

# Análisis de Complejidad Temporal de Quicksort frente a Algoritmos In-Place Clásicos

Alexis Raciél Ibarra Garnica

Facultad de Informática

Universidad Autónoma de Querétaro

Santiago de Querétaro, Qro, México

direccion.correo@email.com

Pablo Natera Bravo

Facultad de Informática

Universidad Autónoma de Querétaro

Santiago de Querétaro, Qro, México

pablonatera16@gmail.com

**Abstract**—In this paper we implemented Quicksort in C sharp along with other in-place sorting algorithms such as BubbleSort, Flag BubbleSort, SelectionSort and InsertionSort. This with the intention of comparing performance while maintaining  $O(1)$  spacial complexity. We concluded that of all the in-place sorting algorithms, Quicksort is the best option given that the pivot is chosen adequately.

**Index Terms**—Quicksort, Divide and Conquer, Big O.

## I. INTRODUCCIÓN

El algoritmo Quicksort es uno de los algoritmos más eficientes y la primera elección en muchas aplicaciones debido a su flexibilidad de los distintos tipos de datos que acepta como entrada y por usar menos recursos de memoria.

**Motivación y Objetivo:** El objetivo de este mini-paper es analizar y validar su eficiencia asintótica ( $O(n \cdot \log n)$  promedio) mediante la implementación y el estudio de sus principios fundamentales.

**Estructura del Paper:** A continuación, se detallan los conceptos teóricos clave, la descripción del algoritmo, el análisis de complejidad y las conclusiones.

## II. MARCO TEÓRICO

### A. Antecedentes Históricos

El algoritmo *Quicksort*, fue desarrollado por Tony Hoare en 1959 mientras era estudiante de ciencias de la computación en la Universidad Estatal de Moscú, surgió de la necesidad de ordenar listas de palabras para traducirlas del ruso al inglés. Su propuesta superó en eficiencia al método de *Insertion Sort*, haciendo uso del nuevo concepto de particiones e implementándose inicialmente en Mercury Autocode. Posteriormente, al regresar a Inglaterra, Hoare adaptó su idea para mejorar el algoritmo de *Shellsort*, lo que lo llevó a publicar Quicksort en 1961.[1]

Desde su primer publicación han habido diversas modificaciones con la intención de hacer aún más eficiente el algoritmo, siendo la primer de estas en 1962 por el mismo Hoare. Otras modificaciones se basan en mejores métodos para elegir en pivote y así reducir la complejidad en el peor caso, la más popular es usando el algoritmo de Singleton.[2]

### B. Divide and Conquer

El Quicksort es un algoritmo que usa el paradigma de **Divide and Conquer**. Este tipo de solución implica dividir el problema en dos subproblemas independientes usando un pivote, cada uno siendo aproximadamente la mitad del problema original, y resolver estos subproblemas respectivamente para finalmente unir ambos en la solución final.

En muchas ocasiones estos subproblemas aplican de manera recursiva hasta llegar un caso base, en donde es trivial la respuesta y de ahí se van uniendo las subsoluciones hasta llegar a la solución final. Cuando la división es balanceada, este enfoque logra reducir el número de niveles de recursión a  $\log n$  niveles de recursión. Otros algoritmos que ocupan este paradigma son la *Búsqueda Binaria* y la *Transformada Rápida de Fourier*. [3]

### C. Algoritmo

Aplicando el paradigma de *Divide and Conquer* y el concepto de particiones se obtiene la siguiente lógica en forma de pseudocódigo para el Quicksort[4]:

---

```
Quicksort (Array, low, high)
if low < high then
    pivotID ← PARTITION(Array, low, high)
    QUICKSORT(Array, low, pivotID - 1)
    QUICKSORT(Array, pivotID + 1, high)
end if
```

---

para el Quicksort. Para las particiones luciría así:

---

```
Partition (Array, low, high)
x ← Array[high]
i ← low - 1
for j = low to high - 1 do
    if Array[j] ≤ x then
        i ← i + 1
        swap Array[i], Array[j]
    end if
end for
swap Array[i + 1], Array[high]
return i + 1
```

---

En la primera llamada **low** sería 0 y **high** sería la longitud del arreglo menos 1. Como se puede ver en esta implementación el pivote simplemente es el valor extremo de la derecha.

#### D. Complejidad y pivote

A diferencia de otros algoritmos donde la complejidad depende de la posición de los elementos en el arreglo, en Quicksort la complejidad depende casi enteramente de la elección de pivote.[5]

- 1) Mejor caso: se escoge un pivote que sea exactamente la mediana y cree dos particiones de la misma longitud. Cuando esto sucede es que tenemos exactamente  $\log n$  niveles de recursividad y cada nivel requiere  $n$  operaciones, por lo que la complejidad resulta ser:  $\Omega(n \cdot \log n)$ .
- 2) Peor caso: si el pivote escogido genera particiones que dividen el arreglo de manera desigual ( $n-1$  y 0 elementos) en cada iteración, teniendo  $n$  niveles de recursividad en donde cada nivel necesita de  $\approx n$  operaciones, resultando en una complejidad de  $O(n^2)$ .
- 3) Paso promedio: las particiones no son perfectamente balanceadas pero ambas son siempre de longitudes mayores a cero, en este caso la complejidad también converge a  $\Theta(n \cdot \log n)$ .

Para entender mejor porque el caso promedio converge a  $n \cdot \log n$  es útil visualizar las particiones cuando están desbalanceadas pero no de longitud cero. En este ejemplo tenemos un arreglo en donde de manera recursiva las particiones van a tener una proporción de 1/10 y otra de 9/10.

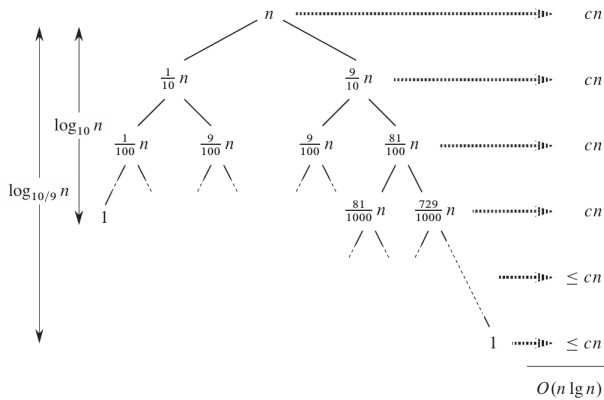


Fig. 1. Diagrama de particiones desbalanceadas. Imagen obtenida de[6].

Como se puede ver el número de niveles de recursión llegará a ser  $\log_{10/9} n$  en la rama de la derecha, y en la rama de la izquierda será  $\log_{10} n$ .

Podemos simplificar estos logaritmos haciendo uso de la fórmula de cambio de base:

$$\log a = \log b \cdot \log_b a \quad (1)$$

Y posteriormente, por nomenclatura de notación Big O, podemos ignorar la constante que aparece.

Para cada nivel de recursión se tendrán que hacer  $\approx n$  operaciones, resultando en la complejidad de:  $\Theta(n \cdot \log n)$ .

Sabiendo esto es simple entender porqué es necesaria una buena técnica para escoger el pivote.

Una técnica muy popular y relativamente sencilla de entender el agarrar el primer, último y elemento de el medio del arreglo o partición, calcular su mediana y usar eso como pivote. Esta técnica ayuda a que el quicksort pase de tener una complejidad del peor caso para arreglos ordenados al mejor caso, y también ayuda a siempre tener dos particiones de longitud distintas a cero.

#### E. Algoritmos de ordenamiento in-place

Quicksort es un algoritmo in-place, lo que significa que funciona haciendo intercambios sin hacer uso de estructuras de datos externas. Otros algoritmos que son in-place serían ambas versiones del Bubblesort, Insertion sort y el Selection sort. La gran ventaja de usar este paradigma es que la complejidad espacial del algoritmo es bastante baja,  $\Theta(\log n)$  en el mejor caso y caso promedio y  $O(n)$  en el peor caso. Sin embargo, si hacemos uso de la técnica de la mediana de tres para escoger el pivote, nos aseguramos de tener una complejidad espacial logarítmica al tener los  $\log n$  niveles.[7]

### III. METODOLOGÍA

Aquí debe describir los métodos, enfoques o procedimientos utilizados en su investigación.

#### A. Implementaciones

1) *Quicksort*: En esta primera implementación se recreó paso a paso el pseudocódigo mencionado anteriormente en C#, donde el pivote escogido es el elemento de la derecha del arreglo/partición. La función principal quedó de la siguiente manera:

```
void q_sort(int low, int high)
{
    if (low < high)
    {
        int q = Partition(low, high);
        q_sort(low, q - 1);
        q_sort(q + 1, high);
    }
}
```

Mientras que la función partición quedó así:

```
int Partition(int low, int high)
{
    int i = low - 1;
    int pivot = Array[high];
    int temp;
    for (int j = low; j < high; j++)
    {
        NumComparisons++;
        if (Array[j] <= pivot)
        {
            i++;
            // swap
        }
    }
}
```

```

        temp = Array[j];
        Array[j] = Array[i];
        Array[i] = temp;
        NumSwaps++;
    }
}

// final swap
temp = Array[i + 1];
Array[i + 1] = Array[high];
Array[high] = temp;
NumSwaps++;

return i + 1;
}

```

Añadiendo un contador de comparaciones e intercambios para cuantificar complejidad.

2) *Quicksort Optimizado*: Posterior a la implementación original del quicksort, se modificó para que el pivote sea escogido usando la mediana del primer, medio y último elemento de la partición. Para ello se hizo una función que tiene como parámetros un arreglo y los índices inferior y superior, y su valor de retorno es el índice de la mediana de las posiciones inferior, media y superior.

```

int Median_Of_3(int low, int high)
{
    int middle = (low + high + 1)
        ↪ / 2;
    int x1 = Array[low];
    int x2 = Array[middle];
    int x3 = Array[high];

    if ((x2 <= x1 && x1 <= x3) ||
        ↪ (x3 <= x1 && x1 <= x2))
        return low;
    else if ((x1 <= x2 && x2 <=
        ↪ x3) || (x3 <= x2 && x2 <=
        ↪ x1))
        return middle;
    else
        return high;
}

```

Teniendo esta función lista sólo hubo que añadir dos líneas antes del ciclo for en la función partición para escoger el pivote y mandarlo al final.

```

int i = low - 1;
int pivotIndex = Median_Of_3(low, high);
NumComparisons++;
// swap pivot con high
NumSwaps++;
int temp = Array[pivotIndex];
Array[pivotIndex] = Array[high];
Array[high] = temp;

int pivot = Array[high];

```

3) *Bubblesort*: Para poder hacer una comparativa al quicksort se implementaron tanto el Bubblesort como el Flag Bubblesort, teniendo la implementación del Bubblesort así:

```

void B_Sort()
{
    for (int i = 0; i < n - 1; i++)
    {
        for (int j = 0; j < n - i - 1;
            ↪ j++)
        {
            NumComparisons++;
            if (Array[j + 1] < Array[j])
            {
                // Swap
                int temp = Array[j + 1];
                Array[j + 1] = Array[j];
                Array[j] = temp;

                NumSwaps++;
            }
        }
    }
}

```

Y para el Flag Bubblesort sólo se anadió el flag de intercambio:

```

void FB_Sort()
{
    for (int i = 0; i < n - 1;
        ↪ i++)
    {
        bool swapped = false;
        for (int j = 0; j < n - i
            ↪ - 1; j++)
        {
            NumComparisons++;
            if (Array[j + 1] <
                ↪ Array[j])
            {
                int temp = Array[j
                    ↪ + 1];
                Array[j + 1] =
                    ↪ Array[j];
                Array[j] = temp;

                NumSwaps++;
                swapped = true;
            }
        }
        if (!swapped)
        {
            break;
        }
    }
}

```

Ambas implementaciones tienen un contador de operaciones e intercambios para medir complejidad.

4) *Insertionsort*: Para implementarlo en C# se hizo de la manera siguiente:

```
void I_Sort()
{
    for (int i = 1; i < n; i++)
    {
        var key = Array[i];
        int j = i - 1;
        while (j >= 0 && Array[j]
            ↪ > key)
        {
            NumComparisons++;
            Array[j + 1] =
                ↪ Array[j];
            j--;
            NumSwaps++;
        }
        Array[j + 1] = key;
    }
}
```

añadiendo un contador de operaciones para cuantificar la complejidad.

5) *Selectionsort*: Para implementarlo en C# se hizo de la manera siguiente:

```
void S_Sort()
{
    for (int i = 0; i < n - 1;
        ↪ i++)
    {
        int min = i;

        for (int j = i + 1; j < n;
            ↪ j++)
        {
            NumComparisons++;
            if (Array[j] <
                ↪ Array[min])
            {
                min = j;
            }
        }
        NumSwaps++;
        int temp = Array[i];
        Array[i] = Array[min];
        Array[min] = temp;
    }
}
```

añadiendo un contador de operaciones para cuantificar la complejidad.

6) *Generador de arreglos*: Se crearon dos funciones para poder probar nuestras implementaciones con arreglos de longitud  $n$ .

La primera genera  $n$  elementos aleatorios de la siguiente manera:

```
int[] rand_n_array(int n)
{
```

```
    int[] Array = new int[n];
    Random random = new Random(100);
    int Valor;
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        Valor = random.Next(0, 2 * n);
        Array[i] = Valor;
    }
    return Array;
}
```

Cabe aclarar que se usa una semilla para asegurar reproducibilidad pero no es necesaria.

Mientras que la segunda función genera  $n$  elementos ordenados de menor a mayor:

```
int[] n_array(int n)
{
    int[] Array = new int[n];
    for(int i = 0; i < n; i++)
    {
        Array[i] = i;
    }
    return Array;
}
```

## B. Experimentos

1) *Quicksort vs Quicksort optimizado*: Primeramente se compararon ambas implementaciones de Quicksort en arreglos ordenados y aleatorios de longitudes desde 10 hasta 1000 elementos.

La elección de que el límite de longitud sea 1000 es para evitar el StackOverflowException de C# cuando la implementación no optimizada ordena arreglos ordenados.

Finalmente se guardaron los resultados en archivos csv para su posterior análisis.

2) *Quicksort optimizado vs demás algoritmos*: En el segundo experimento ahora se compararon las implementaciones del Quicksort optimizado, Bubblesort, Flag Bubblesort, Insertionsort y Selectionsort con arreglos tanto ordenados como desordenados.

Para los arreglos ordenados las longitudes de las listas estuvieron en el rango de 100 a 50,000 elementos y para los arreglos desordenados los rangos variaron desde 100 hasta 10,000. Esta decisión se tomó para evitar saturar las computadora debido a la complejidad  $O(n^2)$  de los demás algoritmos.

Finalmente se guardaron los resultados en archivos csv para su posterior análisis.

## IV. RESULTADOS

1) *Quicksort vs Quicksort optimizado*: Cuando se hace la comparación con arreglos desordenados obtenemos esta gráfica:

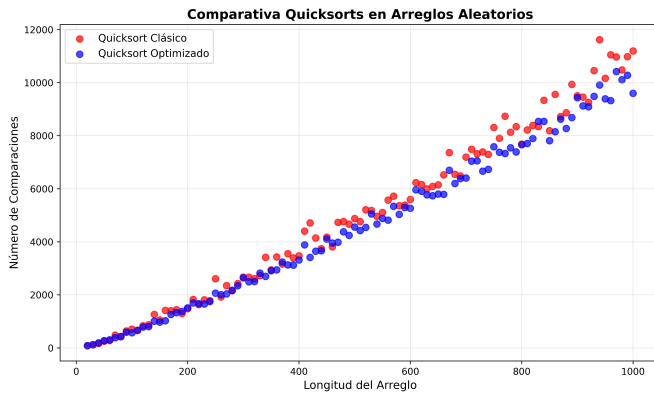


Fig. 2. Comparativa de Quicksorts en escala logarítmica.

Mientras que cuando se hace la comparación con arreglos ordenados obtenemos esta otra gráfica:

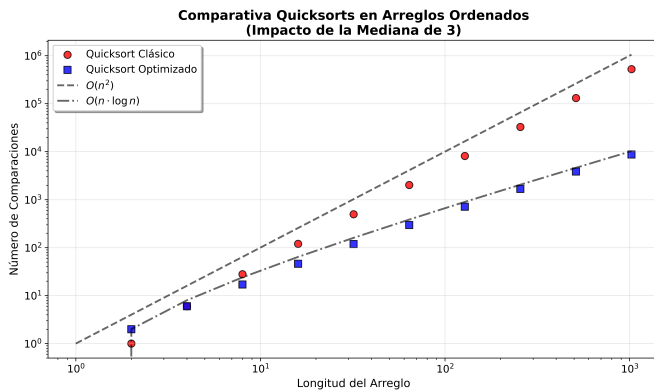


Fig. 3. Comparativa de Quicksorts en escala logarítmica.

2) *Quicksort optimizado vs demás algoritmos*: Cuando se hace la comparación con arreglos desordenados obtenemos esta gráfica:

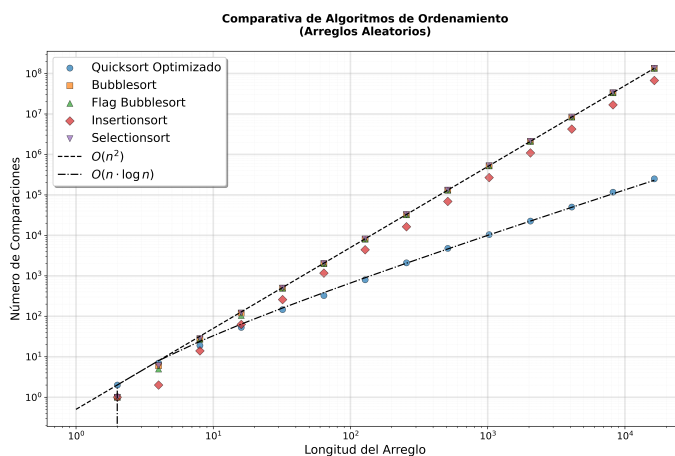


Fig. 4. Quicksort vs demás en escala logarítmica.

Mientras que cuando se hace la comparación con arreglos ordenados obtenemos esta otra gráfica:

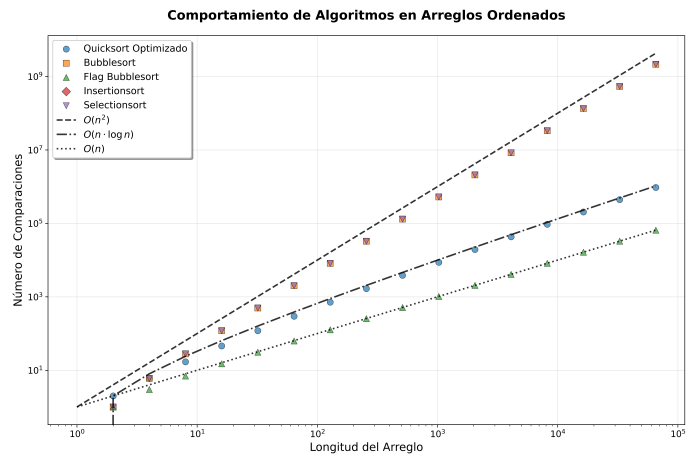


Fig. 5. Quicksort vs demás en escala logarítmica.

## V. CONCLUSIONES

Después de analizar estas distintas implementaciones hay 2 puntos importantes de mencionar:

- Escoger bien el pivote ayuda ligeramente en arreglos desordenados pero ayuda demasiado para arreglos ordenados y nos da una complejidad tanto temporal como espacial bastante más estable.
- De los algoritmos de ordenamiento in-place que se analizaron el quicksort es indiscutiblemente el ganador.

Sin embargo hay un dos preguntas que se podrían explorar a futuro:

- ¿Hay alguna implementación que supere la complejidad temporal obtenida aquí revisando si el arreglo está previamente ordenado?
- ¿qué otras técnicas para escoger el pivote existen y cuáles son sus respectivas complejidades?

Podemos afirmar que el Quicksort es un algoritmo sumamente efectivo tanto en complejidad espacial como temporal, es relativamente sencillo de implementar y es bastante flexible ya que acepta distintos tipos de datos como entrada; haciéndolo una opción bastante sólida para diversas aplicaciones.

## REFERENCES

- [1] C. A. R. Hoare, "Algorithm 64: Quicksort," *Commun. ACM*, vol. 4, no. 7, p. 321, Jul. 1961. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1145/366622.366644>
- [2] L. Khreisat, "Quicksort a historical perspective and empirical study," *International Journal of Computer Science and Network Security*, 07 2008.
- [3] G. Heineman, G. Pollice, and S. Selkow, *Algorithms in a Nutshell*, 2e. Sebastopol, CA: O'Reilly Media, Mar. 2016.
- [4] A. Y. Bhargava, *Grokking Algorithms*. New York, NY: Manning Publications, May 2016.
- [5] R. Sedgewick and K. Wayne, *Algorithms*. Addison-Wesley Professional, Feb. 2011.

- [6] T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, and C. Stein, *Introduction to Algorithms, Third Edition*, 3rd ed. The MIT Press, 2009.
- [7] C. LLC, *Introduction to algorithms a comprehensive guide for Beginners*, 1st ed. Packt Publishing, 2024.

## VI. APÉNDICE

A continuación se anexan los códigos en C# de implementaciones y el de python para generar los gráficos. Para ver el repositorio de GitHub haga click [aquí](#).

### A. Implementaciones en C#

```
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.Diagnostics;
using System.Linq;
using System.Numerics;
using System.Text;
using System.Threading.Tasks;

namespace Qsort
{
    //IMPLEMENTACIÓN BUBBLESORT
    //_____
    public class BubbleSort
    {
        public int[] Array { get; private
            ↪ set; }
        public int NumComparisons { get;
            ↪ private set; }
        public int NumSwaps { get; private
            ↪ set; }
        private int n;

        public BubbleSort(int[] array)
        {
            Array = (int[])array.Clone();
            NumComparisons = 0;
            NumSwaps = 0;
            n = Array.Length;
        }

        public void B_Sort()
        {
            for (int i = 0; i < n - 1;
                ↪ i++)
            {
                for (int j = 0; j < n - i
                    ↪ - 1; j++)
                {
                    NumComparisons++;
                    if (Array[j + 1] <
                        ↪ Array[j])
                    {
                        // Swap
                        int temp = Array[j
                            ↪ + 1];
                        Array[j + 1] =
                            ↪ Array[j];
```

```

        Array[j] = temp;

        NumSwaps++;
    }
}
}
}
}

```

//IMPLEMENTACIÓN FLAG BUBBLESORT

//\_\_\_\_\_

```

public class FlagBubbleSort
{
    public int[] Array { get; private
        ⇨ set; }
    public int NumComparisons { get;
        ⇨ private set; }
    public int NumSwaps { get; private
        ⇨ set; }
    private int n;

    public FlagBubbleSort(int[] array)
    {
        Array = (int[])array.Clone();
        NumComparisons = 0;
        NumSwaps = 0;
        n = Array.Length;
    }

    public void FB_Sort()
    {
        for (int i = 0; i < n - 1;
            ⇨ i++)
        {
            bool swapped = false;
            for (int j = 0; j < n - i
                ⇨ - 1; j++)
            {
                NumComparisons++;
                if (Array[j + 1] <
                    ⇨ Array[j])
                {
                    int temp = Array[j
                        ⇨ + 1];
                    Array[j + 1] =
                        ⇨ Array[j];
                    Array[j] = temp;

                    NumSwaps++;
                    swapped = true;
                }
            }
            if (!swapped)
            {
                break;
            }
        }
    }
}

```

```

    }
}

```

```

//IMPLEMENTACIÓN QUICKSORT V1

```

```

//
public class QuickSort_v1
{
    public int[] Array { get; private
        ⇨ set; }
    public int NumComparisons { get;
        ⇨ private set; }
    public int NumSwaps { get; private
        ⇨ set; }
    private int n;

    public QuickSort_v1(int[] array)
    {
        Array = (int[])array.Clone();
        NumComparisons = 0;
        NumSwaps = 0;
        n = Array.Length;
    }

    private int Partition(int low, int
        ⇨ high)
    {
        int i = low - 1;
        int pivot = Array[high];
        int temp;
        for (int j = low; j < high;
            ⇨ j++)
        {
            NumComparisons++;
            if (Array[j] <= pivot)
            {
                i++;
                // swap
                temp = Array[j];
                Array[j] = Array[i];
                Array[i] = temp;
                NumSwaps++;
            }
        }

        // final swap
        temp = Array[i + 1];
        Array[i + 1] = Array[high];
        Array[high] = temp;
        NumSwaps++;

        return i + 1;
    }
}

```



```

private void q_sort(int low, int
    ↪ high)
{
    if (low < high)
    {
        int q = Partition(low,
            ↪ high);
        q_sort(low, q - 1);
        q_sort(q + 1, high);
    }
}

public void Q_Sortv1()
{
    NumComparisons = 0;
    NumSwaps = 0;
    q_sort(0, n - 1);
}
}

//IMPLEMENTACIÓN QUICKSORT V2
//_____
public class QuickSort_v2
{
    public int[] Array { get; private
        ↪ set; }
    public int NumComparisons { get;
        ↪ private set; }
    public int NumSwaps { get; private
        ↪ set; }
    private int n;

    public QuickSort_v2(int[] array)
    {
        Array = (int[])array.Clone();
        NumComparisons = 0;
        NumSwaps = 0;
        n = Array.Length;
    }

    private int Median_Of_3(int low,
        ↪ int high)
    {
        int middle = (low + high + 1)
            ↪ / 2;
        int x1 = Array[low];
        int x2 = Array[middle];
        int x3 = Array[high];

        if ((x2 <= x1 && x1 <= x3) ||
            ↪ (x3 <= x1 && x1 <= x2))
            return low;
        else if ((x1 <= x2 && x2 <=
            ↪ x3) || (x3 <= x2 && x2 <=
            ↪ x1))
            return middle;
    }
}

```

```

        else
            return high;
    }

private int Partition(int low, int
    ↪ high)
{
    int i = low - 1;
    int pivotIndex =
        ↪ Median_Of_3(low, high);
    NumComparisons++;
    // swap pivot con high
    NumSwaps++;
    int temp = Array[pivotIndex];
    Array[pivotIndex] =
        ↪ Array[high];
    Array[high] = temp;

    int pivot = Array[high];

    for (int j = low; j < high;
        ↪ j++)
    {
        NumComparisons++;
        if (Array[j] <= pivot)
        {
            i++;
            // swap
            temp = Array[j];
            Array[j] = Array[i];
            Array[i] = temp;
            NumSwaps++;
        }
    }

    // final swap
    temp = Array[i + 1];
    Array[i + 1] = Array[high];
    Array[high] = temp;
    NumSwaps++;

    return i + 1;
}

private void q_sort(int low, int
    ↪ high)
{
    if (low < high)
    {
        int q = Partition(low,
            ↪ high);
        q_sort(low, q - 1);
        q_sort(q + 1, high);
    }
}

public void Q_Sortv2()

```

```

    {
        NumComparisons = 0;
        NumSwaps = 0;
        q_sort(0, n - 1);
    }
}

//IMPLEMENTACIÓN INSERTION SORT
//_____
public class InsertionSort
{
    public int[] Array { get; private
        ↪ set; }
    public int NumComparisons { get;
        ↪ private set; }
    public int NumSwaps { get; private
        ↪ set; }
    private int n;

    public InsertionSort(int[] array)
    {
        Array = (int[])array.Clone();
        NumComparisons = 0;
        NumSwaps = 0;
        n = Array.Length;
    }

    public void I_Sort()
    {
        for (int i = 1; i < n; i++)
        {
            var key = Array[i];
            int j = i - 1;
            while ( j >= 0 && Array[j]
                ↪ > key)
            {
                NumComparisons++;
                Array[j + 1] =
                    ↪ Array[j];
                j--;
                NumSwaps++;
            }
            Array[j + 1] = key;
        }
    }
}

//IMPLEMENTACIÓN SELECTION SORT
//_____
public class SelectionSort
{
    public int[] Array { get; private
        ↪ set; }
    public int NumComparisons { get;
        ↪ private set; }

```

```

public int NumSwaps { get; private
    ↪ set; }
private int n;

public SelectionSort(int[] array)
{
    Array = (int[])array.Clone();
    NumComparisons = 0;
    NumSwaps = 0;
    n = Array.Length;
}

public void S_Sort()
{
    for (int i = 0; i < n - 1;
        ↪ i++)
    {
        int min = i;

        for (int j = i + 1; j < n;
            ↪ j++)
        {
            NumComparisons++;
            if (Array[j] <
                ↪ Array[min])
            {
                min = j;
            }
        }
        NumSwaps++;
        int temp = Array[i];
        Array[i] = Array[min];
        Array[min] = temp;
    }
}

}

//GENERAR ARREGLOS
//_____
public static class ArrayGenerator
{
    public static int[]
        ↪ rand_n_array(int n)
    {
        int[] Array = new int[n];
        Random random = new
            ↪ Random(100);
        int Valor;
        for (int i = 0; i < n; i++)
        {
            Valor = random.Next(0, 2 *
                ↪ n);
            Array[i] = Valor;
        }
        return Array;
    }
}

```

```

    }

    public static int[] n_array(int n)
    {
        int[] Array = new int[n];
        for(int i = 0; i < n; i++)
        {
            Array[i] = i;
        }
        return Array;
    }
}

}

```

## B. Experimentos

```

using Qsort;
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.Diagnostics;
using System.IO;
using System.Linq;

class Program
{
    static void Main(string[] args)
    {
        Console.WriteLine("===
        ↳ EXPERIMENTOS DE ALGORITMOS DE
        ↳ ORDENAMIENTO ===\n");

        // Experimento 1: Quicksort vs
        ↳ Quicksort optimizado
        Experimento1_QuickSorts();

        // Experimento 2: Quicksort
        ↳ optimizado vs demás algoritmos
        Experimento2_TodosAlgoritmos();

        ↳ Console.WriteLine("\n\n_____Listo_____ \n\n");
    }

    static void Experimento1_QuickSorts()
    {
        Console.WriteLine("Experimento 1:
        ↳ Quicksort vs Quicksort
        ↳ optimizado\n\n");

        var resultadosAleatorios = new
        ↳ List<string> {
        ↳ "n, QS_v1_Comparaciones, QS_v1_Intercambios, QS_v2_Comparaciones, QS_v2_Intercambios"
        ↳ };
    }
}

```

```

var resultadosOrdenados = new
    ↳ List<string> {
    ↳ "n, QS_v1_Comparaciones, QS_v1_Intercambios, QS_v2_Comparaciones, QS_v2_Intercambios"
    ↳ };

Console.WriteLine("Experimento
    ↳ 1A");
for (int i = 20; i < 1001; i+= 10)
{

    int[] arrayAleatorio =
        ↳ ArrayGenerator.rand_n_array(i);

    // QuickSort v1
    var qs1 = new
        ↳ QuickSort_v1(arrayAleatorio);
    qs1.Q_Sortv1();

    // QuickSort v2
    var qs2 = new
        ↳ QuickSort_v2(arrayAleatorio);
    qs2.Q_Sortv2();

    ↳ resultadosAleatorios.Add($"{i}, {qs1.NumComparisons}, {qs1.NumSwaps}, {qs2.NumCom

}

// Probar con arreglos ordenados
    ↳ (10 a 1000 elementos)
Console.WriteLine("Experimento
    ↳ 1B");
for (int i = 0; i < 11; i++)
{
    int n = (int)Math.Pow(2, i);

    int[] arrayOrdenado =
        ↳ ArrayGenerator.n_array(n);

    // QuickSort v1
    var qs1 = new
        ↳ QuickSort_v1(arrayOrdenado);
    try
    {
        qs1.Q_Sortv1();
    }
    catch (StackOverflowException)
    {

        ↳ Console.WriteLine($"StackOverflow
        ↳ en QS_v1 con n={n}
        ↳ (arreglo ordenado)");
        break;
    }
}

```

```

        // QuickSort v2
        var qs2 = new
        ↪ QuickSort_v2(arrayOrdenado);
        qs2.Q_Sortv2();

        ↪ resultadosOrdenados.Add($"{n},{qs1.NumComparisons},{qs1.NumSwaps},{qs2.NumComp

    }

    // Guardar resultados

    ↪ File.WriteAllLines("experimento1A.csv",
    ↪ resultadosAleatorios);

    ↪ File.WriteAllLines("experimento1B.csv",
    ↪ resultadosOrdenados);

    Console.WriteLine("Experimento 1
    ↪ listo.\n");
}

static void
↪ Experimento2_TodosAlgoritmos()
{
    Console.WriteLine("Experimento 2:
    ↪ Quicksort optimizado vs otros
    ↪ algoritmos\n\n");

    var resultadosAleatorios = new
    ↪ List<string> {
    ↪ "n, QS_v2_Comparaciones, QS_v2_Intercambios, Bubble_Comparaciones, Bubble_Intercambios
    ↪ };

    Console.WriteLine("Experimento 2A:
    ↪ Arreglos aleatorios\n");

    for (int i = 0; i < 15; i++)
    {
        int n = (int)Math.Pow(2, i);
        int[] temp_array =
        ↪ ArrayGenerator.rand_n_array(n);

        var resultados =
        ↪ all_implementations(temp_array,
        ↪ n);
        if (resultados != null)
        {
            ↪ resultadosAleatorios.Add(resultados);
        }
    }
}

```

```

//
Console.WriteLine("Experimento 2B:
    ↳ Arreglos ordenados\n");
var resultadosOrdenados = new
    ↳ List<string> {
    ↳ "n, QS_v2_Comparaciones, QS_v2_Intercambios, Bubble_Comparaciones, Bubble_Intercambios
    ↳ };

for(int i=0; i < 17; i++)
{
    int n = (int)Math.Pow(2, i);
    int[] temp_array =
        ↳ ArrayGenerator.n_array(n);

    var res =
        ↳ all_implementations(temp_array,
        ↳ n);
    if (res != null)
    {
        ↳ resultadosOrdenados.Add(res);
    }
}

// Guardar resultados

    ↳ File.WriteAllLines("experimento2A.csv",
    ↳ resultadosAleatorios);

    ↳ File.WriteAllLines("experimento2B.csv",
    ↳ resultadosOrdenados);

Console.WriteLine("Experimento 2
    ↳ listo.");
}

static string
    ↳ all_implementations(int[] array,
    ↳ int n)
{
    try
    {
        // QuickSort v2
        var qs2 = new
            ↳ QuickSort_v2(array);
        qs2.Q_Sortv2();

        // BubbleSort
        var bubble = new
            ↳ BubbleSort(array);
        bubble.B_Sort();

        // FlagBubbleSort
        var flagBubble = new
            ↳ FlagBubbleSort(array);
        flagBubble.FB_Sort();
    }
}

```



```

        // InsertionSort
        var insertion = new
            ↳ InsertionSort(array);
        insertion.I_Sort();

        // SelectionSort
        var selection = new
            ↳ SelectionSort(array);
        selection.S_Sort();

    return
        ↳ $"{n},{qs2.NumComparisons},{qs2.NumSwaps},"
        ↳ +

            ↳ $"{bubble.NumComparisons},{bubble.NumSwaps},"
            ↳ +

            ↳ $"{flagBubble.NumComparisons},{flagBubble.NumSwaps},"
            ↳ +

            ↳ $"{insertion.NumComparisons},{insertion.NumSwaps},"
            ↳ +

            ↳ $"{selection.NumComparisons},{selection.NumSwaps}";
    }
    catch (Exception ex)
    {
        Console.WriteLine($"Error con
            ↳ n={n}: {ex.Message}");
        return null;
    }
}
}

```

### C. Gráficos

```

import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
import pandas as pd

#Experimento 1

## Experimento 1A
df_explA =
    ↳ pd.read_csv('Qsort/bin/Debug/net8.0/experimento1A.csv')

plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.scatter(df_explA.n,
    ↳ df_explA['QS_v1_Comparaciones'],
        label='Quicksort Clásico',
        ↳ color='red', alpha=0.7,
        ↳ s=50)
plt.scatter(df_explA.n,
    ↳ df_explA['QS_v2_Comparaciones'],

```

```

        label='Quicksort Optimizado',
        → color='blue', alpha=0.7,
        → s=50)

plt.title('Comparativa Quicksorts en
→ Arreglos Aleatorios', fontsize=14,
→ fontweight='bold')
plt.ylabel('Número de Comparaciones',
→ fontsize=12)
plt.xlabel('Longitud del Arreglo',
→ fontsize=12)

plt.legend(fontsize=11)
plt.grid(True, alpha=0.3)

plt.tight_layout()
plt.savefig('Exp1A.png', dpi=600,
→ bbox_inches='tight')
plt.clf()

## Experimento 2A
df_exp1B =
→ pd.read_csv('Qsort/bin/Debug/net8.0/experimento1B.csv')

plt.figure(figsize=(10, 6))

plt.scatter(x=df_exp1B.n,
→ y=df_exp1B['QS_v1_Comparaciones'],
→ label='Quicksort Clásico',
→ color='red', marker='o', s=60,
→ alpha=0.8, edgecolors='black')
plt.scatter(x=df_exp1B.n,
→ y=df_exp1B['QS_v2_Comparaciones'],
→ label='Quicksort Optimizado',
→ color='blue', marker='s', s=60,
→ alpha=0.8, edgecolors='black')

# Curvas
plt.plot(df_exp1B.n, [x**2 for x in
→ df_exp1B.n],
        label=r'$O(n^2)$', c='black',
        → linestyle='--', linewidth=2,
        → alpha=0.6)
plt.plot(df_exp1B.n, [x*np.log2(x) for x
→ in df_exp1B.n],
        label=r'$O(n\cdot \log \{n\})$',
        → c='black', linestyle='-.',
        → linewidth=2, alpha=0.6)

plt.title('Comparativa Quicksorts en
→ Arreglos Ordenados\n(Impacto de la
→ Mediana de 3)',
        fontsize=14, fontweight='bold')

```

```

plt.ylabel('Número de Comparaciones',
    ↪ fontsize=12)
plt.xlabel('Longitud del Arreglo',
    ↪ fontsize=12)

plt.legend(fontsize=11, frameon=True,
    ↪ fancybox=True, shadow=True)
plt.grid(True, alpha=0.3)
plt.xscale('log')
plt.yscale('log')
plt.xticks(fontsize=11)
plt.yticks(fontsize=11)

plt.tight_layout()
plt.savefig('Exp1B.png', dpi=600,
    ↪ bbox_inches='tight')
plt.clf()
#Experimento 2

## Experimento 2A
df_exp2A =
    ↪ pd.read_csv('Qsort/bin/Debug/net8.0/experimento2A.csv')

plt.figure(figsize=(12, 8))

colors = ['#1f77b4', '#ff7f0e', '#2ca02c',
    ↪ '#d62728', '#9467bd']
markers = ['o', 's', '^', 'D', 'v']
algorithms = ['QS_v2_Comparaciones',
    ↪ 'Bubble_Comparaciones',
    ↪ 'FlagBubble_Comparaciones',
    ↪ 'Insertion_Comparaciones',
    ↪ 'Selection_Comparaciones']
labels = ['Quicksort Optimizado',
    ↪ 'Bubblesort', 'Flag Bubblesort',
    ↪ 'Insertionsort', 'Selectionsort']
x_2 = [x**2/2 for x in df_exp2A.n]
nlogn = [x*np.log2(x) for x in df_exp2A.n]

for i, (algo, label) in
    ↪ enumerate(zip(algorithms, labels)):
    plt.scatter(x=df_exp2A.n,
        ↪ y=df_exp2A[algo],
            label=label,
            color=colors[i],
            marker=markers[i],
            s=60,
            alpha=0.7,
            edgecolors='black',
            linewidth=0.5)

plt.plot(df_exp2A.n, x_2,
    label = r'$O(n^2)$', c =
    ↪ 'black', linestyle =
    ↪ '--')

```

```

plt.plot(df_exp2A.n, nlogn,
        label = r'$O(n\cdot$
        ↪ \log{n})$', c =
        ↪ 'black' , linestyle =
        ↪ '-.' )

plt.title('Comparativa de Algoritmos de
        ↪ Ordenamiento\n(Arreglos Aleatorios)',
        fontsize=14, fontweight='bold',
        ↪ pad=20)

plt.ylabel('Número de Comparaciones',
        ↪ fontsize=15)
plt.xlabel('Longitud del Arreglo',
        ↪ fontsize=15)

plt.legend(bbox_to_anchor=(0, 1),
        ↪ loc='upper left', frameon=True,
        fancybox=True, shadow=True,
        ↪ fontsize=15)

plt.grid(True, alpha=0.3, linestyle='-',
        ↪ linewidth=2)
plt.grid(True, which='minor', alpha=0.2,
        ↪ linestyle='--', linewidth=0.3)

plt.xscale('log')
plt.yscale('log')

plt.xticks(fontsize=12)
plt.yticks(fontsize=12)

plt.tight_layout()

plt.savefig('Exp2A.png', dpi=600,
        ↪ bbox_inches='tight')
plt.clf()
## Experimento 2B
df_exp2B =
        ↪ pd.read_csv('Qsort/bin/Debug/net8.0/experimento2B.csv')

plt.figure(figsize=(12, 8))

colors = ['#1f77b4', '#ff7f0e', '#2ca02c',
        ↪ '#d62728', '#9467bd']
markers = ['o', 's', '^', 'D', 'v']
algorithms = ['QS_v2_Comparaciones',
        ↪ 'Bubble_Comparaciones',
        ↪ 'FlagBubble_Comparaciones',
        'Insertion_Comparaciones',
        ↪ 'Selection_Comparaciones']

```

```

labels = ['Quicksort Optimizado',
→ 'Bubblesort', 'Flag Bubblesort',
→ 'Insertionsort', 'Selectionsort']

# Curvas
x_2 = [x**2 for x in df_exp2B.n]
n = [x for x in df_exp2B.n]
nlogn = [x*np.log2(x) for x in df_exp2B.n]

# Scatter plot
for i, (algo, label) in
→ enumerate(zip(algorithms, labels)):
    plt.scatter(x=df_exp2B.n,
→ y=df_exp2B[algo],
        label=label,
        color=colors[i],
        marker=markers[i],
        s=60,
        alpha=0.7,
        edgecolors='black',
        linewidth=0.5)

# Curvas de referencia
plt.plot(df_exp2B.n, x_2,
→ label=r'$O(n^2)$', c='black',
→ linestyle='--', linewidth=2,
→ alpha=0.8)
plt.plot(df_exp2B.n, nlogn,
→ label=r'$O(n \cdot \log n)$',
→ c='black', linestyle='-.',
→ linewidth=2, alpha=0.8)
plt.plot(df_exp2B.n, n, label=r'$O(n)$',
→ c='black', linestyle=':', linewidth=2,
→ alpha=0.8)

plt.title('Comportamiento de Algoritmos en
→ Arreglos Ordenados',
        fontsize=16, fontweight='bold',
→ pad=20)
plt.ylabel('Número de Comparaciones',
→ fontsize=14)
plt.xlabel('Longitud del Arreglo',
→ fontsize=14)

plt.legend(bbox_to_anchor=(0, 1),
→ loc='upper left', frameon=True,
        fancybox=True, shadow=True,
→ fontsize=12)

plt.grid(True, alpha=0.3)
plt.xscale('log')
plt.yscale('log')
plt.xticks(fontsize=11)
plt.yticks(fontsize=11)

```

```
plt.tight_layout()
plt.savefig('Exp2B.png', dpi=600,
    ↪  bbox_inches='tight')
plt.clf()
```