

DP [8]

A. Кузнечик

1 секунда, 256 мегабайт

Кузнечик Пётр живёт на числовой прямой и ему нужно попасть из точки 0 в точку  $n$ , он может прыгать только в сторону увеличения координат не более чем на  $k$  шагов, то есть первый прыжок он может осуществить только в точки 1, 2, ...,  $k$ . Помогите ему определить сколькими путями он сможет это сделать, так как ответ может быть очень большой выведите его по модулю  $10^9 + 7$ .

Входные данные

В единственной строке вам даны два числа  $n$  и  $k$  ( $1 \leq n, k \leq 2 \cdot 10^6$ ) — пункт назначения и максимальная длина прыжка кузнечика.

Выходные данные

Выведите единственное число — ответ на задачу.

входные данные
10 2
выходные данные
89

входные данные
20000 2
выходные данные
437241455

B. Старинный шифр

1 секунда, 64 мегабайта

Рассматривая шифровки, полученные от русской пианистки и шведского профессора, Мюллер вдруг вспомнил, как он с двумя стариками, Рафке и Хилли, распутывал в двадцатые годы одно дело. Там тоже была весьма сложная шифровка, которая пересылалась в двух различных экземплярах. Содержимое каждого экземпляра по отдельности не предоставляло интереса, однако вместе эти шифровки обозначали конкретную информацию о канале, через который связывались заговорщики НСДАП. Чтобы получить ее, нужно было выделить в обеих шифровках некоторую одинаковую последовательность (которая могла разделяться любым количеством любых символов, как внутри одной части шифровки, так и внутри другой) и вычислить ее длину. При этом заговорщики были настолько хитры, что считали только максимальную длину всех возможных последовательностей, совпадающих в шифровках. Тогда Мюллер разгадал шифр. Сейчас годы брали свое — он видел два листа, в которых, очевидно, было зашифровано одно и то же сообщение, но расшифровать его не мог.

Вашей задачей будет не разгадать хитроумный код полковника Исаева, а попытаться расшифровать код заговорщиков НСДАП, так легко раскрытый Мюллером.

Входные данные

В двух строках даны соответственно первая и вторая шифровки, перехваченные у НСДАП. Обе шифровки состоят из латинских букв в верхнем регистре. Длина обеих шифровок не превосходит 500.

Выходные данные

В единственной строке вывода должна содержаться максимальная длина совпадающей последовательности символов в двух шифровках.

входные данные
ABCBDAB BDCABA
выходные данные
4

Подсказка: общей частью шифровок максимальной длины в примере могут служить последовательности BDAB и BCAB.

C. Шанс на успех

1 секунда, 64 мегабайта

Последняя пересдача зачета по нечеткой логике, последний шанс для студента Петрова-Водкина перейти на третий курс. Председатель комиссии — Н.Н. Непейвода! Казалось, все пропало, но тут Н.Н. (видимо сегодня тот редкий день, когда у него хорошее настроение и это распространяется на окружающих; вообще у Н.Н. всегда хорошее настроение, но на окружающих это распространяется крайне редко) объявил, что в качестве задачи дает студенту Петрову-Водкину набор матриц, который нужно перемножить. Результатом должна стать единственная матрица-ответ.

О, вы не представляете радость, которую испытал Петров-Водкин, услышав это! Ведь он был чемпионом аудитории 667 (а именно в ней по иронии судьбы шла пересдача) по устному счету. И вы не представляете, какой удар его хватил, когда он увидел, сколько матриц ему предстоит перемножить!

Однако время не ждет! Студенту Петрову-Водкину нужно как можно скорее перемножить все матрицы, иначе комиссия уйдет пить чай и не примет у него зачет. К счастью, вы оказались рядом (вероятно пересдавали что-то другое) и согласились помочь ему написать программу, которая определяет в какой последовательности надо перемножать матрицы.

Спасли ли вы студента Петрова-Водкина — неизвестно, но программу написали на совесть. Сможете ли вы сейчас воспроизвести ее? Ну или хотя бы посчитать минимальное число простейших действий, которое можно произвести, чтобы перемножить все матрицы?

Входные данные

В первой строке дано число матриц  $N$  ( $2 \leq N \leq 100$ ). В следующих  $N$  строках описываются матрицы (в  $i$ -ой строке —  $i$ -ая матрица слева) в формате  $p_i q_i$ , где  $p_i$  — число строк матрицы,  $q_i$  — число столбцов. Все матрицы согласованы, их число строк или столбцов не превосходит 150.

Выходные данные

В единственной строке вывода должно быть написано минимальное число операций, которые нужно совершить, чтобы перемножить все матрицы.

входные данные
3 10 100 100 5 5 50
выходные данные
7500

Подсказка: чтобы перемножить матрицу с размерами  $p$  и  $q$  на матрицу с размерами  $q$  и  $r$ , необходимо выполнить  $pqr$  простейших операций.

D. Аудитория 667

1 секунда, 64 мегабайта

На лекции Н.Н. Непейводы как всегда аншлаг! В аудиторию 667 пришла целая куча студентов, которая, чтобы порадовать всеми любимого профессора, расселась в форме треугольной пирамиды, так, что на последнем ряду сидел один студент, на предпоследнем — двое, и так далее.

Войдя в аудиторию 667, Н.Н. сразу же увидел, каким шедевром одарили его студенты, и тут же предложил им задачу. Он раздал студентам конфетки (не спрашивайте, откуда он взял конфетки, они у него всегда с собой) и начал объяснять правила, которые были весьма просты (но, как всегда у Н.Н., непонятны). Вначале студент, сидящий на самом верху, отдает все свои конфетки студенту, сидящему на ряд ниже, причем он может отдать их как студенту слева, так и студенту справа. Затем оба эти студента отдают свои конфетки студентам, сидящим на ряд ниже, причем опять либо сидящему немного левее, либо немного правее них самих. На вопрос, как это, Н.Н. сделал задумчивое лицо и сказал, что нельзя передавать конфетки через студента, так как он все равно их заберет себе. Сидящий ниже может получить конфетки только от одного студента, сидящего выше. После того, как все конфетки дойдут до самого нижнего ряда, нужно посчитать, какое максимальное их число может оказаться у одного из студентов в первом ряду.

Студенту Петрову-Водкину весьма хотелось спать, однако после речей Н.Н. он решил проявить себя, достал свой нетбук и мигом написал решение этой задачи на Brainf\*ck'e. А вы сможете решить такую задачу и получить автомат за зачет по нечеткой логике у Н.Н.?

Входные данные

В первой строке дано число  $N$  — количество рядов, на которых сидят студенты аудитории 667 ( $1 \leq N \leq 100$ ). Затем следует  $N$  рядов, в которых даны количества конфеток  $x_{ij}$ , которые Н.Н. выдавал студентам, начиная с самого верхнего ряда, слева направо по рядам ( $0 \leq x_{ij} \leq 32000$ ).

Выходные данные

В единственной строке должно содержаться максимальное количество конфеток, которое может оказаться у одного из студентов на первом ряду.

входные данные
4 1 2 3 5 6 1 8 6 3 1
выходные данные
16

Е. Путь рыцаря

2 секунды, 64 мегабайта

Василий начинающий рыцарь, и сегодня он решил отправиться совершать подвиги чтобы стать более богатым и известным. Он живёт в королевстве расположенном на прямоугольной сетке, в которой левая верхняя ячейка имеет координату  $(1, 1)$ , а правая нижняя  $(N, M)$ . Для начала он решил разобраться с богатством. Он разослал своих слуг чтобы они узнали, кто в королевстве готов заплатить за его помощь, и теперь планирует свой путь. Будучи суеверным рыцарем и любителем шахмат, он решил, что будет передвигаться по королевству только ходом шахматного коня и только в направлениях удаляющих его от начальной точки. То есть из клетки  $(i, j)$  о будет перемещаться только в клетки  $(i + 2, j - 1)$ ,  $(i + 2, j + 1)$ ,  $(i + 1, j + 2)$  и  $(i - 1, j + 2)$ . Помогите ему определить мксимальное количество золота которое он сможет заработать, если будет получать оплату за свою помощь в каждой посещённой клетке.

Входные данные

В первой строке вам даны два числа  $N$  и  $M$  ( $1 \leq N, M, \leq 1000$ ) — размеры мира. В следующих  $N$  строках заданы по  $M$  чисел  $a_{ij}$ , количество золота, которое рыцарь сможет заработать проходя по данной области.

Выходные данные

Выведите единственное число, максимальное количество золота, которое рыцарь сможет заработать в своём путешествии.

входные данные
2 2 1 1 1 1
выходные данные
1

входные данные
2 3 1 1 1 1 1 1
выходные данные
2

входные данные
2 5 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
выходные данные
3

входные данные
5 5 1 2 3 4 5 2 3 4 5 1 3 4 5 1 2 4 5 1 2 3 5 1 2 3 4
выходные данные
16

Ф. Баланс

1 секунда, 256 мегабайт

Вам даны весы с двумя чашами, и набор гирек. Определите возможно ли сбалансировать весы этими гирьками, и если можно то каким наименьшим числом гирек можно сбалансировать весы.

Входные данные

В первой строке даны два числа  $N$  и  $(1 \leq N \leq 100)$  — количество гирек. В следующей строке заданы веса гирек  $w_i$  ( $1 \leq w_i \leq 10^4$ ).

Выходные данные

Если весы можно сбалансировать выведите минимальное необходимое количество гирек, в противном случае выведите " - 1".

входные данные
5 1 2 4 8 16
выходные данные
-1

входные данные
4 1 2 3 1
выходные данные
2

Г. Нескучные заборы

2 секунды, 256 мегабайт

Василий решил построить забор вокруг своего дачного участка, чтобы забор был нескучным он решил что каждая доска в заборе должна иметь различную высоту. У него есть доска длины  $N$ , он хочет узнать сколько существует способов разрезать её на куски с различными целочисленными длинами, вся длина доски должна быть истрачена.

Входные данные

Н. Опять динамика

1 секунда, 256 мегабайт

В первой строке дано единственное целое число  $N$  ( $1 \leq N \leq 5 \cdot 10^3$ ) — длина исходной доски.

Выходные данные

Выведите единственное целое число — количество способов разрезать исходную доску на куски различной длины. Так как результат может быть очень велик выведите его по модулю  $10^9 + 7$ .

входные данные
1
выходные данные
1

входные данные
2
выходные данные
1

входные данные
3
выходные данные
2

входные данные
10
выходные данные
10

Пусть имеется набор предметов, каждый из которых имеет два параметра  $w_i, c_i$  — вес и ценность. Также имеется рюкзак определённой вместимости  $W$ . Ваша задача заключается в том, чтобы собрать рюкзак с максимальной ценностью предметов внутри, соблюдая при этом ограничение рюкзака на суммарный вес.

Входные данные

В первой строке вам дано два числа  $N$  и  $W$  ( $1 \leq N \leq 500, 1 \leq W \leq 10^{18}$ ) — количество различных предметов и вместимость рюкзака. В следующих  $N$  строках дано описание предметов в виде пар чисел  $w_i$  и  $c_i$  ( $1 \leq w_i \leq 10^{15}, 1 \leq c_i \leq 500$ ) — вес и ценность предмета соответственно.

Выходные данные

Выведите единственное число — максимальную стоимость предметов, которые можно поместить в рюкзак.

входные данные
3 20 11 15 10 10 10 10
выходные данные
20