text{ ó } b=0 \\ a=0 \text{ ó } b=0 \end{array} \right.$$

$\Rightarrow$

$\Leftarrow$ ✓

Teorema: Sean $a, b \in \mathbb{R}$.

1) Existe un único número real x tal que: $a + x = b$

2) Si $a \neq 0$, entonces existe un único número real y t.q.

$$a \cdot y = b.$$

$a = 2$ $\quad$ $b = 5$

¿x?

$2 + x = 5$ $\quad$ / $\quad$ $x = 3$

- - - - - - - - - - - - - - - - - - - -

$a = -1$ $\quad$ $b = 4$

¿x?

$-1 + x = 4$ $\quad$ | $\quad$ $x = 5$

$a = 2$, $b = 4$

¿y?

$2 \cdot y = 4$ $\quad$ | $\quad$ $y = 2$.

$a = 8 \quad , \quad b = 2$

¿ y ?

$8 \cdot y = 2$.

$$y = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 0.25.$$

Observación:

i) Para cada $a \in \mathbb{R}$, existe un único $a_1 \in \mathbb{R}$ tal que $a + a_1 = 0$.

ii) Para cada $a \in \mathbb{R}$ con $a \neq 0$, existe un unico $a_2 \in \mathbb{R}$ tal que $a \cdot a_2 = 1$.

Aplicando el Teorema anterior al caso $a \in \mathbb{R}$ y $b = 0$, se obtiene que existe un único número real x tal que

$$a + x = 0$$

i.e. el inverso aditivo de un número real a es único.

$a = 5 \quad , \quad x = -5$

$$5 + (-5) = 0$$

$a = -2$

¿ x ?

$(-2) + x = 0$

Si $x = 2$, ent.

$(-2) + 2 = 0$

$a = 2$

$2\left(\frac{1}{2}\right) = 1$

$a = \frac{3}{2}$ ¿ x ?

$\left(\frac{3}{2}\right) \cdot x = 1$

$\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{6}{6} = 1$

Definición:

•) Si $a \in \mathbb{R}$, denotaremos por $-a$ al único número real que cumple $a + (-a) = 0$ y se le llama el inverso aditivo de a.

••) Si $a \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0$, denotamos por a^{-1} al único número real que cumple $a \cdot a^{-1} = 1$ y se le denomina el inverso multiplicativo de a.

$x \cdot x^{-1} = 1$

Observación: Con esta definición del teorema anterior se tiene que para $a \in \mathbb{R}$,

- El único número real x que satisface la relación $a + x = b$ es $x = b + (-a)$.

- Si ademas $a \neq 0$, entonces el único número real x que satisface la identidad $a \cdot x = b$ es $x = b \cdot a^{-1}$.

$$2 + x = 5$$

$$x = 5 + (-2)$$
$$= 5 - 2$$
$$= 3$$

$$a + x = b$$

$$\Rightarrow (a + x) + (-a) = b + (-a)$$

"entonces"

$$\Rightarrow (x + a) + (-a) = b + (-a)$$

$$\Rightarrow x + (a + (-a)) = b + (-a)$$

0

$$\Rightarrow x + 0 = b + (-a)$$

$$\Rightarrow x = b + (-a)$$

Notación: De ahora en adelante emplearemos la siguiente notación:

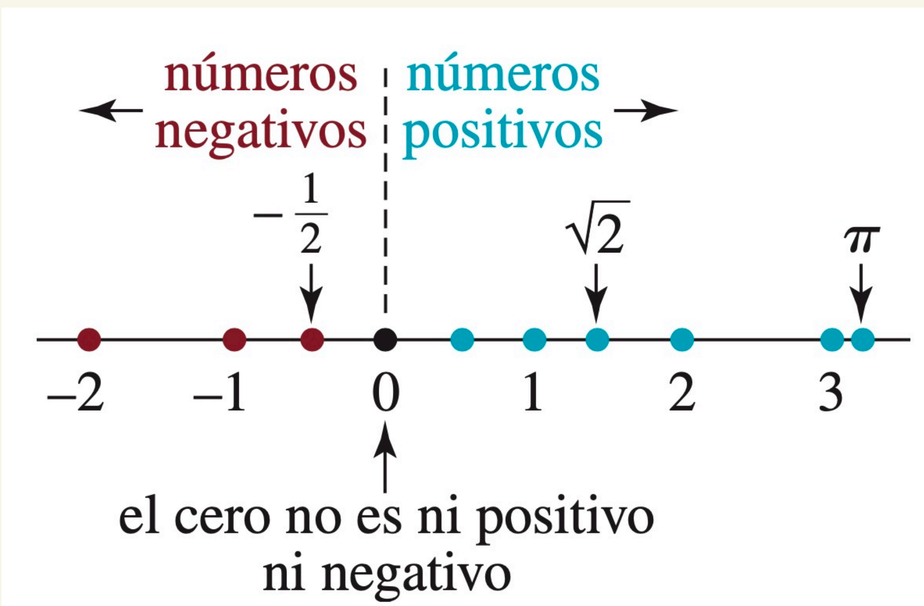
- $a - b := a + (-b)$
- Si $b \neq 0$, $\dfrac{a}{b} := a \cdot b^{-1}$.

$a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$

$$a^{-1} = 1 \cdot a^{-1} = \frac{1}{a} \qquad \Bigg| \qquad a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$5 + (-2) = 5 - 3$$

$$2 \cdot 3^{-1} = \frac{2}{3}$$

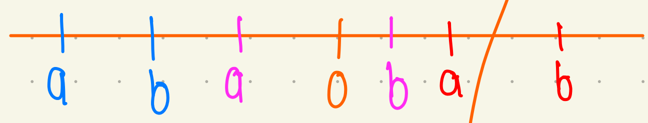


$x \in \mathbb{R}$ es positivo: $x > 0$, $0 < x$.

$x \in \mathbb{R}$ es negativo: $x < 0$, $0 > x$.

"a es estrictamente mas pequeño que b"

Los números reales son ordenados:



Definición: Sean $a, b \in \mathbb{R}$.

- Se dice que **a es menor que b** y se denota por $a<b$ si $b-a$ es número positivo. Geometricamente esto significa que a esta a la izquierda de b en la recta númerica. O bien, lo que es lo mismo, podemos decir que b es mayor que a y se denota como $b>a$.

$$\cancel{\frac{10}{2} < 5}$$

- El símbolo $a \leq b$ (o $b \geq a$) quiere decir que $a<b$ o que $a=b$. y se lee como "a es menor o igual que b".

$$\frac{10}{2} \leq 5$$

Relaciones entre los signos de a y -a

Sea $a \in \mathbb{R}$

1) Si a es positivo, entonces $-a$ es negativo

2) Si a es negativo, entonces $-a$ es positivo.

(2) $a=-1 \Rightarrow -a = 1$

No supongas que $-a$ es un número negativo. Que $-a$ sea negativo o positivo depende del valor de a.

Relaciones entre los signos de a y a^{-1}

Sea $a \in \mathbb{R}$ con $a \neq 0$.

1) Si a es positivo, entonces a^{-1} es positivo

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 4 \\ \Rightarrow a^{-1} = \frac{1}{4} \end{array} \right.$$

2) Si a es negativo, entonces a^{-1} es negativo.

(2) $a = -1 \implies a^{-1} = \frac{1}{-1} = -1$

$$\boxed{a^{-1} = \frac{1}{a}}$$

$(-1)(-1) = 1$ ✓

$a = -2 \implies a^{-1} = \frac{1}{-2}$ ✓

$5 = \frac{5}{1}$

$$a \cdot a^{-1} = \left(\frac{-2}{1}\right)\left(\frac{1}{-2}\right)$$

$$= \frac{(-2)(1)}{1(-2)}$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

$$= \frac{-2}{-2}$$

$$= 1$$

Teorema: Sean $a, b \in \mathbb{R}$ arbitrarios. Se satisfacen cada una de las siguientes proposiciones:

$(-2)(3) = 2(-3) = -(2\cdot 3) = -6$

i) $(-a)\cdot(b) = a\cdot(-b) = -(a\cdot b)$

ii) $(-1)a = a\cdot(-1) = -a$ $\quad (-1)5 = -5.$

iii) Si $a \in \mathbb{R}$, entonces $-(-a) = a$. $\quad -(-2) = 2$

iv) $(-a)\cdot(-b) = a\cdot b$ $\quad (-2)(-4) = 8$

v) $-(a+b) = (-a) + (-b)$ $\quad -(2+5) = (-2)+(-7)$

$= -7$

vi) Si $a \in \mathbb{R}$ y $a \neq 0$, entonces $(a^{-1})^{-1} = a$.

vii) Si $a \neq 0$ y $b \neq 0$, entonces $a\cdot b \neq 0$ y $(a\cdot b)^{-1} = a^{-1}\cdot b^{-1}$

(vi) $\quad a = 2 \Rightarrow a^{-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow \underbrace{(a^{-1})}_{b}{}^{-1} =$

$$(a^{-1})^{-1} = b^{-1} = \frac{1}{b} = \frac{1}{a^{-1}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)} =$$

$$\frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{1} \div \frac{1}{2} = \frac{2}{1} = 2$$

vii) Si $a = 2$ y $b = 3$

$$(a \cdot b)^{-1} = (2 \cdot 3)^{-1} = 6^{-1} = \frac{1}{6}$$

$$a^{-1} \cdot b^{-1} = 2^{-1} \cdot 3^{-1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

Leyes de los signos

- $(+)(+) = +$
- $(+)(-) = -$
- $(-)(+) = -$
- $(-)(-) = +$

Escriba cada enunciado en términos de desigualdades.

$b \leq 8$

1. x es positivo
2. t es menor a 4
3. a es mayor o igual a π
4. z es mayor a 1
5. b es como máximo 8
6. 5 es menor o igual que x

$$1 \leq x \leq 5 \iff 1 \leq x \quad y \quad x \leq 5$$

Intervalo de los números reales que son mayores o iguales que 1 y menores o iguales que 5.

Suma y resta de números con signo.

1) los números con signos iguales se suman y se coloca el signo de los sumandos

2) Los números con signos distintos se restan y se escribe el resultado con el signo del número mayor en valor absoluto.

Signos de agrupación.

los signos de agrupación delimitan operaciones entre números:

Parentesis ( )

Llaves { }

Corchetes [ ]

Leyes de los signos para la división

•) $\dfrac{+}{+} = +$

••) $\dfrac{+}{-} = -$

•••) $\dfrac{-}{+} = -$

••••) $\dfrac{-}{-} = +$

Reescriba la expresión usando la propiedad de los números reales.

1. Propiedad conmutativa para la suma, $x + 3 =$
2. Propiedad asociativa para la multiplicación, $7(xy) =$
3. Propiedad distributiva, $4(a + b) =$
4. Propiedad distributiva, $5x + 5y =$

Utiliza propiedades de los números reales para escribir la expresión sin parentesis

$(-a)b = -(a \cdot b)$

1. $3(x+y)$
2. $4(2m)$
3. $\frac{4}{2}(2x-4y)$ $= 4x - 0\,y$
4. $(a-b)8$
5. $\frac{4}{3}(-6x)$ $= \left(\frac{4}{3} \cdot (-6)\right) \cdot x = -8x$
6. $-\frac{1}{2}(4x-2y)$ $= -\frac{1}{2} \cdot 4x - \left(-\frac{1}{2}\right) 2y$
7. $3a(b+c-2d)$ $= -\left(\frac{1}{2} \cdot 4\right)x + \left(\frac{1}{2} \cdot 2\right)y$

$= -(1)x + 1 \cdot y$

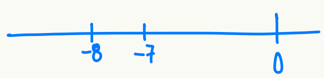
$= x + y.$

Escriba cada enunciado en términos de desigualdades.

1. x es positivo
2. t es menor a 4
3. a es mayor o igual a π
4. z es mayor a 1
5. b es como máximo 8
6. 5 es menor o igual que x

Compara las siguientes cantidades y coloca los símbolos: $>$, $<$ o $=$, según corresponda.

1. $-7 \underline{\ >\ } -8$



2. $-35 \underline{\ <\ } 32$
3. $-844.5 \underline{\ <\ } 0$
4. $-483 \underline{\ <\ } -480$
5. $\frac{8}{4} \underline{\ =\ } 2$
6. $-\frac{7}{3} \underline{\ <\ } 1.5$

Si x es positivo y y es negativo, determine el signo del número real:

1. $10x$
2. $-x$
3. $-y$
4. $(-2)x$
5. $100y$ $-$
6. $(-3)y$
7. xy $-$
8. $\dfrac{x}{y}$ $-$
9. $\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}$ $-$
10. $x \cdot x$ $+$
11. $y \cdot y$ $+$
12. $\dfrac{2x}{y}$ $-$

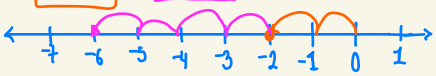
Suma y resta de números con signo.

1) los números con signos iguales se suman y se coloca el signo de los sumandos

2) Los números con signos distintos se restan y se escribe el resultado con el signo del número mayor en valor absoluto.

Ejercicios: Simplifica cada una de las siguientes expresiones:

1) $\boxed{-2}+\boxed{(-4)}=-6$



2) $6+(-4)$

3) $7-2$

4) $7-(-4)=7+4=11$

5) $-5-(-13)$

6) $-5-(-13)=-5+13$
$=8$

7) $-(-a)+b=+a+b$
$=a+b$

8) $(-2)(9)$

9) $7(-9)$

10) $(-2)(-12)=+24$
$=24$

11) $19(-1)$

12) $\dfrac{-1}{-1}$

13) $-(-6+x)=6-x$

14) $-7x$

15) $-12(x-y)$

16) $-[-6+(-y)]$
$=-[-6-y]$
$=6+y$

17) $\dfrac{-3}{3\cdot 9}$

18) $-9\div 27$

19) $\boxed{(-a)\div(-b)}=\dfrac{-a}{-b}$
$=\dfrac{a}{b}$

20) $2(-6+2)$
$=-12+4$
$=-8$

$=2(-4)$
$=-8$

21) $3(-2(3)+6(2))$
$=3(-6+12)$
$=3(6)=18.$

22) $(-a)(-b)(-1)$
$=a\cdot b\cdot(-1)$
$=-a\cdot b.$

23) $(-12)(-12)$

24) $3(x-4)$

25) $4(5+x)$

26) $-(x-y)$

27) $0\cdot(-x)$

Exponentes

Definición: Sea $a \in \mathbb{R}$ y $n \in \mathbb{N}$. Se define la n-ésima potencia de a como:

Exponente

Potencia.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n\text{ - veces}}$$

base

Observación: [Exponente 0 o exponentes negativos]

Si $a \neq 0$ y $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

$\{0, 1, 2, \ldots\}$

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$

$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$. Conjunto de los números enteros.

- $a^0 = 1$
- $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

i) $5^{-2} = \dfrac{1}{5^2}$

ii) $8^{-4} = \dfrac{1}{8^4}$

$$(a^{-1})^{-1} = \frac{1}{a^{-1}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{a^{1}}\right)} = \frac{1}{\left(\frac{1}{a}\right)} = a.$$

¡Cuidado!

- $(-3)^2 = (-3)(-3) = 9$
- $-3^2 = -[3 \cdot 3] = -9$

$\Longrightarrow$ ¡ $(-3)^2 \neq -3^2$!

Propiedades de los exponentes: [Leyes de los exponentes]

1. $$\boxed{a^m \cdot a^n = a^{m+n}}$$

"El producto de potencias con la misma base es igual a la base elevada a la suma de los exponentes"

$$\underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{m\text{-veces}} \cdot \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n\text{-veces}} = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a \times \cdots \times a}_{m+n\text{-veces.}}$$

$$= a^{m+n}.$$

$$2^3 \cdot 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \cdot 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$$

2. $a \neq 0$, $$\boxed{\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}}$$

"El cociente de potencias con la misma es igua a la base elevada a la diferencia de los exponentes"

③ $$\boxed{(a^m)^n = a^{m\cdot n}}$$

$$(a^m)^n = (a^n)^m$$

i) $(2^3)^2 = 2^{3\cdot 2} = 2^6$

ii) $((-1)^3)^2 = (-1)^6 = 1$

④ $$\boxed{(a\cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$$

⑤ $$\boxed{b \neq 0, \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}}$$

⑥ $$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \frac{\left(\frac{1}{1}\right)}{\left(\frac{a^n}{b^n}\right)} = \frac{1\cdot b^n}{1\cdot a^n} = \frac{b^n}{a^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

⑦ $$\boxed{\frac{a^{-m}}{b^{-n}} = \frac{b^n}{a^m}}$$

$$\frac{a^{-m}}{b^{-n}} = \frac{\left(\frac{1}{a^m}\right)}{\left(\frac{1}{b^n}\right)} = \frac{1\cdot b^n}{1\cdot a^m} = \frac{b^n}{a^m}$$

Suma de fracciones

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a\cdot d \pm bc}{b\cdot d}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{1\cdot 5 + 2\cdot 3}{2\cdot 5} = \frac{5+6}{10} = \frac{11}{10}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{4} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$$

$$\frac{3}{8} - \frac{4}{5} = \frac{15 - 32}{40} = \frac{-17}{40}$$

$$\frac{5}{2} + \frac{7}{2} = \frac{24}{4} = 6$$

$$= \frac{5+7}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

Tienen el mismo denominador.

Suma de fracciones con el mismo denominador

$$\boxed{\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}}$$

Obs. $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{6}{10}$

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} = \frac{5}{10} + \frac{6}{10} = \frac{5+6}{10} = \frac{11}{10}.$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10}$$

Producto de fracciones

$$\left(\frac{a}{b}\right) \cdot \left(\frac{c}{d}\right) = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Cociente (división) de fracciones

$$\left(\frac{a}{b}\right) \div \left(\frac{c}{d}\right) = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

$$\frac{\left(\frac{a}{b}\right)}{\left(\frac{c}{d}\right)} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Propiedades de las fracciones:

1. $\boxed{a = \frac{a}{1}}$

$$a \cdot \frac{1}{b} = \frac{a}{1} \cdot \left(\frac{1}{b}\right) = \frac{a \cdot 1}{1 \cdot b} = \frac{a}{b}$$

2. Si $b \neq 0$, $\frac{a}{b} = a \cdot \left(\frac{1}{b}\right)$

3. $\boxed{-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}}$, donde $b \neq 0$

$$-x = (-1) \cdot x$$

4. $\boxed{\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}}$ donde $b \neq 0$

5. $\boxed{\frac{0}{b} = 0}$ donde $b \neq 0$ ¡ $\cancel{\frac{x}{0}}$

6. Si $b \neq 0$, $\boxed{\frac{b}{b} = 1}$ "Todo número distinto de 0 dividido entre sí mismo es igual a 1"

7. Si $b \neq 0$, $\boxed{b \cdot \left(\frac{a}{b}\right) = a}$

8. Si $b \neq 0$, $\boxed{b \cdot \left(\frac{1}{b}\right) = 1}$

9) Si $c \neq 0$, $\boxed{\dfrac{a \cdot b}{c} = \left(\dfrac{a}{c}\right) \cdot b = a \cdot \left(\dfrac{b}{c}\right)}$

$$\frac{x \cdot y^2}{y} = x \cdot \left[\frac{y^2}{y}\right] = x \cdot y^{2-1} = x \cdot y.$$

10) Si $a, b \neq 0$, $\boxed{\dfrac{c}{a \cdot b} = \dfrac{c}{a} \cdot \dfrac{1}{b} = \dfrac{1}{a} \cdot \left(\dfrac{c}{b}\right)}$

Ejercicios: Simplifica las siguientes expresiones.

1. $\frac{5}{1} = 5$

2. $\frac{14 \cdot x}{21 \cdot y}$, $y \neq 0$.

$$\frac{14 \cdot x}{21 \cdot y} = \left(\frac{14}{21}\right) \cdot \left(\frac{x}{y}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{x}{y} = \frac{2 \cdot x}{3 \cdot y}$$

$\cancel{1}$, 2, 3, $\cancel{4}$, 5, $\cancel{6}$, 7, $\cancel{8}$, $\cancel{9}$, $\cancel{10}$, 11, $\cancel{12}$, ...

Definición: Un número entero positivo es primo si tiene únicamente dos divisores el 1 y el mismo número.

Un divisor es un número que lo divide de forma exacta sin usar punto decimal.

Los primeros números primos son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, ...

$$14 = 2 \cdot 7 \qquad 21 = 3 \cdot 7 \quad \Longrightarrow \quad \frac{14}{21} = \frac{2 \cdot \cancel{7}}{3 \cdot \cancel{7}} = \frac{2}{3}$$

3. $a \neq 0$, $5a \cdot \left(\frac{7}{5 \cdot a \cdot b}\right) = \frac{5a}{1} \cdot \left(\frac{7}{5ab}\right) = \frac{\cancel{5} \cdot 7 \cdot \cancel{a}}{\cancel{5} \cdot \cancel{a} \cdot b} = \frac{7}{b}$

Jerarquía de operaciones:

Indica el orden en el que se deben realizar las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, potencia y raíz, así como signos de agrupación. De esta forma se garantiza que se obtendrá el resultado correcto.

1. Signos de agrupación: Los ***signos de agrupación*** son: Llaves { }, Corchetes [ ], Paréntesis ( )
2. Potencias y raíces
3. Multiplicación y división
4. Suma y resta

Cuando se encuentran dos o mas operaciones del mismo nivel se realizan de izquierda a derecha como se vayan presentando.

Ejercicio 3.1. Efectua las siguientes operaciones:

1. $7 \times 2 + 8 \div 4 - 3 \times 2$
2. $12 \div 4 \times 3 + 18 \div 9 \times 3 - 4 \times 3$
3. $(10 - 2) \div 2 \times 3 + (8 + 6)(7 - 2) - 12 \times 2 \div 8$
4. $(6 + 2) \times (7 - 4) \div (14 - 2) + (12 - 8) \times (7 + 3) \div (10 - 2)$
5. $12^2 \div \sqrt{16} \div \sqrt{81} + 5^2 \times 6 \div 3$
6. $\sqrt{13^2 - 12^2} + (6 - 4)^2 \times 8 - \sqrt{(10 - 8)^2}$
7. $2 + \{8 \times (8 - 6) + [(3 + 4) \div 7 - 5 \times 6 \div 10 - 5\}$

1. $7 \times 2 + 8 \div 4 - 3 \times 2$

$= 14 + 8 \div 4 - 3 \times 2$

$= 14 + 2 - 6$

$= \underline{10}$

$(10 - 2) \div 2 \cdot 3 = 8 \div 2 \cdot 3 = 12$

6

$5 \div (\overset{5}{\cancel{15 - 10}}) \cdot 2 = 5 \div 5 \cdot 2 = 2.$

2. $\overset{3}{\cancel{12 \div 4}} \times 3 + 18 \div 9 \times 3 - 4 \times 3$

$= \overset{9}{\cancel{3 \times 3}} + 18 \div 9 \times 3 - 4 \times 3$

$= 9 + \overset{2}{\cancel{18 \div 9}} \times 3 - 4 \times 3$

$= 9 + \overset{6}{\cancel{2 \times 3}} - \overset{12}{4 \times 3}$

$= 9 + 6 - 12$

$= \underline{3}$

Radicales

Definición: [Exponentes racionales].

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$$

Obs

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

$$a^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{a^5}$$

$$2^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{2^1} = \sqrt{2}$$

$$3^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{3^3} = \sqrt{27}$$

ojo En general, no se cumple:

$$\cancel{\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}}$$

$$5 = \sqrt{25} = \sqrt{16+9} \underset{¿?}{\cancel{=}} \sqrt{16} + \sqrt{9} = 4 + 3 = 7$$

$$\Rightarrow 5 = 7 \;?!$$

Propiedades de los radicales

① $$\boxed{\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}}$$

Si n es impar $\Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = a$

$$\sqrt{36} = \sqrt{9 \cdot 4} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6$$

$$\sqrt[3]{-216} = \sqrt[3]{-2^3 \cdot 3^3} = \sqrt[3]{-2^3} \cdot \sqrt[3]{3^3} = \sqrt[3]{(-2)^3} \cdot \sqrt[3]{3^3} = (-2) \cdot 3 = -6$$

$$-2^3 = (-1)\,2^3 = (-1)^3\,2^3 = [(-1) \cdot 2]^3 = (-2)^3$$

$$-a \cdot b = (-a)(b) = a \cdot (-b)$$

216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$$\Rightarrow 216 = 2^3 \cdot 3^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{-216} = -6$$

(2) $\boxed{\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \left(\frac{a}{b}\right)^{1/n} = \frac{a^{1/n}}{b^{1/n}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{81}} = \frac{\sqrt[4]{2^4}}{\sqrt[4]{3^4}} = \frac{|2|}{|3|} = \frac{2}{3}$$

$\boxed{\text{Si } n \text{ es par, } \Rightarrow \sqrt[n]{a^n} = |a|}$

$$\begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \Rightarrow 81 = 3^4$$

$$\Rightarrow 16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$$

$$|x| = \begin{cases} x & \text{Si } x \geq 0 \\ -x & \text{Si } x < 0 \end{cases}$$

$|5| = 5$, $|-1| = -(-1) = 1$

$$\therefore \sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \frac{2}{3}$$

③ $\boxed{\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m\cdot n]{a}}$

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n} \Rightarrow \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m]{a^{1/n}}$$

$$= \left(a^{1/n}\right)^{1/m}$$

$$(a^n)^m = a^{n\cdot m}$$

$$= a^{\frac{1}{n}\cdot\frac{1}{m}}$$

$$= a^{\frac{1}{n\cdot m}}$$

Índice de la raiz

$$\boxed{\sqrt[2]{x} = \sqrt{x}}$$

Radicando.

$$= \sqrt[n\cdot m]{a}$$

$$\sqrt{\sqrt[3]{729}} = \sqrt[6]{729} = \sqrt[6]{3^6} = |3| = 3.$$

729	3
243	3
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$\therefore \boxed{\sqrt{\sqrt[3]{729}} = 3}$

$$\Rightarrow 729 = 3^6$$

(4) (•) Si n es impar, ent. $\boxed{\sqrt[n]{a^n} = a}$

(••) Si es par, ent. $\boxed{\sqrt[n]{a^n} = |a|}$

= Errores comunes =

Propiedad correcta para el producto | **Error común para la suma**

(1) $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$ | $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2 \cdot a \cdot b + b^2$

(2) Sup. que $a, b \geq 0$.

$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ | $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

(3) Sup. que $a, b \geq 0$

$$\sqrt{a^2 \cdot b^2} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{b^2} = |a| \cdot |b| = a \cdot b$$

$\sqrt{a^2 + b^2} \neq a + b$

$\sqrt{(a+b)^2} = |a+b| = a+b$

4. $\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b} = \frac{1}{a \cdot b}$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \neq \frac{1}{a+b}$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{a \cdot b}$

5. Sup. que $b \neq 0$,

$\frac{a \cdot b}{b} = a$

$\frac{a+b}{b} \neq a$

6. Sup. que $a, b \neq 0$

$(a \cdot b)^{-1} = a^{-1} \cdot b^{-1}$

$(a+b)^{-1} \neq a^{-1} + b^{-1}$

Ejercicios. Propiedades de los números reales

Ejercicio 1.1.

Sean $x, y, z \in \mathbb{R}$. Establezca cual o cuales axiomas de los números reales justifican cada una de las siguientes igualdades:

1. $(6+8)x = x(6+8)$
2. $(x+3)y+2 = (x \cdot y + 3 \cdot y) + 2$
3. $(3+5)+2 = 3+(5+2)$
4. $(2+3)+5 = 2+(3+5)$
5. $[(1)(2)](3) = [(2)(1)](3)$
6. $(x+y)+3 = (y+x)+3$
7. $(1+2)(-3) = 1(-3)+2(-3)$
8. $[(w+3)2]z = [2(w+3)]z$

9. $(-13+z)(2)+7=[z+(-13)](2)+7$
10. $(a-b)+[-(a-b)]=0$
11. $(3+4)(5+2)=(3+4)5+(3+4)2$
12. $x(y+0)+z=xy+z$
13. $(x+2)+[-(x+2)]=0$
14. $2(x+y)=2x+2y$
15. $(x+5)+y=y+(x+5)$
16. $2(3z)=(2\cdot 3)z$
17. $y+(x+y)=(y+x)+y$
18. $5(4+7)=5(7+4)$
19. $(8+a)b=8b+ab$
20. $(-1)[-3+4]=(-1)[-3]+(-1)[4]$

Ejercicio 1.2.

Reescriba la expresión usando la propiedad de los números reales.

1. Propiedad conmutativa para la suma, $x + 3 =$
2. Propiedad asociativa para la multiplicación, $7(xy) =$
3. Propiedad distributiva, $4(a + b) =$
4. Propiedad distributiva, $5x + 5y =$

Ejercicio 1.3.

Utiliza propiedades de los números reales para escribir la expresión sin parentesis

1. $3(x + y)$
2. $4(2m)$
3. $\dfrac{4}{2}(2x - 4y)$
4. $(a - b)8$
5. $\dfrac{4}{3}(-6x)$
6. $-\frac{1}{2}(4x - 2y)$
7. $3a(b + c - 2d)$

Ejercicio 1.4.

Escriba cada enunciado en términos de desigualdades.

1. x es positivo
2. t es menor a 4
3. a es mayor o igual a π
4. z es mayor a 1
5. b es como máximo 8
6. 5 es menor o igual que x

Ejercicio 1.5.

Compara las siguientes cantidades y coloca los símbolos: $>, <$ o $=$, según corresponda.

1. $-7 \_\_\_ -8$
2. $-35 \_\_\_ 32$
3. $-844.5 \_\_\_ 0$
4. $-483 \_\_\_ -480$

5. $\frac{8}{4}$ ___ 2

6. $-\frac{7}{3}$ ___ 1.5

Ejercicio 1.6.

Si x es positivo y y es negativo, determine el signo del número real:

1. $10x$
2. $-x$
3. $-y$
4. $(-2)x$
5. $100y$
6. $(-3)y$
7. xy
8. $\frac{x}{y}$
9. $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$

10. $x \cdot x$

11. $y \cdot y$

12. $\dfrac{2x}{y}$

Ejercicio 1.7.

Simplifique cada una de las siguientes expresiones:

1. $-2 + (-4)$
2. $-6 + 2$
3. $6 + (-4)$
4. $7 - 2$
5. $7 - (-4)$
6. $-5 - (-13)$
7. $-a - (-b)$
8. $(-2)(-12)$
9. $-[-6 + (-y)]$

10. $(-2)(9)$
11. $(-2)(-12)$
12. $-12(x-y)$
13. $-(-6+x)$
14. $\dfrac{-3}{3\cdot 9}$
15. $\dfrac{-9}{27}$
16. $b\neq 0, \dfrac{-a}{-b}$
17. $(-12)(-12)$
18. $2(-6+2)$
19. $4(5+x)$
20. $-(x-y)$
21. $0\cdot x$
22. $3(-2(3)+6(2))$
23. $\dfrac{5}{1}$
24. $y\neq 0, \dfrac{14x}{21y}$
25. $2x$

25. $\dfrac{}{-2}$

26. $x \neq 0, \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{2x}$

27. $\dfrac{2}{x} \cdot \dfrac{x}{2}$, siempre que $x \neq 0$

28. $a, b \neq 0, 5a \cdot \dfrac{7}{5a \cdot b}$

29. $a, x \neq 0, \dfrac{-abx}{ax}$

30. $\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3}$

31. $\dfrac{5}{12} + \dfrac{3}{4}$

32. $\dfrac{3}{10} - \dfrac{7}{10}$

33. $\dfrac{2}{3} - \dfrac{3}{8}$

Ejercicio 1.8.

Realice las siguientes operaciones

1. $-2+6$
2. $-6-(-2)$
3. $-(-5)-(-9)$
4. $15+(-8)$
5. $-6-(-5)$
6. $-7+4$
7. $-9+11$
8. $-20+15$
9. $15-23$
10. $49-35$
11. $-8+8$
12. $-14+25$
13. $105-143$
14. $-2-5+8$
15. $-13-15+6+11$
16. $-6-10-3+12+13+14$
17. $(-8)+(-3)$
18. $(8+5)-(-13+2)$
19.

19. $(-5-9)-(8-7)$

20. $15-(4+6)+(-3-7)$

21. $6-(-8)$

22. $-14-(-10)$

23. $(-6)+(-3)-(-11)$

24. $(6-8)+(5-2)$

25. $-(-2+5)$

26. $-3+[4-(5-3)]$

27. $-3+[4-26-3+4(5-7)+3]$

28. $-3+[4-5-2+1]$

29. $10+6-(9-10)+5$

30. $5-[3-(8-7+1)+(4-3)]$

31. $(8-3)-(-4+6)+(2-7-3)+5$

32. $(-8+6)-(-3-2)+[4-(-2-1)]$

33. $(9+5)-(8+5)+(13+11)$

34. $(8-25)-(8+5)+(13+11)$

35. $-(5-7)+(6+4)-(4+7)$

36. $-(-7-2)+(6+4)-(-3)-4$

37. $1-(-3-2+8)+(2+3+1)$

38. $4-\{6+[-5+(12-8)]\}$

39. $-5+\{4+[3-(4-8)+(-5-10)]\}$

40. $-[(8+3)-(5-1)]+[(8-3)-(5-1)]$

41. $\{9-[2-(1-5)]\}-[4-(5-4)+(-5)]$

42. $3(4-2)-5(1-4)-(8+9)$

43. $-6-(-2-7)+(2-1)$

44. $2(7-4)+3(1-5)+8$

45. $-4(2-3-1)+2(8-5)+3(4-5)$

46. $-6+\{3-[4-2(4-7)]\}$

Ejercicio 1.9.

Realice las siguientes operaciones:

1. $\dfrac{1}{3}+\dfrac{5}{3}$

2. $\dfrac{3}{8}+\dfrac{1}{8}$

3. $\dfrac{4}{9}+\dfrac{5}{9}+\dfrac{2}{9}$

4. $\dfrac{7}{6}+\dfrac{5}{6}+\dfrac{1}{6}$

5. $\dfrac{3}{7}+\dfrac{2}{7}\cdot\dfrac{6}{7}$

6. $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}$

7. $\dfrac{2}{3}+\dfrac{5}{6}$

8. $\dfrac{5}{10}+\dfrac{3}{2}$

9. $\dfrac{7}{24}+\dfrac{11}{30}$

10. $\dfrac{5}{8}-\dfrac{1}{4}$

M.C.M [Mínimo Común Múltiplo]

5 : 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, ...

8 : 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, ...

$\Longrightarrow$ M.C.M $(5,8)=40$

5	5
1	

$\Rightarrow 5=5$

8	2
4	2
2	2
1	

$\Rightarrow 8=2^3$

M.C.M $(5,8)=5\cdot 2^3=5\cdot 8=40$

$$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}$$

12	24	2
6	12	2
3	6	2
3	3	3
1	1	

M.C.M $(12,24)=2^3\cdot 3$
$=24$

11. $\dfrac{5}{12}-\dfrac{7}{24}=\dfrac{10-7}{24}=\dfrac{3}{24}=\dfrac{1}{8}$

12. $\dfrac{11}{64}-\dfrac{5}{8}=\dfrac{11-40}{64}=\dfrac{-29}{64}$

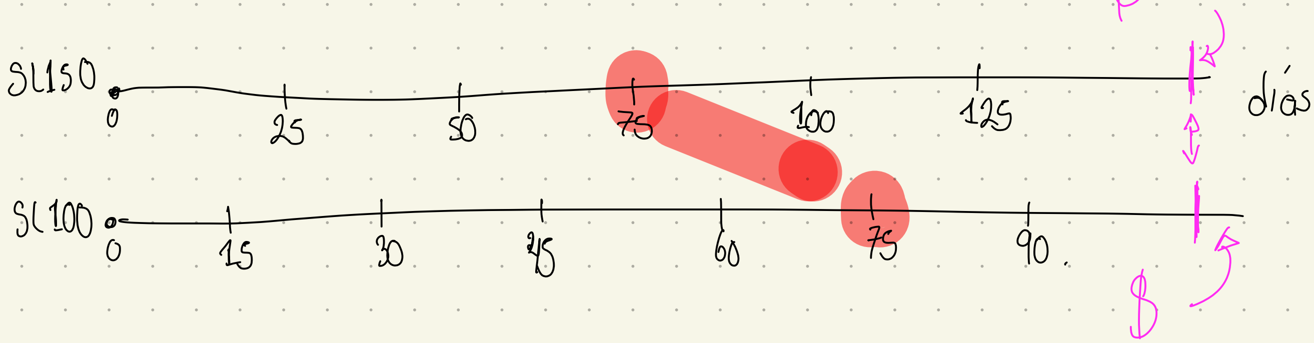
$=\dfrac{88-320}{512}=\dfrac{-232}{512}=\dfrac{-116}{256}=\dfrac{-58}{128}=\dfrac{-29}{64}$

13. $\dfrac{2}{5}\cdot\dfrac{10}{8}$

14. $\dfrac{5}{4}\cdot\dfrac{2}{7}$

\$ 150 : 25 días $\xRightarrow{75 \text{ días}}$ 3 recargas : \$ 450

\$ 100 : 15 días $\Longrightarrow$ 5 recargas : \$ 500



15	3
5	5
1	

$$25 = 5^2$$

$$\Rightarrow 15 = 3 \cdot 5$$

$$M.C.M(15, 25) = 3 \cdot 5^2 = 75$$

$$\frac{3}{8} + \frac{7}{12} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} + \frac{7 \cdot 2}{12 \cdot 2} = \frac{9}{24} + \frac{14}{24} = \frac{23}{24}$$

8	12	2
4	6	2
2	3	2
1	3	3
1	1	

$$\Longrightarrow MCM(8, 12) = 2^3 \cdot 3 = 24$$

$$\frac{3}{8} + \frac{7}{12} = \frac{9 + 14}{24} = \frac{23}{24}$$

15. $\frac{3}{6} \cdot \frac{2}{9}$

16. $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{3}$

17. $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6}$

18. $\frac{2}{3} \div \frac{4}{5}$

19. $\frac{1}{6} \div \frac{2}{3}$

20. $\frac{6}{8} \div \frac{1}{4}$

21. $\frac{13}{9} \div \frac{4}{3}$

22. $\frac{5}{12} \div \frac{5}{6}$

23. $\frac{7}{8} \div \frac{21}{16}$

24. $\frac{4}{3} \div \frac{5}{30}$

25. $\frac{28}{7} \div \frac{4}{5}$

26. $\frac{1}{2} \div 2$

Ejercicio 1.10.

Realice las siguientes operaciones:

1. $2\left(\frac{5}{4}-\frac{1}{2}\right)+3\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)$

2. $\frac{5}{4}\div\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)$

3. $\left(\frac{7}{2}\right)2-\left(\frac{5}{14}\right)4$

4. $3\left(\frac{3}{4}\right)+\frac{1}{2}$

5. $\left(\frac{3}{8}\right)(4-2)+\left(\frac{5}{16}\right)(8-4)$

6. $\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{6}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)$

$= \frac{1+2+3+6}{12}$

$= \frac{12}{12} = 1$

$\left(\frac{3}{4}\right)\cdot 1 = \frac{3}{4}$

7. $\left(\frac{5}{8}\right)\left(\frac{1}{10}+\frac{2}{5}-\frac{1}{2}\right)$

8. $\left(\frac{7}{10}\right)\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}-\frac{1}{3}\right)$

1.11. Ejercicio

Indica si las siguientes fracciones son equivalentes:

1. $\frac{2}{5}, \frac{6}{15}$
2. $\frac{3}{8}, \frac{48}{17}$
3. $\frac{1}{6}, \frac{12}{72}$
4. $\frac{4}{9}, \frac{28}{72}$
5. $\frac{18}{24}, \frac{6}{8}$
6. $\frac{80}{15}, \frac{18}{3}$

1.12. Ejercicio

Compare las siguientes parejas de números mediante la relación de orden mediante alguna de las relaciones de orden: $>, <, \geq, \leq$

1. $120000 \_\_\_ 12000$
2. $-1000000 \_\_\_ -100000$
3. $-\frac{7}{3} \_\_\_ 1.5$
4. $-\frac{1273}{9} \_\_\_ 0.5$
5. $15 \_\_\_ 3$
6. $-9 \_\_\_ 0$
7. $-\frac{1}{2} \_\_\_ -1$
8. $-6 \_\_\_ -10$
9. $\frac{10}{2} \_\_\_ \frac{12}{13}$
10. $\frac{2}{3} \_\_\_ 0.67$
11. $\frac{4}{3} \_\_\_ 1.33$
12. $\frac{2}{3} \_\_\_ -0.67$
13. $-2 \_\_\_ -7$
14. $-\frac{1}{7} \_\_\_ -0.143$

15. $-\dfrac{7}{15}$ ___ $-\dfrac{5}{11}$

16. $-\pi$ ___ -3

17. π ___ 3.14

18. 8 ___ 9

19. π ___ $\dfrac{5\pi}{5}$

20. 2.5 ___ $-\dfrac{5}{2}$

21. -3 ___ $-\dfrac{7}{2}$

22. 0.333 ___ $\dfrac{1}{3}$

Ejercicio 1.13.

Realiza las siguientes operaciones respetando la jerarquía de operaciones:

1. $7 \times 2 + 8 \div 4 - 3 \times 2$

2. $12 \div 4 \times 3 + 18 \div 9 \times 3 - 4 \times 3$

3. $(10-2) \div 2 \times 3 + (8+6)(7-2) - 12 \times 2 \div 8$
4. $(6+2) \times (7-4) \div (14-2) + (12-8) \times (7+3) \div (10-2)$
5. $12^2 \div \sqrt{16} \div \sqrt{81} + 5^2 \times 6 \div 3$
6. $\sqrt{13^2 - 12^2} + (6-4)^2 \times 8 - \sqrt{(10-8)^2}$
7. $2 + \{8 \times (8-6) + [(3+4) \div 7 - 5 \times 6 \div 10 - 5]\}$

1.14.Ejercicio

Simplifica cada una de las siguientes expresiones:

1. $(-4)^2$
2. -5^3
3. $(2)^{-5}$
4. $(-1)^8$
5. $(-3)^3$
6. $(-1)^10$
7. $(-3)^4$

8. -2^{-5}

9. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

10. $\left(-\frac{1}{4}\right)^{4}$

11. $\left(\frac{1}{3}\right)^{3}$

12. $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}$

13. $\left(\frac{7}{3}\right)^{2}$

14. $\left(\frac{5}{9}\right)^{3}$

15. $-(-1+3)^2$

16. $(3-1)^2$

17. $(5+11)^2$

18. $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)^{3}$

19. $\left(5+\frac{1}{4}\right)^{2}$

20. $\left(\frac{1}{10}+1\right)^{3}$

$(2^2)^{3/2}\cdot 2^{-1} = 2^3\cdot 2^{-1} = 2^2$

21. $3^2\cdot 3^{-3}\cdot 3^{\frac{7}{3}}$

22. $\left(4^{\frac{3}{2}}\cdot 3^{\frac{1}{3}}\right)\left(2^{-1}\cdot 3^{-\frac{7}{3}}\right) = 4^{3/2}\cdot 2^{-1}\; 3^{1/3}\cdot 3^{-7/3} = 2^2\cdot 3^{-2} = 4\cdot\left[\frac{1}{3^2}\right]$

$3^{\frac13-\frac73} = 3^{-2}$

$= \frac{4}{9}$

23. $\left(2^7\cdot 3^{-4}\right)\left(2^{-5}\cdot 4^4\right)$

24. $\sqrt{16}$

25. $\sqrt{64}$

26. $\sqrt{\frac{4}{9}}$

$(-1)^5=-1$ $\quad (a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n$

27. $\sqrt[4]{9}$

$-2^5 = (-1)2^5 = (-1)^5 2^5 = [(-1)\cdot 2]^5 = (-2)^5$

28. $\sqrt[3]{-64}$

29. $\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{-2^5} = \sqrt[5]{(-2)^5} = (-2)^{\frac{5}{5}} = (-2)^1 = -2.$

30. $\sqrt[4]{256}$

31. $\sqrt[6]{\frac{1}{64}}$

$28 = 2^2\cdot 7$ $\quad \sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a\cdot b}$ $\quad a^n\cdot b^n = (a\cdot b)^n$

32. $\sqrt{7}\cdot\sqrt{28} = \sqrt{7}\cdot\sqrt{2^2\cdot 7} = \sqrt{7\cdot 2^2\cdot 7} = \sqrt{2^2\cdot 7^2} = \sqrt[2]{(2\cdot 7)^2} = (2\cdot 7)^{2/2} = (2\cdot 7)^1 = 2\cdot 7 = 14$

$= \sqrt{2^2}\cdot\sqrt{7^2} = 2^{2/2}\cdot 7^{2/2} = 2^1\cdot 7^1 = 2\cdot 7 = 14$

33. $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2^2\cdot 7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2^2}\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{2^{2/2}\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$

$= 2\cdot\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

34. $\sqrt[4]{24}\cdot\sqrt[4]{54}$

$= \frac{2\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2}$

$= \frac{2\cdot\sqrt{21}}{3} = \frac{2}{3}\cdot\sqrt{21}.$

35. $\left(\frac{4}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$

36. $(-32)^{\frac{2}{5}}$

37. $-32^{\frac{2}{5}}$

$-\frac{a}{b} = \frac{-a}{b} = \frac{a}{-b}$

$\left(\frac{(-3)}{2}\right)^3$

$3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{\cancel{3} \cdot 2}{\cancel{3}} = 2$

38. $\left(-\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{-27}{8}\right)^{2/3} = \left(-\frac{3^3}{2^3}\right)^{2/3} = \left(\frac{(-3)^3}{2^3}\right)^{2/3} = \left[\left(\frac{-3}{2}\right)^3\right]^{2/3} = \left(\frac{-3}{2}\right)^{3 \cdot \frac{2}{3}} = \left(\frac{-3}{2}\right)^2 = \frac{(-3)^2}{2^2} = \frac{9}{4}$

39. $\left(\frac{25}{64}\right)^{-\frac{3}{2}}$

40. $\frac{6^7}{6^4}$

41. $\frac{5^8}{5^{10}}$

$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

$\begin{array}{r} \overset{2}{2}7 \\ \times 3 \\ \hline 81 \end{array}$

42. $\frac{3^{-6}}{3^{-10}} = 3^{-6-(-10)} = 3^{-6+10} = 3^4 = 81$

43. $\frac{5^{100}}{5^{100}}$

44. $\frac{2^7 \cdot 3^{-5}}{2^5 \cdot 3^{-4}}$

45. $\frac{3^5 \cdot 4^{-6}}{3^7 \cdot 4^{-8}}$

46. $\frac{7^5 \cdot 3^3}{}$

$7^3 \cdot 3^5$ $\qquad \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ | $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

47. $\dfrac{2^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{-\frac{3}{2}}}{2^{-\frac{7}{4}} \cdot 5^{-\frac{5}{2}}}$ $= \left(\dfrac{2^{1/4}}{2^{-7/4}}\right) \cdot \left(\dfrac{5^{-3/2}}{5^{-5/2}}\right) = 2^{\left[\frac{1}{4} - \left(-\frac{7}{4}\right)\right]} \cdot 5^{\left[-\frac{3}{2} - \left(-\frac{5}{2}\right)\right]} = 2^2 \cdot 5 = 4 \cdot 5 = 20$

$\frac{1}{4} - \left(\frac{-7}{4}\right) = \frac{1}{4} + \frac{7}{4} = \frac{8}{4} = 2$

$-\frac{3}{2} - \left(\frac{-5}{2}\right) = \frac{-3}{2} + \frac{5}{2} = \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1$

48. $\dfrac{2^{-\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{3}{4}} \cdot 4^2}{2^{\frac{5}{2}} \cdot 3^{-\frac{1}{4}} \cdot 4^{\frac{3}{2}}}$

49. $\dfrac{4^{-\frac{1}{6}} \cdot 9^{\frac{3}{8}} \cdot 6^{-3}}{4^{\frac{5}{6}} \cdot 9^{-\frac{5}{8}} \cdot 6^{-3}}$ $\qquad \dfrac{a \cdot b \cdot c}{x \cdot y \cdot z} = \left(\dfrac{a}{z}\right) \cdot \left(\dfrac{b}{x}\right) \cdot \left(\dfrac{c}{y}\right)$

50. $\dfrac{8^4}{4^4}$ $\qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \qquad \frac{a \cdot b}{c} = a \cdot \left(\frac{b}{c}\right) = \frac{a}{c} \cdot b \qquad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

51. $\dfrac{12^3 \cdot 3^3}{6^3 \cdot 2^2}$ $= \left(\dfrac{12^3}{6^3}\right) \cdot \left(\dfrac{3^3}{2^2}\right) = \left(\dfrac{12}{6}\right)^3 \left(\dfrac{3^3}{2^2}\right) = 2^3 \cdot \left(\dfrac{3^3}{2^2}\right) = \left(\dfrac{2^3}{2^2}\right) \cdot 3^3 = 2^{3-2} \cdot 3^3 = 2 \cdot 3^3 = 54$

$= \dfrac{(6 \cdot 2)^3 \cdot 3^3}{6^3 \cdot 2^2} = \dfrac{\cancel{6^3} \cdot 2^3 \cdot 3^3}{\cancel{6^3} \cdot 2^2} = \dfrac{2^3 \cdot 3^3}{2^2} = \left(\dfrac{2^3}{2^2}\right) \cdot 3^3 = 2^{3-2} \cdot 3^3 = 2 \cdot 3^3 = 54$

52. $\left((-5)^2\right)^3$

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

53. $\left(-5^2\right)^3$

54. $\left(4^{\frac{1}{3}}\right)^6$

55. $\left(5^{-\frac{1}{5}}\right)^{-10}$

56. $\left(\dfrac{2^2 \cdot 3^5 \cdot 4^2}{2^4 \cdot 3^2}\right)^2$ $= \left[\dfrac{2^2 \cdot 3^5 \cdot (2^2)^2}{2^4 \cdot 3^2}\right]^2 = \left[\dfrac{2^2 \cdot 2^4 \cdot 3^5}{2^4 \cdot 3^2}\right]^2 = \left[\dfrac{2^6 \cdot 3^5}{2^4 \cdot 3^2}\right]^2$

$= \left[\left(\dfrac{2^6}{2^4}\right) \cdot \left(\dfrac{3^5}{3^2}\right)\right]^2$

57. $\left[\left(\dfrac{1}{4}\right)^2\right]^4$ $\qquad (a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$= \left[2^{6-4} \cdot 3^{5-2}\right]^2$

$7^3 \cdot 3^5$

47. $\dfrac{2^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{-\frac{3}{2}}}{2^{-\frac{7}{4}} \cdot 5^{-\frac{5}{2}}}$

48. $\dfrac{2^{-\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{3}{4}} \cdot 4^2}{2^{\frac{5}{2}} \cdot 3^{-\frac{1}{4}} \cdot 4^{\frac{3}{2}}} = \left(\dfrac{2^{-\frac{1}{3}}}{2^{5/2}}\right) \cdot \left(\dfrac{3^{3/4}}{3^{-1/4}}\right) \cdot \left(\dfrac{4^2}{4^{3/2}}\right) = 2^{-\frac{1}{3}-\frac{5}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{4}-\left(-\frac{1}{4}\right)} \cdot 4^{2-\frac{3}{2}}$

$-\frac{1}{3}-\frac{5}{2} = \frac{-2-15}{6} = -\frac{17}{6}$

$\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}=1$

$2-\frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

$= 2^{-\frac{17}{6}} \cdot 3 \cdot 4^{\frac{1}{2}}$

$\sqrt{4} = 2$

$= \dfrac{1}{2^{\frac{17}{6}}} \cdot 3 \cdot 2$

$\frac{17}{6} = 2\frac{5}{6}$

$\Rightarrow 2^{\frac{17}{6}} = 2^{2+\frac{5}{6}} = 2^2 \cdot 2^{5/6} = 4\sqrt[6]{2^5} = 4\sqrt[6]{32}$

$= \dfrac{1}{4\sqrt[6]{32}} \cdot 3 \cdot 2 = \dfrac{3 \cdot 2}{4\sqrt[6]{32}} = \dfrac{3 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot 2 \cdot \sqrt[6]{32}} = \dfrac{3}{2\sqrt[6]{32}}$

49. $\dfrac{4^{-\frac{1}{6}} \cdot 9^{\frac{3}{8}} \cdot 6^{-3}}{4^{\frac{5}{6}} \cdot 9^{-\frac{5}{8}} \cdot 6^{-3}}$

50. $\dfrac{8^4}{4^4}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n$

51. $\dfrac{12^3 \cdot 3^3}{6^3 \cdot 2^2}$

52. $\left((-5)^2\right)^3$

53. $\left(-5^2\right)^3$

54. $\left(4^{\frac{1}{3}}\right)^6$

55. $\left(5^{-\frac{1}{5}}\right)^{-10}$

56. $\left(\dfrac{2^2 \cdot 3^5 \cdot 4^2}{2^4 \cdot 3^2}\right)^2 = \left[\dfrac{2^2 \cdot 3^5 \cdot (2^2)^2}{2^4 \cdot 3^2}\right]^2 = \left[\dfrac{2^2 \cdot 2^4 \cdot 3^5}{2^4 \cdot 3^2}\right]^2 = \left[\dfrac{2^6 \cdot 3^5}{2^4 \cdot 3^2}\right]^2$

$= \left[\left(\dfrac{2^6}{2^4}\right) \cdot \left(\dfrac{3^5}{3^2}\right)\right]^2$

$= \left[2^{6-4} \cdot 3^{5-2}\right]^2$

57. $\left[\left(\dfrac{1}{4}\right)^2\right]^4$

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

$$\frac{2^3 \cdot 5^3}{5^2 \cdot 2^2} = \left(\frac{2^3}{5^2}\right)\cdot\left(\frac{5^3}{2^2}\right)$$
$$= \left(\frac{2^3}{2^2}\right)\cdot\left(\frac{5^3}{5^2}\right)$$
$$= 2^{3-2}\cdot 5^{3-2}$$
$$= 2\cdot 5$$
$$= 10$$

$$(a\cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$= \left[2^2 \cdot 3^3\right]^2$$
$$= (2^2)^2 \cdot (3^3)^2$$
$$= 2^4 \cdot 3^6$$
$$= 16\cdot 729$$
$$= 1264$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{1}{\left(\frac{a}{b}\right)} = \frac{\left(\frac{1}{1}\right)}{\left(\frac{a}{b}\right)} = \left(\frac{1}{1}\right) : \left(\frac{a}{b}\right)$$
$$= \frac{b}{a}$$

$$\Longrightarrow \boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}}$$

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n}}$$

49. $$\frac{4^{-\frac{1}{6}} \cdot 9^{\frac{3}{8}} \cdot 6^{-3}}{4^{\frac{5}{6}} \cdot 9^{-\frac{5}{8}} \cdot 6^{-3}} = \frac{3}{2\sqrt[6]{32}}$$

$\sqrt[6]{2^5}$

"Racionalización"

- del denominador.
- del númerador.

"Quitar radicales o raices de denominador o numerador respectivame."

$$= \frac{3}{2\sqrt[6]{32}} \cdot 1$$

$$= \frac{3}{2\sqrt[6]{2^5}} \cdot \frac{\sqrt[6]{2^1}}{\sqrt[6]{2^1}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} \cdot \sqrt[n]{a^k} = \sqrt[n]{a^m \cdot a^k} = \sqrt[n]{a^{m+k}}$$

$$= \frac{3 \cdot \sqrt[6]{2}}{2\sqrt[6]{2^5} \cdot \sqrt[6]{2}}$$

$$= \frac{3\sqrt[6]{2}}{2\sqrt[6]{2^5 \cdot 2}}$$

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$= \frac{3\sqrt[6]{2}}{2\sqrt[6]{2^6}}$$

$$2^{6/6} = 2^1 = 2$$

$$= \frac{3\sqrt[6]{2}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{3\sqrt[6]{2}}{4}$$

58. $\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{2}\right]^{3}$

59. $\left[\left(\frac{3}{4}\right)^{4}\right]^{-\frac{1}{2}}$

60. $\left(\frac{\frac{3}{5}}{\frac{5}{5}}\right)^{2}$

$\frac{1^{-3}}{3^{-3}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$ $\quad$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{n} = \frac{b^n}{a^n}$ $\quad$ $(-1)3^3$

61. $\left(-\frac{1}{3^{-3}}\right)^{-2}$ $= \left[-\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}\right]^{-2} = \left[-\left(\frac{3}{1}\right)^{3}\right]^{-2} = \left[-\left(\frac{3}{1}\right)^{3}\right]^{-2} = \left[-3^{3}\right]^{-2} = \left[(-1)\cdot 3^{3}\right]^{-2}$

$= (-1)^{-2}\cdot\left(3^{3}\right)^{-2}$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$= \frac{1}{(-1)^2}\cdot 3^{3\cdot(-2)}$

$= \frac{1}{1}\cdot 3^{-6}$

$= \frac{1}{3^6} = \frac{1}{729}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ $\quad$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

62. $\left(\frac{1}{2^{-3}}-\frac{1}{2^{-1}}\right)^{-3}$

$= \left[\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}\right]^{-3} = \left[\left(\frac{2}{1}\right)^{3} - \left(\frac{2}{1}\right)^{1}\right]^{-3}$

$= \left[2^3 - 2\right]^{3}$

$= \left[8-2\right]^{3} = 6^{3} = 216$

1.15. Ejercicio

Simplifique cada una de las siguientes expresiones:

1. $\sqrt{49}$

2. $\sqrt{729}$

3. $\sqrt{289}$

4. $\sqrt[3]{-512}$

5. $\sqrt[4]{81}$

6. $\sqrt[4]{625}$

$$\begin{array}{r|l} 216 & 2 \\ 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad 216 = 2^3 \cdot 3^3$$

7. $\sqrt{196}$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$$

8. $\sqrt[3]{216}$ $= \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3} = \sqrt[3]{2^3} \cdot \sqrt[3]{3^3} = 2^{3/3} \cdot 3^{3/3} = 2 \cdot 3 = 6$

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

9. $\sqrt{2^2 \cdot 3^2}$

10. $\sqrt{32} + \sqrt{18}$

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad 48 = 2^4 \cdot 3 \qquad \begin{array}{r} 16 \\ \times 3 \\ \hline 9 \end{array}$$

11. $\sqrt{75} + \sqrt{48}$

$$2^{4/4} = 2^1 = 2$$

12. $\sqrt[5]{18} + \sqrt[5]{3}$

13. $\sqrt[4]{48} - \sqrt[4]{3}$ $= \sqrt[4]{2^4 \cdot 3} - \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{2^4} \cdot \sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{3}$

$$= 2\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{3} \cdot 1$$

$$= \sqrt[4]{3}\,[2 - 1]$$

$$= \sqrt[4]{3}$$

14. $\sqrt{16x} + \sqrt{x^5}$

15. $\sqrt[3]{2y^4} - \sqrt[3]{y}$

$$ab + a \cdot c = a[b + c]$$

1.16. Ejercicio

Simplifique cada expresión

1. $(3y^2)(4y^5)$

15. $\sqrt[3]{2y^4} - \sqrt[3]{y}$ $= \sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{y^4} - \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{2}\cdot y\cdot\sqrt[3]{y} - \sqrt[3]{y} = \sqrt[3]{y}\left[\sqrt[3]{2}\cdot y - 1\right]$

$$= \sqrt[3]{y}\left(y\sqrt[3]{2} - 1\right)$$

$$\sqrt[3]{y^4} = y^{4/3} = y^{1+\frac{1}{3}} = y^1\cdot y^{1/3} = y\cdot\sqrt[3]{y}$$

$$\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3\overline{)4} \\ \underline{1} \end{array}$$

2. $x^{-5}x^3$

3. x^2x^{-6}

4. $w^{-2}w^{-1}w^6$

5. $z^5z^{-3}z^{-4}$

6. $\dfrac{y^{10}y^0}{y^7}$

7. x^6x^{10}

8. $\dfrac{a^9a^{-2}}{a}$

9. $\dfrac{z^2z^4}{z^3z^{-1}}$

10. $(2y^2)^3$

11. $(8x)^2$

12. $(a^2a^4)^3$

13. x^8x^2

14. $\dfrac{a^2}{4}^{3}$

15. $(3z)^2(6z)^{-3}$

16. $(2z^2)^{-5}z^10$

17. $(2a^3a^2)^4$

18. $\dfrac{3x^{4}{}^{2}}{4x^{2}}$

1.17. Ejercicio

Simplifique cada una de las siguientes expresiones:

1. $(4x^2y^2)(2x^5y)$
2. $(8a^2z)\left(\dfrac{1}{2}a^3z^4\right)$
3. $b^4(3ab^3)(2a^2b^{-5})$
4. $(2s^3t^{-2})\left(\dfrac{1}{4}s^7t\right)(16t^4)$
5. $(5x^2y^3)(3x^2y^5)^4$
6. $(2a^3b2)(5a^2b^5)^3$
7. $(s^{-2}t^2)(s^2t)^3$
8. $(2u^2v^3)^3(3u^{-3}v)^2$
9. $\dfrac{6y^3z}{}$

4. $(2s^3t^{-2})\left(\frac{1}{4}s^7t\right)(16t^4)$

$$= \left[2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 16 \cdot s^3 \cdot s^7 \cdot t^{-2} \cdot t^4\right]$$

$$= \left[\frac{2 \cdot 16}{4} \cdot s^{10} \cdot t^2\right]$$

$$= 8 \cdot s^{10} \cdot t^2$$

$2yz^2$

$(a\cdot b)^n = a^n\cdot b^n \,/\, (a\cdot b\cdot c)^n = a^n\cdot b^n\cdot c^n$

10. $\dfrac{(xy^2z^3)^4}{(x^2y^2z)^3}$

$$= \frac{x^4\cdot(y^2)^4\cdot(z^3)^4}{(x^2)^3\cdot(y^2)^3\cdot z^3} = \left[\frac{x^4}{x^6}\right]\cdot\left[\frac{y^8}{y^6}\right]\cdot\left[\frac{z^{12}}{z^3}\right] = x^{4-6}\cdot y^{8-6}\cdot z^{12-3}$$

$$= x^{-2}\cdot y^2\cdot z^9$$

$$= \frac{1}{x^2}\cdot y^2\cdot z^9$$

$$= \frac{y^2\cdot z^9}{x^2}$$

11. $\dfrac{2x^3y^4}{x^5y^3}$

12. $\dfrac{(2v^3w)^2}{v^3w^2}$

13. $\left(\dfrac{a^2}{b}\right)^5\left(\dfrac{a^3b^2}{c^3}\right)^3$

14. $\dfrac{2x^3y^4}{x^5y^3}$

15. $\dfrac{(2v^3w)^2}{v^3w^2}$

16. $\left(\dfrac{a^2}{b}\right)^5\left(\dfrac{a^3b^2}{c^3}\right)^3$

17. $\dfrac{(u^{-1}v^2)^3}{(u^3v^{-2})^2}$

18. $\dfrac{(rs^2)^3}{(r^{-3}s^2)^3}$

19. $\dfrac{8a^3b^{-4}}{2a^{-5}b^5}$

20. $\left(\dfrac{y}{}\right)^{-3}$

$5x^{-2}$

21. $\left(\dfrac{5xy^{-2}}{x^{-1}y^{-3}}\right)$

22. $\left(\dfrac{2a^{-1}b}{a^{2}b^{-3}}\right)^{-3}$

23. $\left(\dfrac{3a}{b^{3}}\right)^{-1}$

24. $\left(\dfrac{q^{-1}r^{-1}s^{-2}}{r^{-5}sq^{-8}}\right)^{-1}$

25. $\dfrac{s^{2}t^{-4}}{5s^{-1}t}$

26. $\left(\dfrac{xy^{-2}z^{-3}}{x^{2}y^{3}z^{-4}}\right)^{-3}$

1.18. Ejercicio

Simplifique cada una de las siguientes expresiones. Suponga que las letras denotan cualesquiera numeros reales positivos.

1. $\sqrt[4]{x^{4}}$

2. $\sqrt[4]{16x^{8}}$

$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$ $(a^n)^m = a^{n\cdot m}$

3. $\sqrt[6]{64a^6b^7}$
4. $\sqrt[3]{\sqrt{64x^6}} = \left[\left(64x^6\right)^{1/2}\right]^{1/3} = \left(64x^6\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{3}\right)} = \left(64x^6\right)^{1/6} = \left(2^6\cdot x^6\right)^{1/6} = \left(2^6\right)^{1/6}\cdot\left(x^6\right)^{1/6} = 2^{6/6}\cdot x^{6/6} = 2\cdot x$

   $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3} =$

   $2^5 = 32$

   $2^6 = 64$
5. $\sqrt[5]{x^10}$
6. $\sqrt[3]{x^3y^6}$

   $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$

   $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$
7. $\sqrt[3]{a^2b}\sqrt[3]{64a^4b} = \sqrt[3]{(a^2b)\cdot 64\cdot a^4\cdot b} = \sqrt[3]{a^2\cdot a^4\cdot 64\cdot b\cdot b} = \sqrt[3]{a^6\cdot 64\cdot b^2} = \sqrt[3]{a^6\cdot 2^6\cdot b^2} = \sqrt[3]{a^6}\cdot\sqrt[3]{2^6}\cdot\sqrt[3]{b^2}$

   $= a^{\frac{6}{3}}\cdot 2^{\frac{6}{3}}\cdot\sqrt[3]{b^2}$

   $= a^2\cdot 4\cdot\sqrt[3]{b^2}$

   $= 4a^2\sqrt[3]{b^2}$

64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

   $\Rightarrow 64 = 2^6$
8. $\sqrt[4]{x^4y^2z^2}$

1.19. Ejercicio

Simplifique cada una de las siguientes expresiones algebraicas:

1. $3x - 8x$
2. $6a^2 + 5b^2 + 7a^2$
3. $-3a + 5a - 10a$
4. $4x - 3x - 2x$
5. $7ab + 4ab - 3ab$
6. $5a^2 - 7a^2 + 3a^2 - 2a^2$
7.

7. $-m+n+m+n$

8. $\frac{1}{4}a^3b-\frac{3}{5}a^3b+\frac{1}{6}a^3b$

9. $0.25x-0.4x+0.2x$

10. $\frac{1}{2}ab^3c-\frac{3}{2}ab^3c-ab^3c$

11. $8x-3y-9x+5y-2x+y$

12. $10a-7b+4a+5b-14a+3b$

13. $-12m+3n-4m-10n+5m-n$

14. $12a^2b+3ab^2-8a^2b-10ab^2-3a^2b+6ab^2$

15. $9a^3b^2c-5a^2b^2-12a^3b^2c+3a^3bc^2+4a^3b^2c$

16. $10a-7b+4a+5b-14a+3b$

17. $-6x^2+y^2-3x^2+2y^2$

18. $6a^2b+7a^2b$

19. $-6xy^2-xy^2-3xy^2$

20. $4xy^4z^3-4xy^4z^3$

21. $-2a^2b+12a^2b$

1.20. Ejercicio

Simplifique cada una de las siguientes expresiones algebraicas:

1. $7(2a - 4b) - 3(4a - 2b)$
2. $6a^2 + 5b^2 + 7a^2$
3. $-3a + 5a - 10a$
4. $4x - 3x - 2x$
5. $7ab + 4ab - 3ab$
6. $5a^2 - 7a^2 + 3a^2 - 2a^2$
7. $-m + n + m + n$
8. $\frac{1}{4}a^3b - \frac{3}{5}a^3b + \frac{1}{6}a^3b$
9. $0.25x - 0.4x + 0.2x$ $= x[0.25 - 0.4 + 0.2] = x\cdot(0.05) = 0.05x.$
10. $\frac{1}{2}ab^3c - \frac{3}{2}ab^3c - ab^3c$
11. $8x - 3y - 9x + 5y - 2x + y$
12. $10a - 7b + 4a + 5b - 14a + 3b$
13. $-12m + 3n - 4m - 10n + 5m - n$
14. $12a^2b + 3ab^2 - 8a^2b - 10ab^2 - 3a^2b + 6ab^2$
15. $9a^3b^2c - 5a^2b^2 - 12a^3b^2c + 3a^3bc^2 + 4a^3b^2c$

$x(y+z) = xy + xz$

$a(b+c) = a\cdot b + a\cdot c$

$5x + 3x = x[5+3] = x\cdot 8 = 8x.$

$$\begin{array}{r} 0.25 \\ +\,0.20 \\ \hline 0.45 \\ -\,0.40 \\ \hline 0.05 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0.25 \\ -\,0.4 \\ \hline \end{array}$$

$0.25 - 0.4 = (-1)(-1)0.25 + (-1)0.4$
$= (-1)[(-1)(0.25) + 0.4]$
$= (-1)[0.4 - 0.25].$
$= (-1)[0.15]$
$= -0.15$

$3 - 7 = -[7-3] = -4$

$-0.15 + 0.2 =$

$$\begin{array}{r} 0.20 \\ -\,0.15 \\ \hline .05 \end{array}$$

16. $10a - 7b + 4a + 5b - 14a + 3b$

17. $-6x^2 + y^2 - 3x^2 + 2y^2$

18. $6a^2b + 7a^2b$

19. $-6xy^2 - xy^2 - 3xy^2$ $= (-6-1-3)xy^2$

$= -10xy^2$

20. $4xy^4z^3 - 4xy^4z^3$

21. $-2a^2b + 12a^2b$

Ejercicio 1.21.

Realiza y simplifica las siguientes operaciones

1. $3\sqrt{5}+\frac{1}{4}\sqrt{5}$
2. $\sqrt{3}+2\sqrt{3}+4\sqrt{3}$
3. $\frac{1}{3}\sqrt[3]{9}+\frac{1}{2}\sqrt[3]{9}+\frac{1}{6}\sqrt[3]{9}$
4. $4\sqrt{2}-9\sqrt{2}$
5. $5\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{2}-16\sqrt[3]{2}$
6. $\frac{2}{5}\sqrt{6}+3\sqrt{6}-\frac{7}{4}\sqrt{6}$
7. $\sqrt{8}+\sqrt{18}$
8. $\sqrt{12}-\sqrt{3}$
9. $2\sqrt{5}+\sqrt{80}$
10. $\sqrt{27}+\sqrt{48}-\sqrt{75}$

1. $3\sqrt{5}+\frac{1}{4}\sqrt{5}$

$= \sqrt{5}\left(3+\frac{1}{4}\right) = \sqrt{5}\left(\frac{13}{4}\right) = \frac{13}{4}\cdot\sqrt{5}$

2. $\sqrt{3}+2\sqrt{3}+4\sqrt{3}$
3. $\frac{1}{3}\sqrt[3]{9}+\frac{1}{2}\sqrt[3]{9}+\frac{1}{6}\sqrt[3]{9}$
4. $4\sqrt{2}-9\sqrt{2}$
5. $5\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{2}-16\sqrt[3]{2}$

7. $\sqrt{8}+\sqrt{18} = \sqrt[2]{2^3} + \sqrt{2\cdot 3^2} = 2^{3/2} + \sqrt{2}\cdot\sqrt{3^2} = 2\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

$= (2+3)\cdot\sqrt{2}$

$= 5\sqrt{2}$

$2^{3/2} = 2^{1+1/2} = 2\cdot 2^{1/2} = 2\cdot\sqrt{2}$

$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = 1+\frac{1}{2}$

8. $\sqrt{12}-\sqrt{3}$

9. $2\sqrt{5}+\sqrt{80}$

10. $\sqrt{27}+\sqrt{48}-\sqrt{75}$

$2\cdot 5\cdot 8 = 40\cdot 2 = 80$

$$\begin{array}{r} {}^{3}16 \\ \times\ 5 \\ \hline 80 \end{array}$$

$= 2\sqrt{5}+\sqrt{16\cdot 5}$

$= 2\sqrt{5}+\sqrt{16}\cdot\sqrt{5}$

$= 2\sqrt{5}+4\cdot\sqrt{5}$

$= (2+4)\sqrt{5}$

$= 6\cdot\sqrt{5}$

1. $3\sqrt{5}+\frac{1}{4}\sqrt{5}$

2. $\sqrt{3}+2\sqrt{3}+4\sqrt{3}$

3. $\frac{1}{3}\sqrt[3]{9}+\frac{1}{2}\sqrt[3]{9}+\frac{1}{6}\sqrt[3]{9}$

4. $4\sqrt{2}-9\sqrt{2}$

5. $5\sqrt[3]{2}+3\sqrt[3]{2}-16\sqrt[3]{2}$

6. $\frac{2}{5}\sqrt{6}+3\sqrt{6}-\frac{7}{4}\sqrt{6}$

7. $\sqrt{8}+\sqrt{18}$

8. $\sqrt{12}-\sqrt{3}$

9. $2\sqrt{5}+\sqrt{80}$

10. $\sqrt{27}+\sqrt{48}-\sqrt{75}$

Ejercicio 1.22.

En cada uno de los siguientes ejercicios racionaliza el denominador

1. $\frac{2}{}$

$\sqrt{5}$

2. $\dfrac{3}{\sqrt{3}}$

$$\frac{1}{\sqrt[m]{a^n}} = \frac{1}{\sqrt[m]{a^n}} \cdot \boxed{\frac{\sqrt[m]{a^{m-n}}}{\sqrt[m]{a^{m-n}}}}$$

3. $\dfrac{5}{\sqrt[3]{3}} \cdot \dfrac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^2}} = \dfrac{5\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{3^2}}$

$$= \frac{\sqrt[m]{a^{m-n}}}{\sqrt[m]{a^n}\cdot\sqrt[m]{a^{m-n}}}$$

4. $\dfrac{2}{\sqrt[4]{8}}$ $\quad = \dfrac{5\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3\cdot 3^2}}$

$$= \frac{\sqrt[m]{a^{m-n}}}{\sqrt[m]{a^n\cdot a^{m-n}}}$$

5. $\dfrac{6}{\sqrt[3]{4}}$ $\quad = \dfrac{5\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3^3}}$

$3^{3/3} = 3^1 = 3$

$$= \frac{\sqrt[m]{a^{m-n}}}{\sqrt[m]{a^{\cancel{n}+m-\cancel{n}}}}$$

6. $\dfrac{2}{3+\sqrt{2}}$ $\quad = \dfrac{5\sqrt[3]{3^2}}{3}$

7. $\dfrac{4}{\sqrt{6}+2}$

$$= \frac{\sqrt[m]{a^{m-n}}}{\sqrt[m]{a^m}} \longrightarrow a^{m/m} = a^1 = a$$

8. $\dfrac{2+\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

$$= \frac{\sqrt[m]{a^{m-n}}}{a}$$

9. $\dfrac{3+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}} = \left[\dfrac{3+\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}\right]\cdot\left[\dfrac{2+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}\right] = \dfrac{(3+\sqrt{5})(2+\sqrt{5})}{(2-\sqrt{5})(2+\sqrt{5})}$

Prod. de binomios Conjugados.

$(\sqrt{5})^2 =$

10. $\dfrac{1}{1-\sqrt{7}}$

$$= \frac{(3+\sqrt{5})(2+\sqrt{5})}{4-5}$$

$5\times\sqrt{5}$

$$= \frac{11+\boxed{5\sqrt{5}}}{-1}$$

$$= \left(\frac{1}{-1}\right)\cdot(11+5\sqrt{5}) = (-1)\left[11+5\cdot\sqrt{5}\right] = \underline{-11-5\sqrt{5}}$$

$$(3+\sqrt{5})(2+\sqrt{5}) = 3(2+\sqrt{5}) + \sqrt{5}(2+\sqrt{5})$$
$$= 6+3\sqrt{5}+2\sqrt{5}+5$$
$$= \underline{11+5\sqrt{5}}$$

$$5\cdot\sqrt[2]{5} = 5^1\cdot 5^{1/2} = 5^{1+\frac{1}{2}} = 5^{3/2} = \sqrt[2]{5^3}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{a}+b}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{a}-b}{\sqrt{a}-b}\right)=\frac{\sqrt{a}-b}{(\sqrt{a}+b)(\sqrt{a}-b)}=\frac{\sqrt{a}-b}{a-b^2}$$

$$\begin{aligned}(\sqrt{a}+b)(\sqrt{a}-b) &= \sqrt{a}(\sqrt{a}-b)+b(\sqrt{a}-b)\\ &= \sqrt{a}\cdot\sqrt{a}-\sqrt{a}\cdot b+b\sqrt{a}-b\cdot b\\ &= (\sqrt{a})^2-\cancel{b\sqrt{a}}+\cancel{b\sqrt{a}}-b^2\\ &= a-b^2\end{aligned}$$

$$\left(a^{\frac{1}{2}}\right)^2 = a^{2/2}=a$$

Producto Notable:

Producto de binomios Conjugados:

$$(x-y)(x+y)=x^2-y^2$$

Ejercicio 1.23.

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 2 \\ \hline 72 \end{array}$$

Realiza y simplifica las siguientes operaciones

1. $\dfrac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{36 \cdot 2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{36} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{36} = 6.$

2. $\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$

3. $\dfrac{7\sqrt{140}}{8\sqrt{7}}$

4. $\dfrac{\sqrt{14}}{\sqrt{2}}$

5. $\left(\dfrac{1}{2}\sqrt{10}\right) + \left(2\sqrt{2}\right)$

6. $\left(\dfrac{1}{2}\sqrt[3]{16}\right) + \left(2\sqrt[3]{2}\right)$

7. $\dfrac{\sqrt[3]{48}}{\sqrt[3]{3}}$

8. $\dfrac{5\sqrt{16}}{\sqrt[3]{4}}$

9. $\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt[3]{2}}$

10. $\dfrac{5\sqrt{4}}{10\sqrt[3]{16}}$

Ejercicio 1.24.

Aplica las definiciones y propiedades de los exponentes para simplificar los siguientes expresiones:

1. $\sqrt{49}$
2. $\sqrt{729}$
3. $\sqrt{289}$
4. $\sqrt[3]{-512}$
5. $\sqrt[4]{81}$
6. $\sqrt[4]{625}$
7. $\sqrt[5]{-243}$
8. $\sqrt{196}$
9. $\sqrt[3]{16}$
10. $\sqrt[3]{135}$

11. $\sqrt[3]{250}$

12. $\sqrt{162}$

13. $\sqrt{180}$

14. $2^4\sqrt{405}$

15. $\frac{2}{7}\sqrt[3]{686}$

16. $\frac{1}{3}\sqrt[4]{540}$

17. $\frac{2}{5}\sqrt[4]{1250}$

18. $\frac{1}{3}\sqrt[4]{3600}$

Ejercicio 1.20.

Realiza y simplifica las siguientes operaciones

1. $\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}$
2. $\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{25}$
3. $\left(3\sqrt{2}\right)\left(5\sqrt{6}\right)\sqrt{12}$
4. $\left(2\sqrt{5}\right)\left(\frac{3}{4}\sqrt{10}\right)\left(\frac{1}{2}\sqrt{15}\right)$
5. $\sqrt[3]{15}\cdot\sqrt[3]{9}$
6. $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{4}$
7. $\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[4]{2}$
8. $\left(\frac{3}{2}\sqrt{6}\right)\left(\frac{2}{6}\sqrt[6]{12}\right)$

$a^n\cdot a^m = a^{n+m}$

⑦ $\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[4]{2} = 2^{1/2}\cdot 2^{1/3}\cdot 2^{1/4}$

$= 2^{1/2+1/3+1/4}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4} = \frac{6+4+3}{12}$

$= \frac{13}{12}$

$= 1\frac{1}{12}$

$= 1+\frac{1}{12}$

$= 2^{1+1/12}$

$a^{n+m} = a^n\cdot a^m$

$= 2^1\cdot 2^{1/12}$

$= \underline{2\sqrt[12]{2}}$

⑧ $\left(\frac{3}{2}\sqrt{6}\right)\left(\frac{2}{6}\sqrt[6]{12}\right) = \left(\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{6}\right)\cdot\left(\sqrt{6}\cdot\sqrt[6]{12}\right)$

$= \left[\frac{3\cdot\cancel{2}}{\cancel{2}\cdot 6}\right]\left[\sqrt{6}\cdot\sqrt[6]{2\cdot 6}\right]$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\sqrt{6}\cdot\sqrt[6]{2}\cdot\sqrt[6]{6}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\left(\sqrt[6]{2}\right)\cdot 6^{1/2}\cdot 6^{1/6}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\cdot\sqrt[6]{2}\cdot 6^{1/2+1/6}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\sqrt[6]{2}\cdot 6^{2/3}$$

$$-\frac{6}{6}+\frac{1}{6}=\frac{-6+1}{6}$$

$$\frac{-1}{1}+\frac{1}{6}=\frac{-6+1}{6}$$

$$=\frac{-5}{6}$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{3+1}{6}$$

$$=\frac{4}{6}$$

$$=\frac{2}{3}.$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\cdot\sqrt[6]{2}\cdot\sqrt[3]{6^2}$$

$$= 2^{-1}\cdot 2^{1/6}\cdot\sqrt[3]{36}$$

$$36 = 3^2\cdot 2^2$$

$$= 2^{-1+1/6}\cdot\sqrt[3]{36}$$

$$= 2^{\frac{-5}{6}}\cdot\sqrt[3]{36}$$

$$// \sqrt[3]{36}=\sqrt[3]{3^2}\cdot\sqrt[3]{2^2}$$

$$=\sqrt[3]{3^2}\cdot 2^{2/3}$$

$$= 2^{-5/6}\cdot 2^{2/3}\cdot\sqrt[3]{3^2}$$

$$\frac{-5}{6}+\frac{2}{3}=\frac{-5+4}{6}=\frac{-1}{6}$$

$$= 2^{-5/6+2/3}\cdot\sqrt[3]{3^2}$$

$$= 2^{-1/6}\cdot\sqrt[3]{3^2}$$

$$= \frac{1}{2^{1/6}}\cdot\sqrt[3]{3^2}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[6]{2}} \cdot \frac{\sqrt[6]{2^5}}{\sqrt[6]{2^5}}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[6]{2^5}}{\left(\sqrt[6]{2}\right)\left(\sqrt[6]{2^5}\right)}$$

$$2^{1/6} \cdot 2^{5/6} = 2^{1/6 + 5/6}$$
$$= 2^{6/6}$$
$$= 2^1$$

$$= \frac{\sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[6]{2^5}}{2}.$$

8. $\left(\frac{3}{2}\sqrt{6}\right)\left(\frac{2}{6}\sqrt[6]{12}\right)$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\left[\sqrt{6} \cdot \sqrt[6]{12}\right]$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\left[1 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt[6]{12}\right]$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\left[\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt[6]{12}\right]$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\left[\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt[6]{12}}{\sqrt{2}}\right]$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\left[\frac{\sqrt{12} \cdot \sqrt[6]{12}}{\sqrt{2}}\right]$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3+1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)\left[\frac{(12)^{1/2} \cdot (12)^{1/6}}{\sqrt{2}}\right]$$

$$= \left[\frac{1}{2\sqrt{2}}\right] \cdot (12)^{2/3}$$

$$= \frac{\left(3 \cdot 2^2\right)^{2/3}}{2\sqrt{2}}$$

$$= 3^{2/3} \cdot \frac{\left(2^2\right)^{2/3}}{2\sqrt{2}}$$

$$\frac{2^{4/3}}{2^{3/2}} = 2^{4/3 - 3/2}$$
$$= 2^{\frac{8-9}{6}}$$
$$= 2^{-1/6}$$

$$= \sqrt[3]{3^2} \cdot 2^{-1/6}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[6]{2}}.$$

Expresiones algebráicas

Una variable es una letra que puede representar cualquier número tomado de un conjunto de números dado: x, y, z representan algunos números reales.

A una combinación de variables y numeros reales mediante suma, resta, multiplicación, división, potencias y raíces se le llama expresión algebraica.

Cuando una expresión algebraica consta de varias partes a las partes que se suman se les llama términos.

Observemos que la expresión: $2x-3y-5$ se puede escribir como:

$$\boxed{2x+(-3y)+(-5)}$$

por lo que podemos decir que la expresión $2x-3y-5$ tiene tres términos:

$$2x, -3y, -5, \quad 1x = x$$

Expresión algebraica	términos
•) $2x^2+5x-8$	$2x^2, 5x, -8$
$=2x^2+5x+(-8)$	

$\cdot\cdot)$ $(x+1)^2 + 3(x+1) - 1$ $\quad (x+1)^2, 3(x+1), -1$

$(x+1)^2 + 3(x+1) + (-1)$

$$8x^n$$

$$3(x+1)$$

Terminos semejantes: Son aquellos que tienen las mismas variables, elevadas al mismo exponente.

Ejemplo: Identifica los terminos semejantes:

① $2x^2 + 8x - 5x^2 - 12 + 14x^2 - 5x$

$= (2 - 5 + 14)\cdot x^2 + (8 - 5)x - 12$

$= 9x^2 + 3x - 12$

② $2x - 7y - 3z + \overset{6\cdot x^0}{6} - 9x - 4z - x + 4y + z - \overset{8\cdot x^0}{8}$

$= (2 - 9 - 1)\cdot x + (-7 + 4)\cdot y + (-3 + 1)z + (6 - 8)$

$= -8x - 3y - 2z - 2$

③ $\frac{1}{2}y - 4 + \frac{4}{3}x - \frac{1}{5}y + x$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{5-2}{10} = \frac{3}{10}$

$\frac{4}{3} + 1 = \frac{4}{3} + \frac{3}{3} = \frac{7}{3}$

$= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)y + \left(\frac{4}{3} + 1\right)x - 4$

$= \frac{3}{10}y + \frac{7}{3}x - 4.$

④ $2\left(3 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}y\right) - 3\left(2 - \frac{5}{3}y + \frac{2}{5}x\right)$

$= \cancel{6} + \frac{2}{3}x - y - \cancel{6} + 5y - \frac{6}{5}x$

$= \left(\frac{2}{3} - \frac{6}{5}\right)x + (-1 + 5)y.$

$\frac{2}{3} - \frac{6}{5} = \frac{10-18}{15} = \frac{-8}{15}$

$= \frac{-8}{15}$

$= \frac{-8}{15}x + 4y.$

⑤ $4x^2 + 5y^2 - 6(3x^2 - 5y^2) - 4x + 3(-2x + 5y)$

$- 4x + 3$

$= \underline{4x^2} + \underline{\underline{5y^2}} - \underline{18x^2} + \underline{\underline{30y^2}} - \overline{4x} - \overline{6x} + \underline{\underline{\underline{15y}}} - \overline{4x} + 3$

$= -14x^2 + 35y^2 - 14x + 15y + 3$

= Productos notables =

Binomio al cuadrado: El cuadrado de una Soma o diferencia

$$(a+b)\cdot(a+b) = (a+b)^2$$

$$(a\pm b)^2 = a^2 \pm 2a\cdot b + b^2$$

$$(a\pm b)(a\pm b) = a(a\pm b) + b(a\pm b)$$
$$= a^2 \pm a\cdot b \pm b\cdot a + b^2$$
$$= a^2 \pm a\cdot b \pm a\cdot b + b^2$$
$$= a^2 \pm 2a\cdot b + b^2$$

Producto de binomios conjugados

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a(a-b) + b(a-b)$$
$$= a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ba} - b^2$$
$$= a^2 - b^2$$

Producto de binomios con término común:

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$(x+a)(x+b) = x(x+b) + a(x+b)$$

$$= x^2 + b\cdot x + ax + ab$$

$$= x^2 + (b+a)x + ab.$$

Binomio al cubo: El cubo de una suma o una diferencia.

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(a \pm b)\cdot \underbrace{(a \pm b)\cdot(a \pm b)}_{(a \pm b)^2} = (a \pm b)[a^2 \pm 2ab + b^2]$$

$$= a^3 \pm 2a^2\cdot b + a\cdot b^2 \pm b\cdot a^2 + 2ab^2 \pm b^3$$

$$= a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(a+b)^5 = (a+b)^2(a+b)^3$$

Triángulo de pascal.

$(a+b)^0 = 1$

$(a+b)^1 = a+b$

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$

$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3a^1b^2+b^3$

exponente

$$
\begin{array}{ccccccccccc|l}
 & & & & & 1 & & & & & & 0\\
 & & & & 1 & & 1 & & & & & 1\\
 & & & 1 & & 2 & & 1 & & & & 2\\
 & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & & 3\\
 & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & & 4\\
1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1 & 5
\end{array}
$$

$$(a+b)^5 = a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ba^4+a^5.$$