Imię i nazwisko: ______________________________

Nr indeksu: ____________________ **Kierunek:** ____________________

Wyniki obliczeń należy wpisać z dokładnością do trzech cyfr po przecinku.
Do niniejszego arkusza należy dołączyć rozwiązania zadań.

ZESTAW 58

Zadanie nr 1

Dany jest układ równań nieliniowych postaci:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r_1(\mathbf{x}) \\ r_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^2 + 8x_2^2 + 2x_1 - 655 \\ 16x_1x_2 + 6x_2 - 1456 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Rozwiązać powyższy układ równań algorytmem Newtona z idealnym krokiem ($\alpha = 1$) dokonując minimalizacji bezwarunkowej funkcji: $\min\limits_{\mathbf{x}\in\mathcal{R}^2} f(\mathbf{x}) = \min\limits_{\mathbf{x}\in\mathcal{R}^2} \left(\frac{1}{2}\mathbf{r}(\mathbf{x})^T\mathbf{r}(\mathbf{x})\right)$. Za przybliżenie początkowe przyjąć wektor $\mathbf{x}^{(0)} = [11.3, 7.8]^T$. Zastosować test stopu $||\nabla f(\mathbf{x})|| < \epsilon$, gdzie $\epsilon = 0.1$.

Odpowiedź: $\mathbf{x}^* \approx$ [11.000, 8.000], $||\nabla f(\mathbf{x}^*)|| =$ 0.0006

Zadanie nr 2

Dana jest funkcja postaci:

$$f(\mathbf{x}) = 19x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 - x_3 - x_2x_3 + 8x_3^2, \quad \mathbf{x} \in \mathcal{R}^3$$

oraz punkt startowy $\mathbf{x}^{(0)} = [1, 0, 0]^T$. Znaleźć minimum funkcji $f(\mathbf{x})$ metodą zmiennej metryki BFGS (Broydena-Fletchera-Goldfarba-Shanno) z dokładnością $\epsilon = 0.01$ (zastosować test stopu $||\nabla f(\mathbf{x})|| < \epsilon$). Za początkową aproksymację odwrotności macierzy Hessego przyjąć macierz jednostkową, tj. $\mathbf{B}^{(0)} = \mathbf{I}_{3\times3}$.

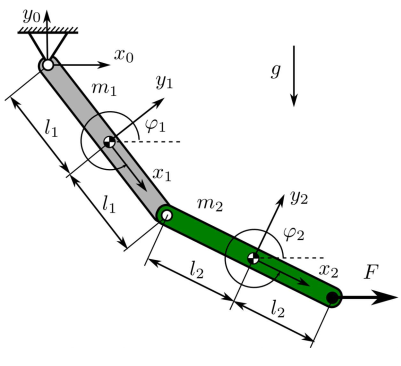
Odpowiedź: $\mathbf{x}^* \approx$ [0.002, 0.034, 0.065], $||\nabla f(\mathbf{x}^*)|| =$ 0.000

Zadanie nr 3

Z warunków KKT znaleźć minimum następującego ZPN z ograniczeniami nierównościowymi:

$$\min_{\mathbf{x}\in\mathcal{R}^2} f(\mathbf{x}) = (x_1 - 14.8)^2 + (x_2 - 10.6)^2$$

$$\begin{aligned} \text{p.o.} \quad & c_1(\mathbf{x}) = 2x_1 - x_2 \leqslant 15 \\ & c_2(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}x_1 + x_2 \leqslant 17 \\ & x_1 \geqslant 0, \quad x_2 \geqslant 0 \end{aligned}$$



Rysunek 1: *Manipulator 2DOF do zadania nr 4*

Odpowiedź: $\mathbf{x}^* =$ [12.800, 10.600], $\boldsymbol{\lambda}^* =$ [1.600, 1.600]

Zadanie nr 4

Rozważmy manipulator płaski pokazany na rysunku 1. Z zasady minimum całkowitej energii potencjalnej układu wyznaczyć położenie pierwszego członu $\mathbf{q}_1 = [x_1, y_1, \varphi_1]^T$ oraz położenie drugiego członu $\mathbf{q}_2 = [x_2, y_2, \varphi_2]^T$ względem układu globalnego x_0y_0, dla których układ pozostanie w stanie równowagi. Wyrazić kąt w stopniach, a położenie w metrach. Założyć, że na efektor działa stała siła F w kierunku poziomym, a układ znajduje się w potencjalnym polu sił ciężkości, gdzie $g = 9.81\frac{m}{s^2}$ jest współczynnikiem przyspieszenia ziemskiego. Dane: $l_1 = l_2 = 1$m, $m_1 = 6$kg, $m_2 = 8$kg, $F = 140$N.

Odpowiedź: $\mathbf{q}_1 = [x_1, y_1, \varphi_1]^T =$ [0.792, -0.610, 322.375]
Odpowiedź: $\mathbf{q}_2 = [x_2, y_2, \varphi_2]^T =$ [2.547, -1.491, 344.343]

Zadanie	Nr 1	Nr 2	Nr 3	Nr 4	Suma
Punktacja					

[0]Zadania wygenerowano 8 maja 2018 r., g. 13:13:23