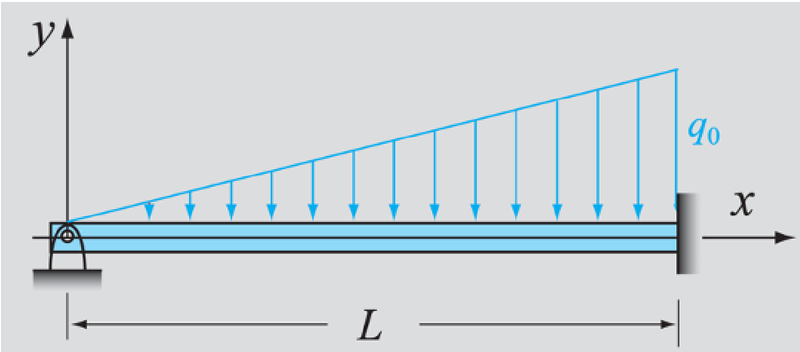
T6.GB.P01. Momento flector en una viga

Una viga uniforme de 30 pies de largo se apoya simplemente en el extremo izquierdo y se sujeta en el extremo derecho. La viga está sujeta a la carga triangular que se muestra.



La deflexión de la viga está dada por la ecuación diferencial:

$$E \cdot I \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = -M(x)$$

donde y es la deformación, x es la coordenada medida a lo largo de la longitud de la viga desde el extremo izquierdo, $M(x)$ es el momento flector, $E = 29 \cdot 10^6 \text{psi}$ es el módulo elástico, e $I = 720\,\text{in}^4$ es su momento de inercia. Los siguientes datos se obtienen de la medición de la deformación de la viga frente a la posición:

x (in)	0	24	48	72	96	120	144	168
y (in)	0	–0.111	–0.216	–0.309	–0.386	–0.441	–0.473	–0.479
x (in)	192	216	240	264	288	312	336	360
y (in)	–0.458	–0.412	–0345	–0.263	–0.174	–0.090	–0.026	0

a) (3p) Determina el momento flector $M(x)$ en cada punto. Da el resultado mediante una tabla en la que las columnas sean x, y, M

b) (1p) Representa gráficamente los puntos obtenidos y la gráfica del momento flector a lo largo de la viga

c) (3p) A partir de la gráfica anterior aproxima la posición del punto en que se anula el momento flector (que no es el extremo de la viga) mediante interpolación inversa tomando tres puntos dados entre los que se encuentre la raíz

d) (3p) Repite el apartado c) interpolando con splines cúbicas y compara el resultado obtenido con el del apartado c) explicando lo sucedido. Representa gráficamente los puntos y las splines. ¿Cuál de los dos resultados te parece más preciso?

No es necesario que transformes las unidades a SI. El momento flector se da en $\text{lb} \cdot \text{in}$

Respuesta

a)

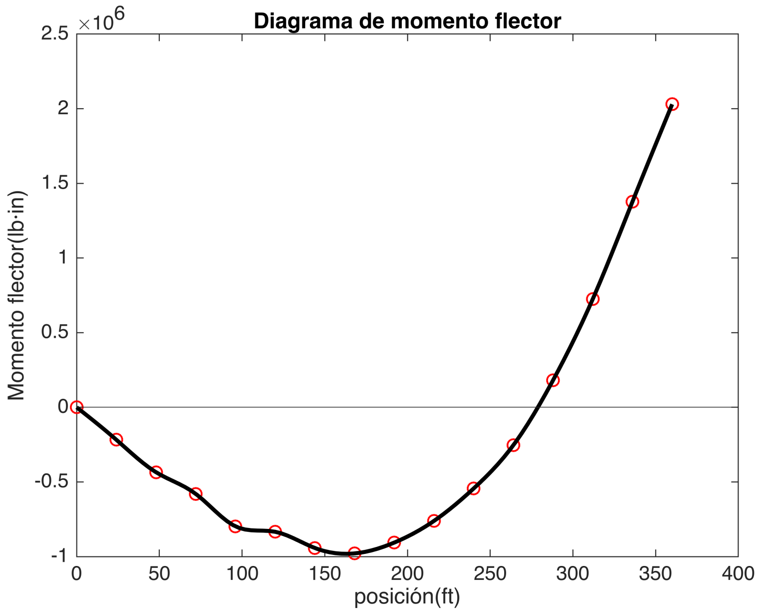
```
clc, clear, clf
x = 0:24:360;
```

```
y = [0 -0.111 -0.216 -0.309 -0.386 -0.441 -0.473 -0.479 -0.458 -0.412 -0.345 -0.263 -0
E = 29e6;I = 720;
[~,ydd] = PrimSegDeriv(x,y);
M = -ydd * E * I;
T = table(x',y',M');
T.Properties.VariableNames = {'x(in)', 'y(in)', 'M (lb·ft)'};
disp (T)
```

x(in)	y(in)	M (lb·ft)
0	0	-2.0123e-09
24	-0.111	-2.175e+05
48	-0.216	-4.35e+05
72	-0.309	-5.8e+05
96	-0.386	-7.975e+05
120	-0.441	-8.3375e+05
144	-0.473	-9.425e+05
168	-0.479	-9.7875e+05
192	-0.458	-9.0625e+05
216	-0.412	-7.6125e+05
240	-0.345	-5.4375e+05
264	-0.263	-2.5375e+05
288	-0.174	1.8125e+05
312	-0.09	7.25e+05
336	-0.026	1.3775e+06
360	0	2.03e+06

b)

```
plot(x,M,'or','LineWidth',2,'HandleVisibility','off')
hold on
xp = linspace(min(x)+0.01,max(x)-0.01,100);
for i=1:100
    yp(i) = SplineCub(x,M,xp(i));
end
plot(xp,yp,'-k','LineWidth',2)
xlabel('posición(ft)')
ylabel('Momento flector(lb·in)')
yline(0)
title('Diagrama de momento flector')
hold off
```



c) Para calcular el punto donde se anula el momento flector tomamos los 3 puntos de la gráfica próximos al que se anula y hacemos interpolación inversa:

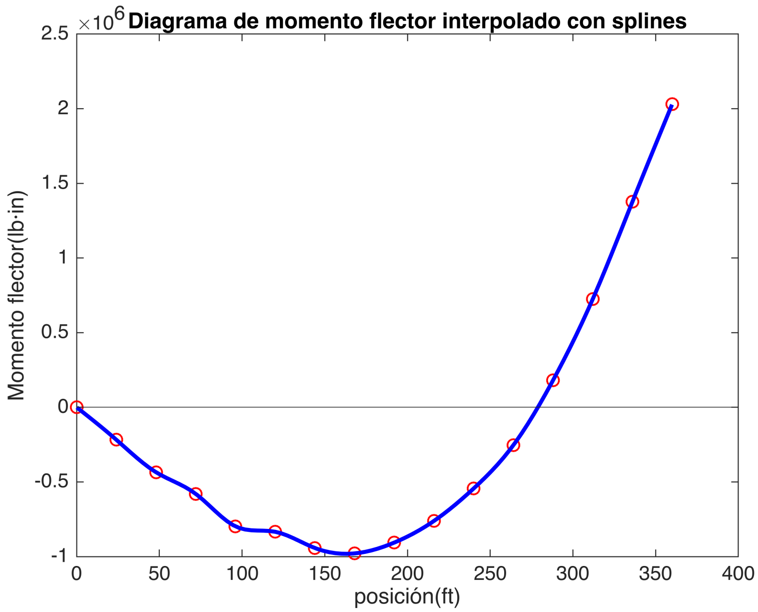
```
xi = x(1,12:14);
Mi = M(1, 12:14);
x0 = NewtonINT(Mi,xi,0);
fprintf('El momento flector se anula en x = %6.4f in\n',x0)
```

```
El momento flector se anula en x = 278.5185 in
```

d) Interpolamos con splines.

Gáfica:

```
plot(x,M,'or','LineWidth',2)
hold on
xp = linspace(min(x)+0.1,max(x)-0.1,100);
for i = 1:100
    yp(i) = SplineCub(x,M,xp(i));
end
plot (xp, yp, '-b','LineWidth',2)
xlabel('posición(ft)')
ylabel('Momento flector(lb·in)')
yline(0)
title('Diagrama de momento flector interpolado con splines')
hold off
```



Hacemos interpolación inversa con spline sobre los mismos 3 puntos del apartado anterior

```
x02 = SplineCub(Mi,xi,0);
fprintf('El momento flector con splines se anula en x = %6.4f in\n',x02)
```

```
El momento flector con splines se anula en x = 278.4105 in
```

```
dif = abs((x0 -x02)/x0)*100;
fprintf('Se diferencian en %6.4f %%\n',dif)
```

```
Se diferencian en 0.0388 %
```

No coinciden aunque el error es muy pequeño. La ligera diferencia está dada por los distintos grados de los polinomios de interpolación (2º grado en el apartado c) y 3er grado en el d) con splines). Ninguno es más preciso que el otro.