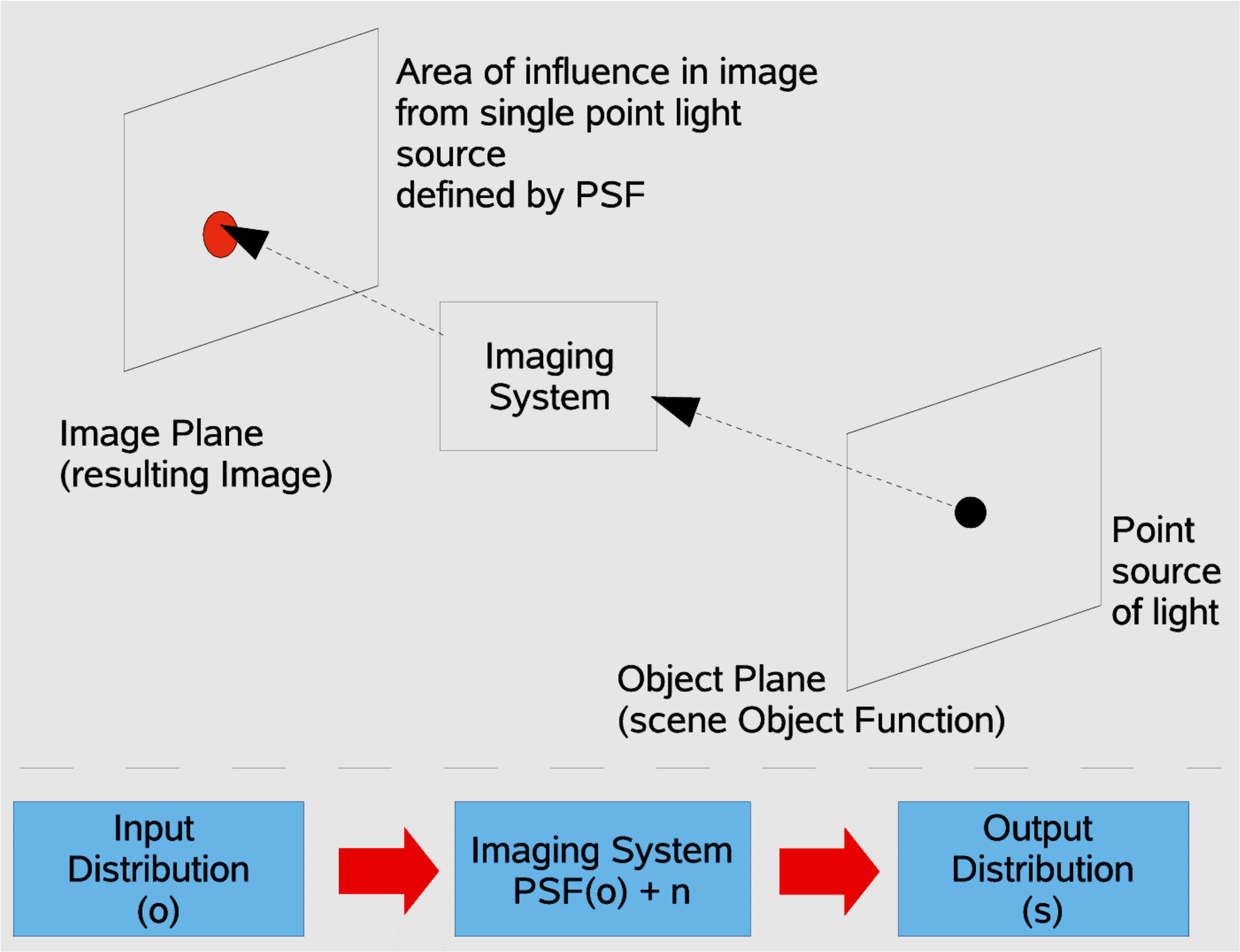
Resumo PDI

Gilzamir Gomes

Formação

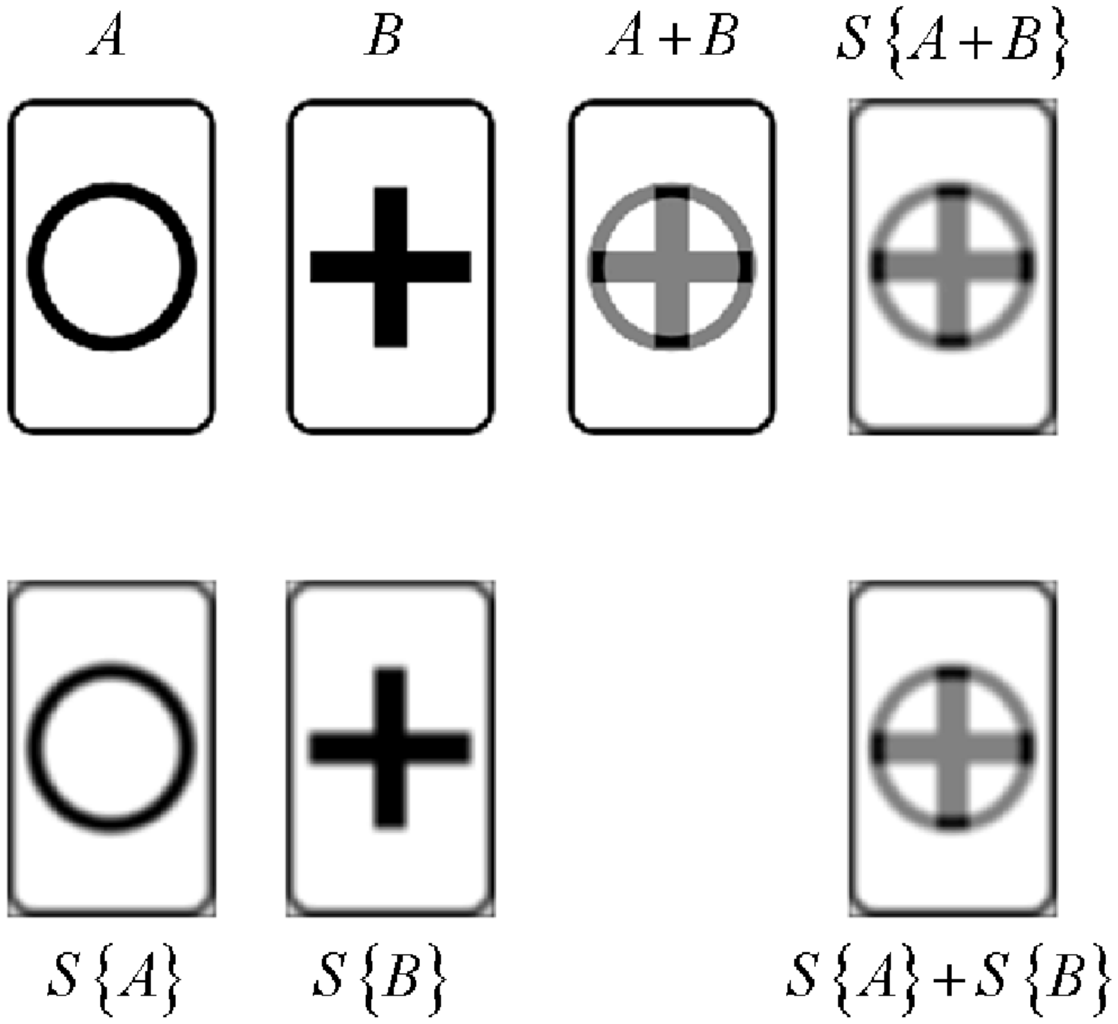

Area of influence in image
from single point light
source
defined by PSF
Imaging
System
Image Plane
(resulting Image)
Point
source
of light
Object Plane
(scene Object Function)
Input
Distribution
(o)
Imaging System
PSF(o) + n
Output
Distribution
(s)

Sistemas Lineares de Captura de Imagem

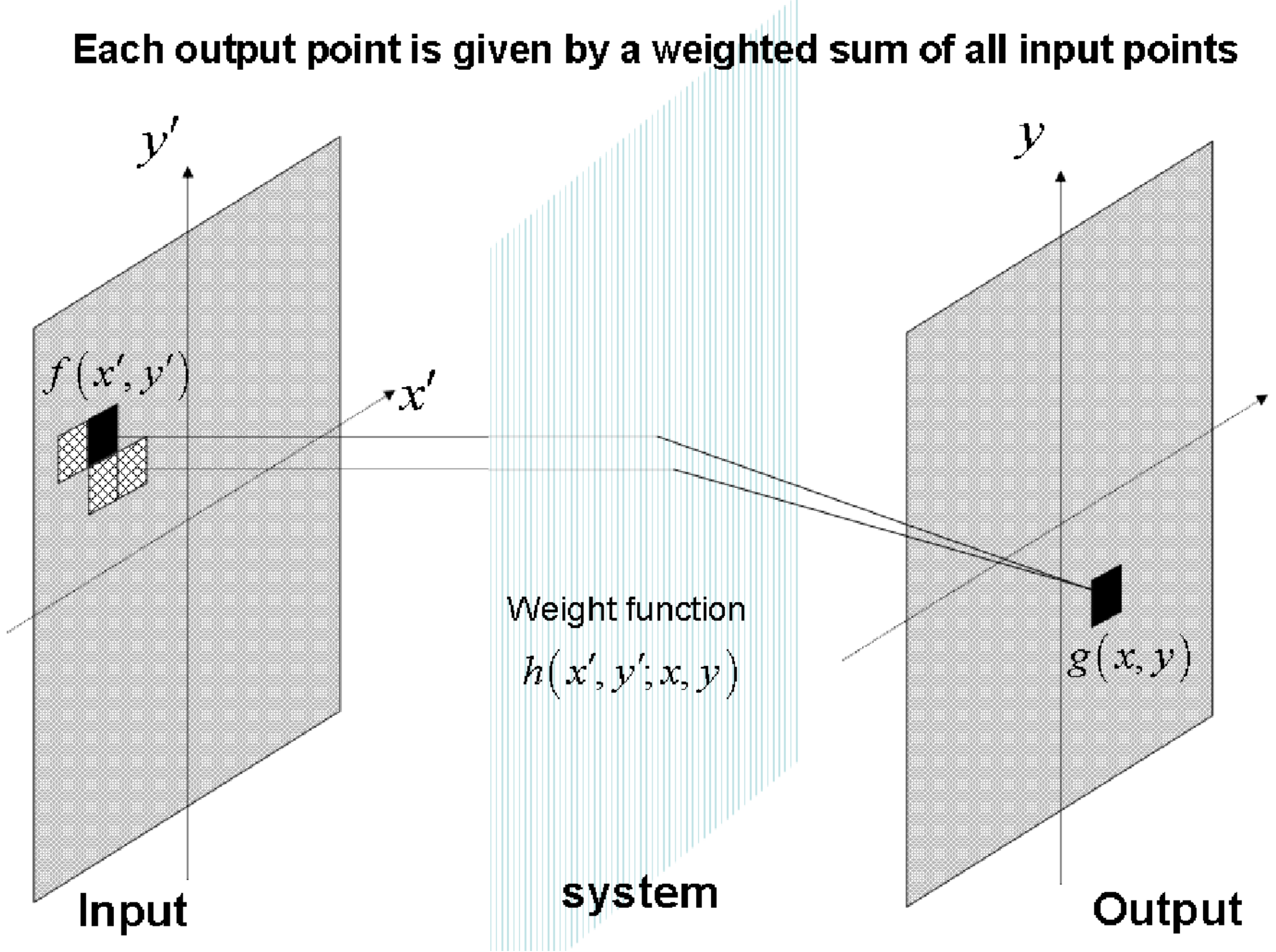
- Um sistema de captura de imagens descrito por um operador S é linear se, para quaisquer duas distribuições de entrada X e Y e quaisquer dois escalares a e b, tivermos:

$$S\{aX + bY\} = aS\{X\} + bS\{Y\}$$

Sistemas Lineares de Captura de Imagem



Integral de superposição linear



$$\boldsymbol{g(x,y) = \iint f(x',y')h(x,y;x',y')dx'dy'}$$

Função de espalhamento de pontos

$$\mathrm{rect}\left(\frac{x}{a}\right) = 1 \quad |x| < a/2$$

$$= 0 \;\text{ para qualquer outro valor de } x$$

$$\delta(x) = \lim_{a\to 0} \frac{1}{a}\mathrm{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \qquad \text{em 1D}$$

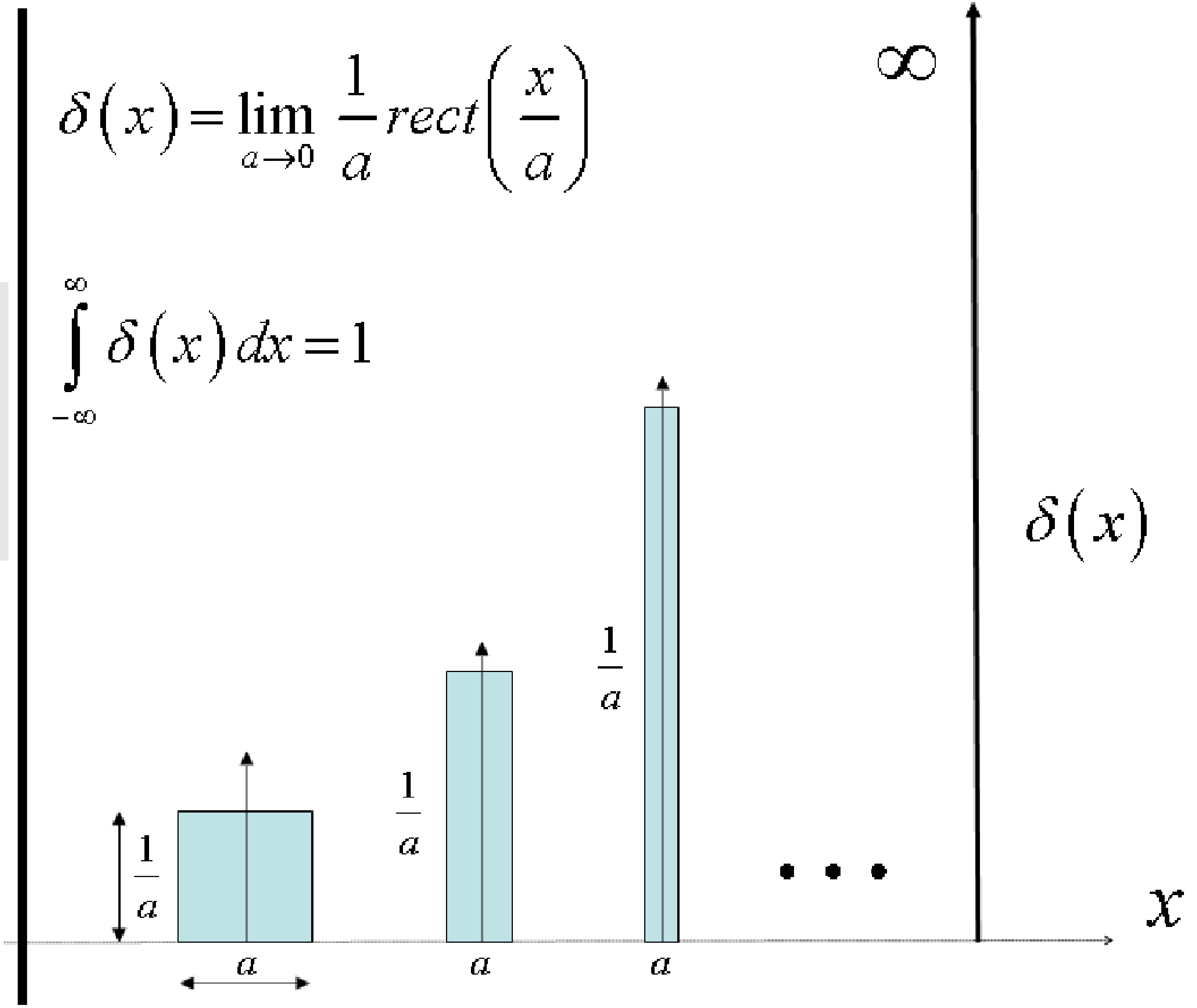
$$\delta(x,y) = \lim_{a\to 0} \frac{1}{a^2}\mathrm{rect}\left(\frac{x}{a}\right)\mathrm{rect}\left(\frac{y}{a}\right) \qquad \text{em 2D}$$

$$\delta(x) = \infty \qquad x = 0$$
$$= 0 \qquad x \neq 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)\,\mathrm{d}x = 1$$

$$\delta(x) = \lim_{a\to 0} \frac{1}{a} rect\left(\frac{x}{a}\right)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x)\,dx = 1$$



Função Delta de Dirac ou função Impulso

- Função delta deslocada

$$\delta(x - x_0) = \infty \qquad x = x_0$$
$$= 0 \qquad x \neq x_0$$

- Para duas dimensões:

$$\delta(x, y) = \infty \qquad x = 0, y = 0$$
$$= 0 \qquad \text{para quaisquer outros valores de } x \text{ e } y$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x, y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = 1$$

Teorema da Amostragem

- Propriedade de amostragem

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-x_0)\,\mathrm{d}x = f(x_0) \qquad \text{caso 1D}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)\delta(x-x_0,y-y_0)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y = f(x_0,y_0) \qquad \text{caso 2D}$$

Propriedades da Função Delta

- As funções delta são largamente empregadas em óptica e no processamento de imagens como representação idealizada de fontes pontuais ou filamentares (abertura):
  - Singularidade
  - Área Unitária
  - Propriedade de Amostragem

$f(x,y) = \delta(x-x_0, y-y_0)$ (fonte pontual localizada em x_0, y_0)

$f(x,y) = \delta(x-x_0)$ (fonte filamentar vertical localizada na reta $x = x_0$)

$f(x,y) = \delta(y-y_0)$ (fonte filamentar horizontal localizada na reta $y = y_0$)

$f(x,y) = \delta(ax + by + c)$ (fonte localizada na reta $ax + by + c$)

Função de Espalhamento de Ponto

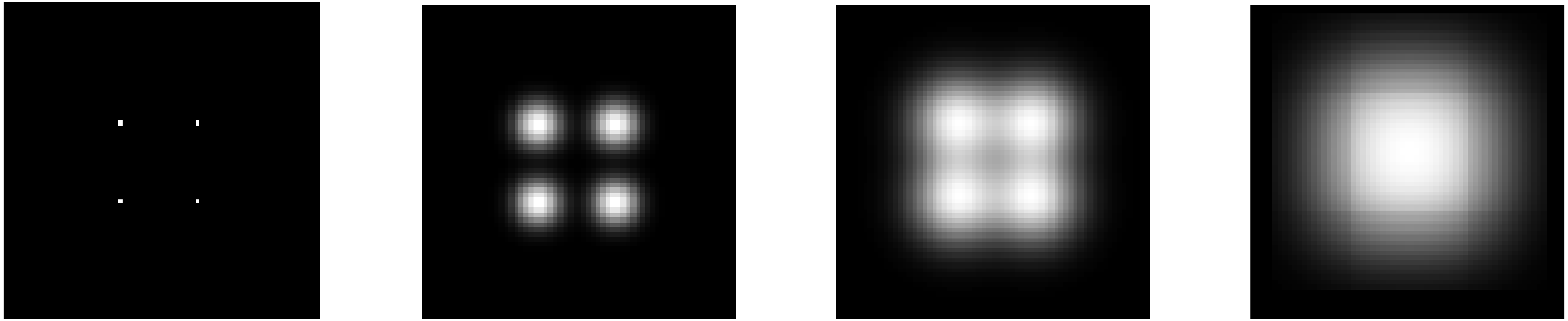
- Um bom ou preciso sistema de captura de imagens tem, em geral, uma PSF estreita.

$$g(x,y) = \iint \delta(x'-x_0, y'-y_0) h(x,y;x',y')\,\mathrm{d}x'\,\mathrm{d}y'$$

$$g(x,y) = h(x,y;x_0,y_0)$$

Função de Espalhamento de Ponto

- Efeito do PSF do sistema de captura de imagem. À medida que a PSF se torna cada vez mais larga, os pontos na distribuição de entrada original se tornam mais largos e se sobrepõem.



Sistemas Lineares Invariantes sob Translação e Integral e Convolução

- Invariância sob translação ou isoplanatismo. PSF depende somente da diferença entre as coordenadas nos domínios de entrada e de saída. Em vez de se configurar N^4 combinações de entrada/resposta, configura-se N^2.
- Uma translação na entrada produz uma correspondente translação na saída.

$$h(x, y; x', y') = h(x'', y'') = h(x-x', y-y')$$

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x', y') h(x-x', y-y') \, \mathrm{d}x' \, \mathrm{d}y'$$

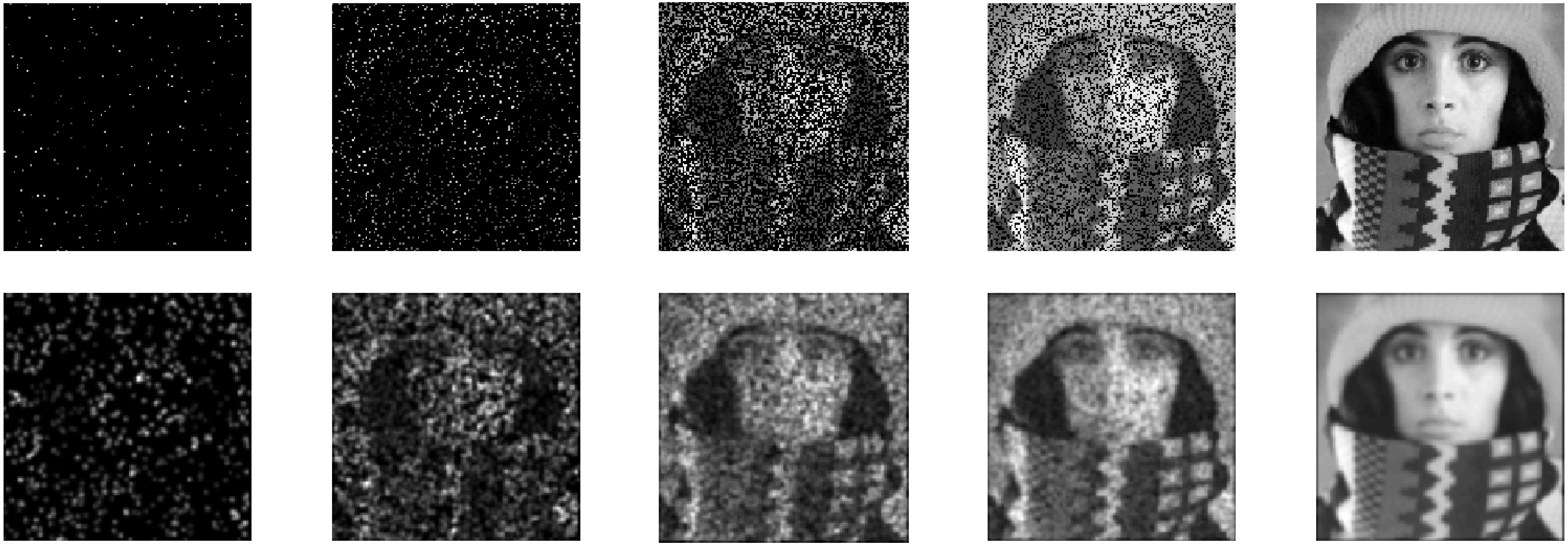
Integrais de Convolução

- Forma abreviada
  - Função h é denominada de núcleo (kernel)

$$g(x, y) = f(x, y) ** h(x, y) \qquad (2D)$$

$$g(x) = f(x) * h(x) \qquad (1D)$$

Convolução



Convolução Digital

- 1D:

$$g_j = \sum_i f_i h_{j-i}$$

- 2D:

$$g_{kl} = \sum_j \sum_i f_{ij} h_{k-i,l-j}$$

$$f_i = \sum_{i-j}^{9} w_k I_k(i)$$

$$= (-1x10) + (-1x11) + (-1x8) + (-1x40) + (8x35)$$

$$+ (-1x42) + (-1x38) + (-1x36) + (-1x46) = 14$$

12	11	12	13	13	9
10	8	10	11	8	13
32	36	40	35	42	40
40	37	38	36	46	41
41	36	89	39	42	39
42	37	39	43	45	38

$$\begin{array}{|c|c|c|}\hline w_1 & w_2 & w_3 \\ \hline w_4 & w_5 & w_6 \\ \hline w_7 & w_8 & w_9 \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|}\hline -1 & -1 & -1 \\ \hline -1 & 8 & -1 \\ \hline -1 & -1 & -1 \\ \hline \end{array}$$

Processo de Digitalização

Teorema da Amostragem, Hardware de Digitalização, Desempenho

Teorema da Amostragem

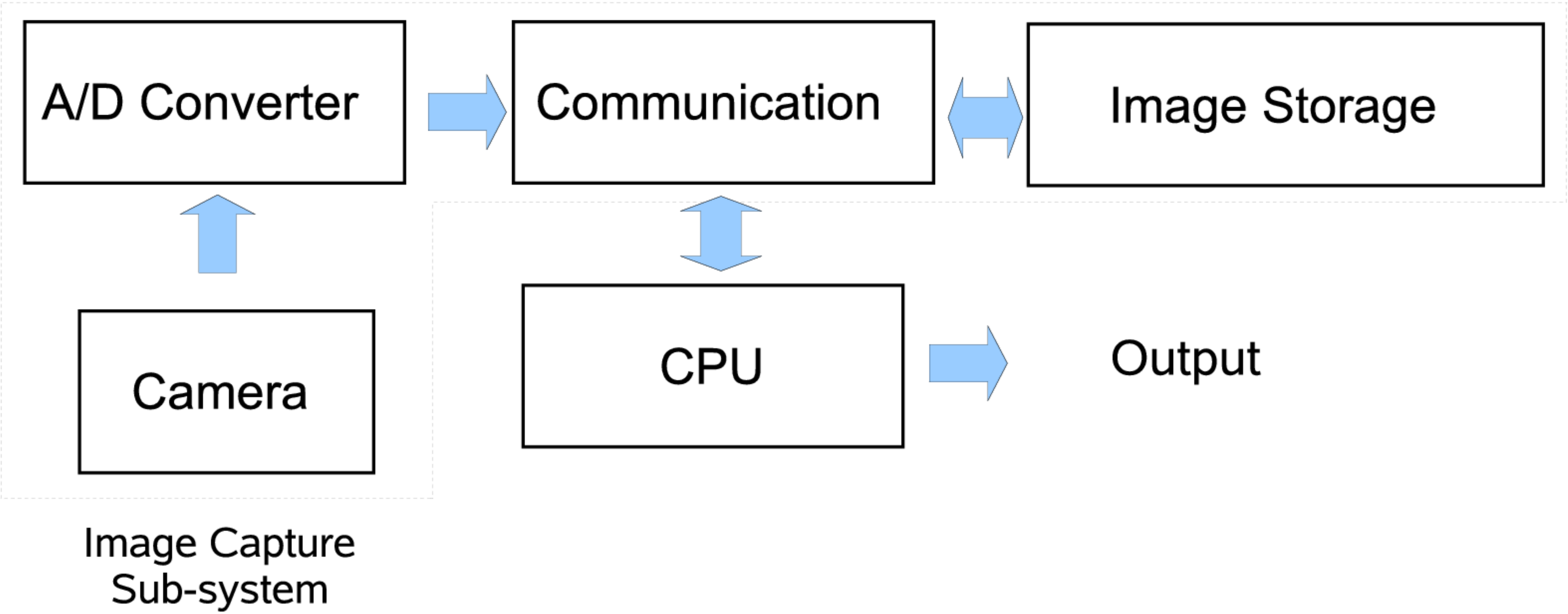
- Conhecido como teorema da amostragem de Nyquist ou teorema da amostragem de Shannon.
- O teorema da amostragem, no contexto da captura de imagens, diz o seguinte: uma imagem analógica pode ser reconstruída exatamente a partir de sua forma digital desde que a frequência de amostragem (numero de amostras por dimensão linear) seja pelo menos o dobro da maior frequência (variação por dimensão linear) presente na imagem

$$\text{intervalo de amostragem} \leq \frac{1}{\text{frequência de Nyquist}}$$

$$\text{frequência de Nyquist} = 2 \times (\text{Máxima frequência na imagem})$$

Hardware para Digitalização

- Sistemas antigos



Hardware para Digitalização

Ruído

Original Image

Salt and Pepper (impulse) noise

Filtros

- No domínio espacial
- No domínio da frequência

Filtros da média e da mediana

Filtro da média:

$$R = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} z_i$$

Filtro da média ponderada:

$$g(x,y) = \frac{\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b} w(s,t)f(x+s,y+t)}{\sum_{s=-a}^{a}\sum_{t=-b}^{b} w(s,t)}$$

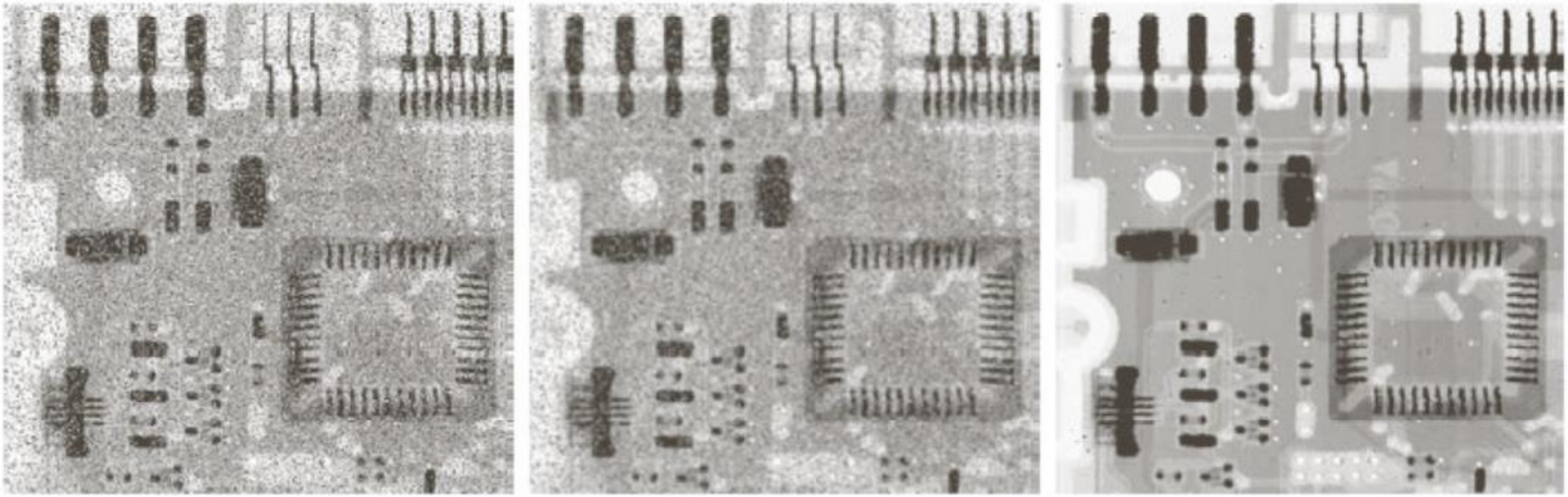
Filtros da média e da mediana

0.2500	0.2500
0.2500	0.2500

0.1111	0.1111	0.1111
0.1111	0.1111	0.1111
0.1111	0.1111	0.1111

0.0400	0.0400	0.0400	0.0400	0.0400
0.0400	0.0400	0.0400	0.0400	0.0400
0.0400	0.0400	0.0400	0.0400	0.0400
0.0400	0.0400	0.0400	0.0400	0.0400
0.0400	0.0400	0.0400	0.0400	0.0400

Filtros da média e da mediana

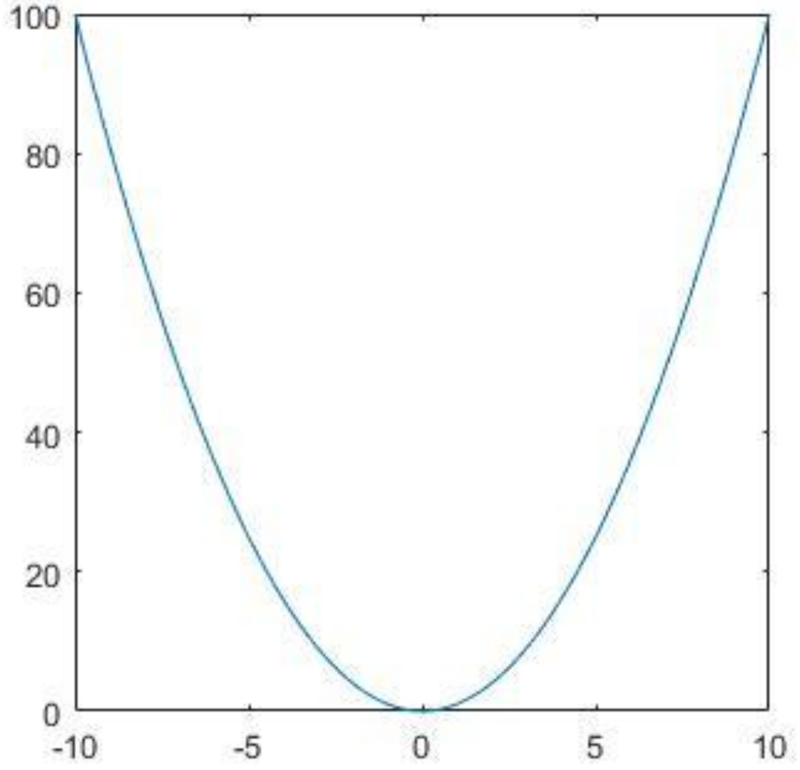


Média

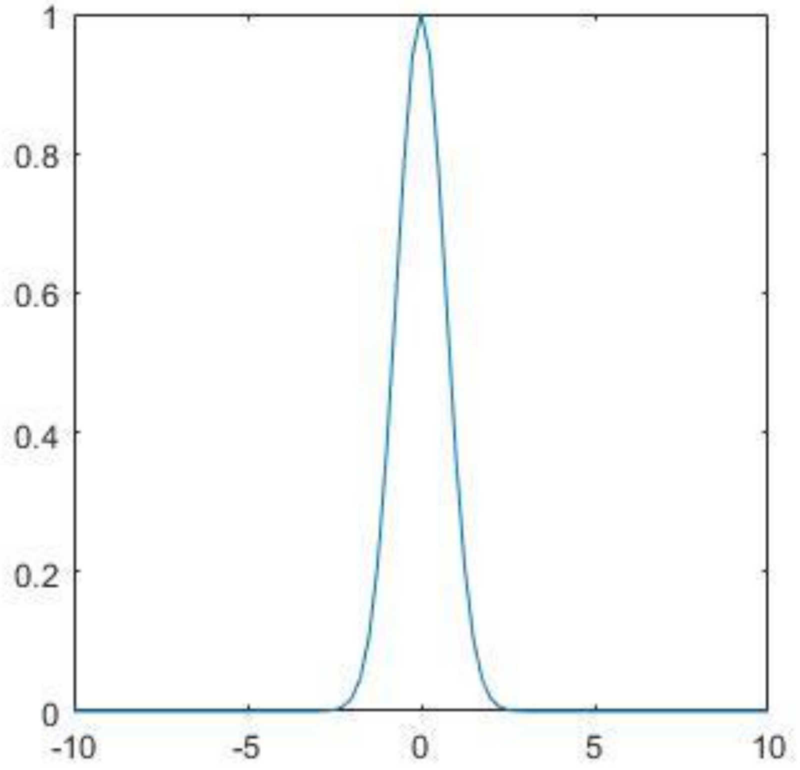
Mediana

Função Gaussiana $f(x) = e^{-x^2}$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx = \sqrt{\pi}.$$



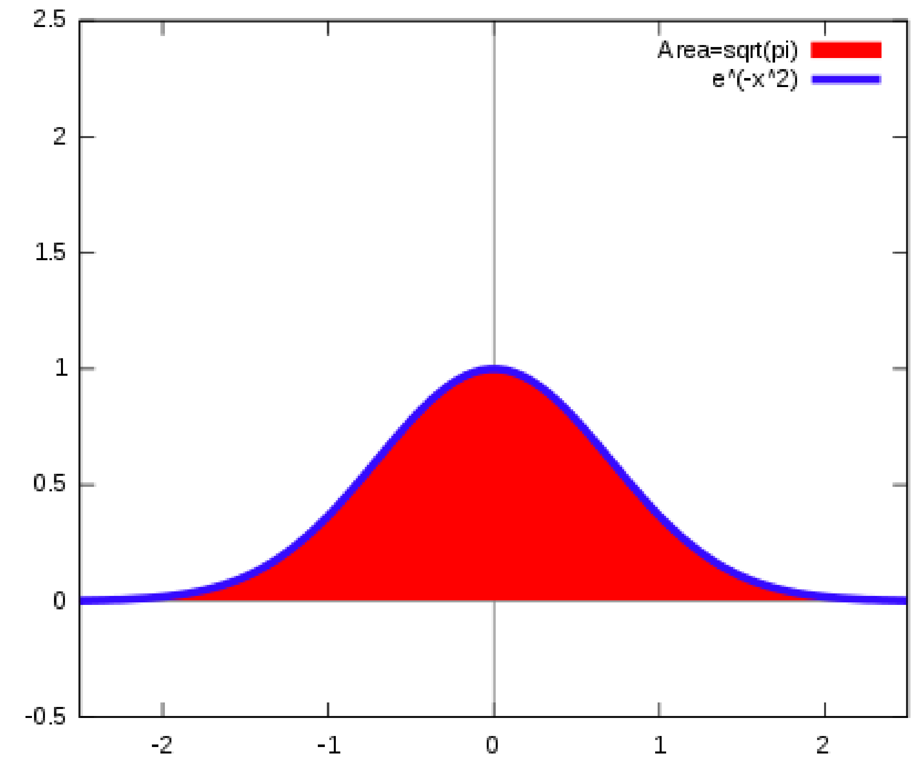
$\mathrm{f(x)} = x^2$



$f(x) = e^{-x^2}$

Função Gaussiana $f(x) = e^{-x^2}$

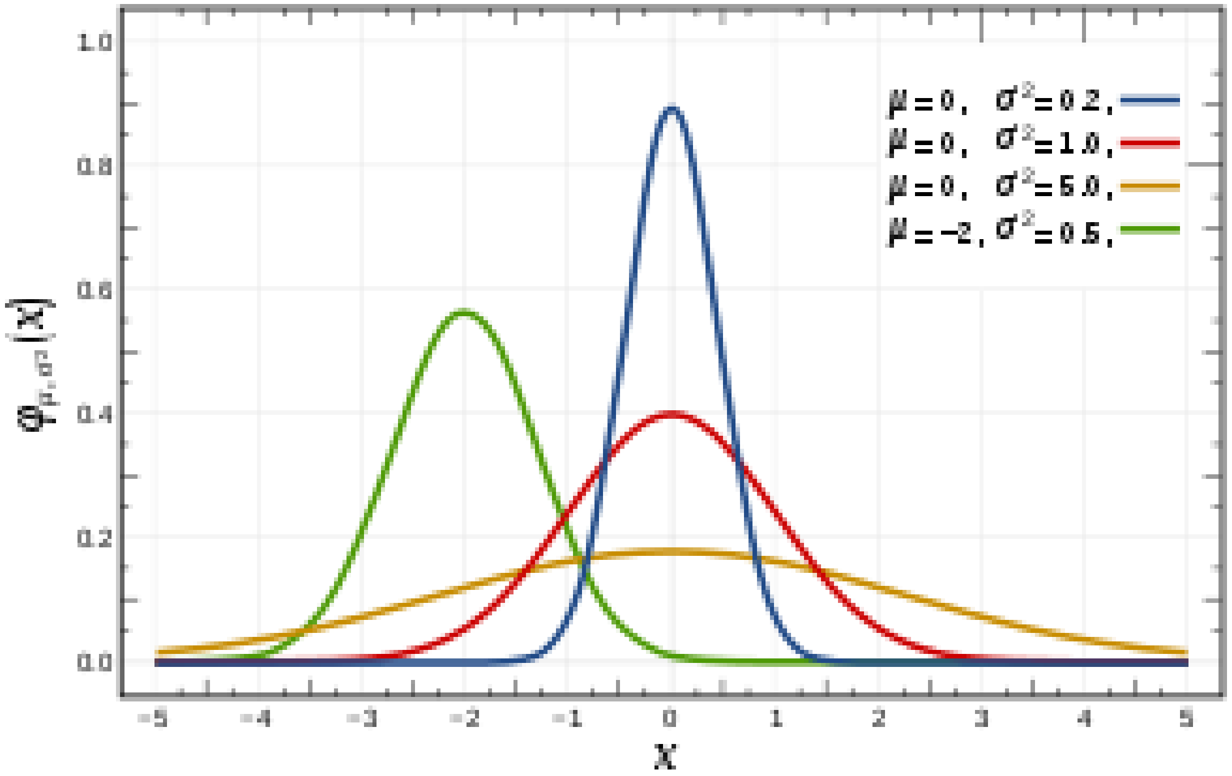
$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2}\, dx = \sqrt{\pi}.$$



O gráfico de $f(x) = e^{-x^2}$ e a área entre a função e o eixo x, que vale $\sqrt{\pi}$.

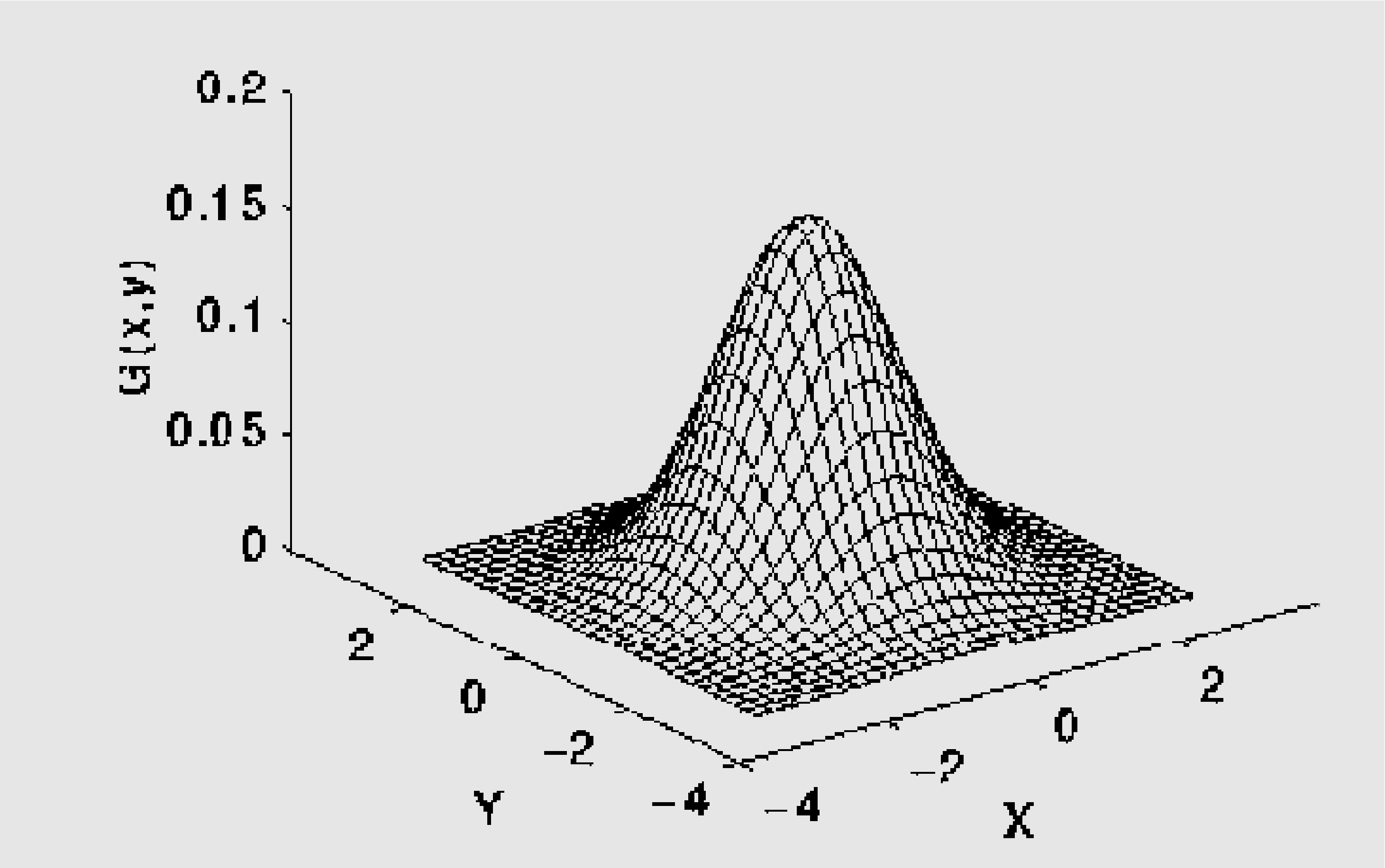
Distribuição Normal

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\,\pi}}\ \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}\frac{(t-\mu)^2}{\sigma^2}}$$



Guassiana 2D

$$G(x,y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$



Filtro da Gaussiana (Passa-Baixa) - Discreta

$$\frac{1}{273}\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 26 & 16 & 4 \\ 7 & 26 & 41 & 26 & 7 \\ 4 & 16 & 26 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 7 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

Forma discreta aproximada da função Gaussiana com σ=1.0, o valor máximo em x=0 é 1/(2π)≈0,1591≈41/273= 0,15. É possível encontrar aproximações com valor central de 42/273, 43/273 e até 44/273=0,1611

Filtro Gaussiano

Matlab

```
>> A = imread(‘cameraman.tif’);
>> B = imgaussfilt(A, 2);
>> C = imgaussfilt(A, 3);
>> D = imgaussfilt(A, 5);
>> subplot(2, 2, 1), imshow(A);
>> subplot(2, 2, 2), imshow(B);
>> subplot(2, 2, 3), imshow(C);
>> subplot(2, 2, 4), imshow(D);
```

Filtro de Derivada de Primeira e Segunda Ordens

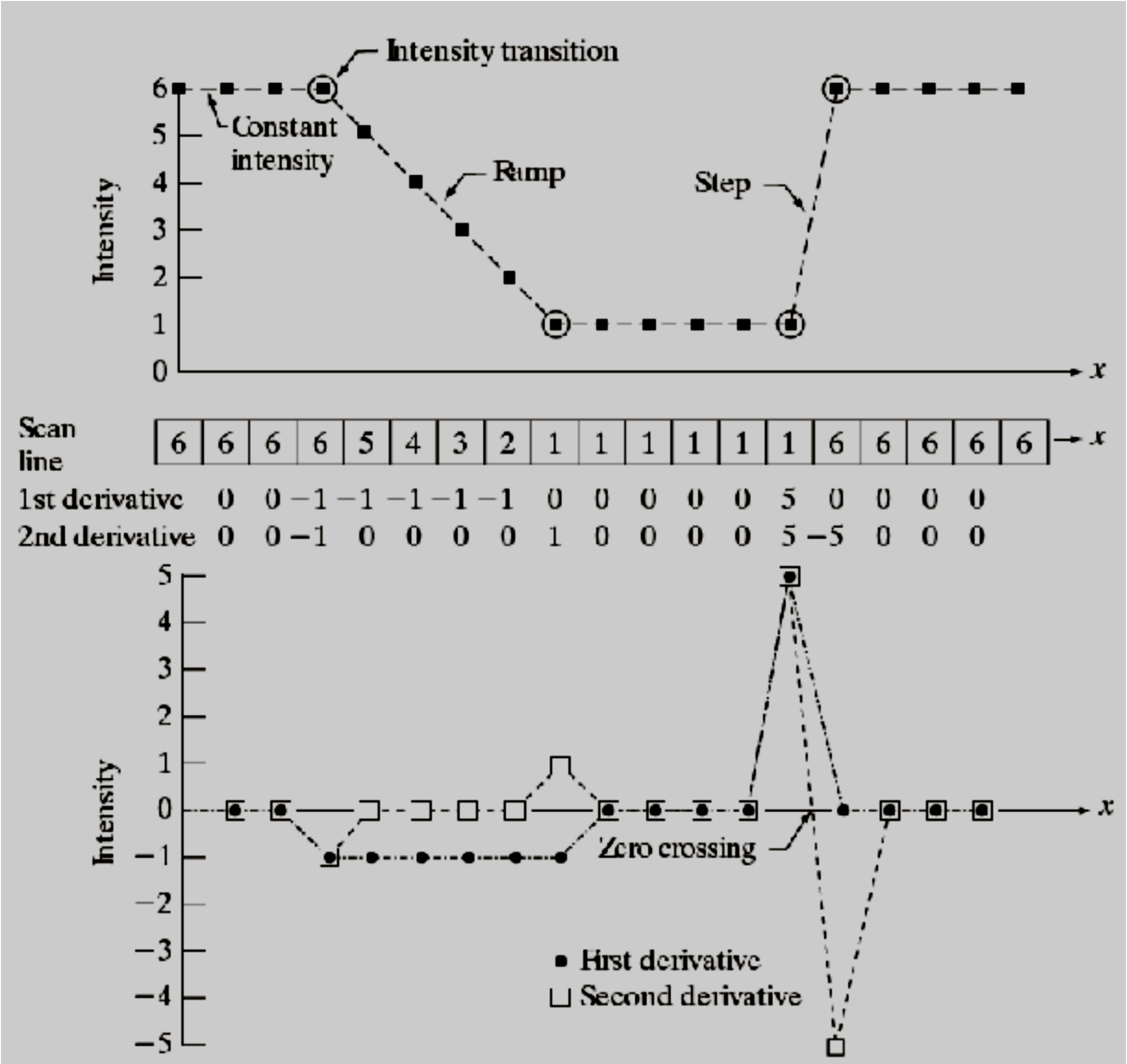
Definição básica de uma derivada de primeira ordem para uma função $f(x)$:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

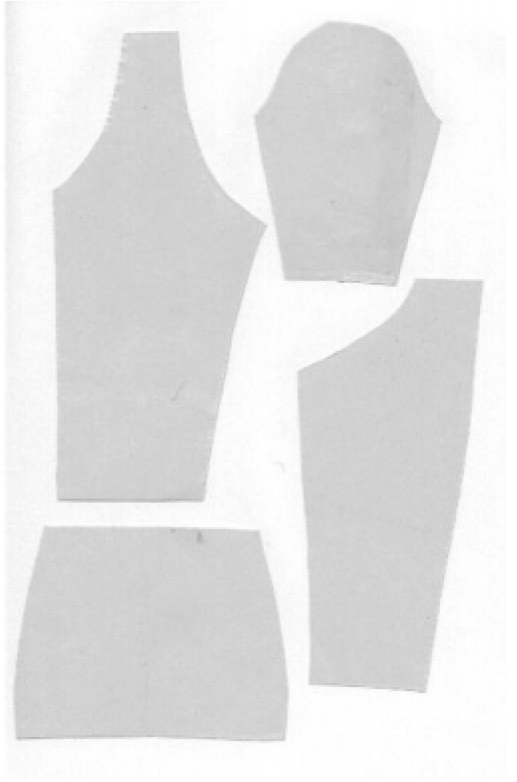
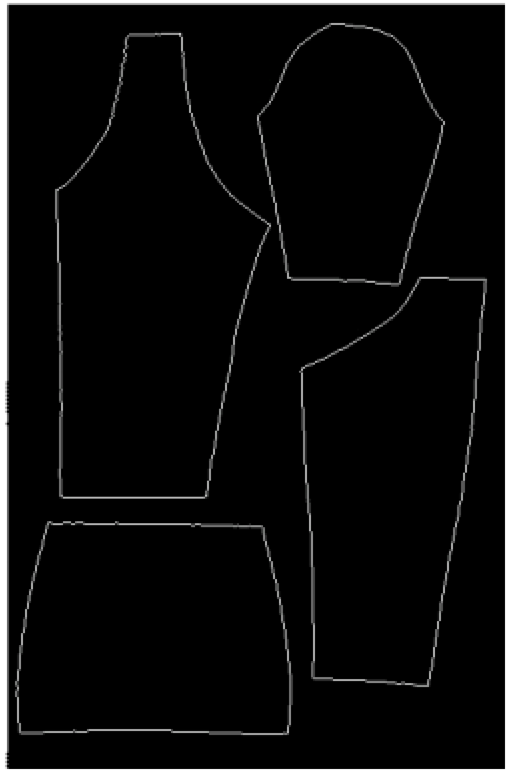
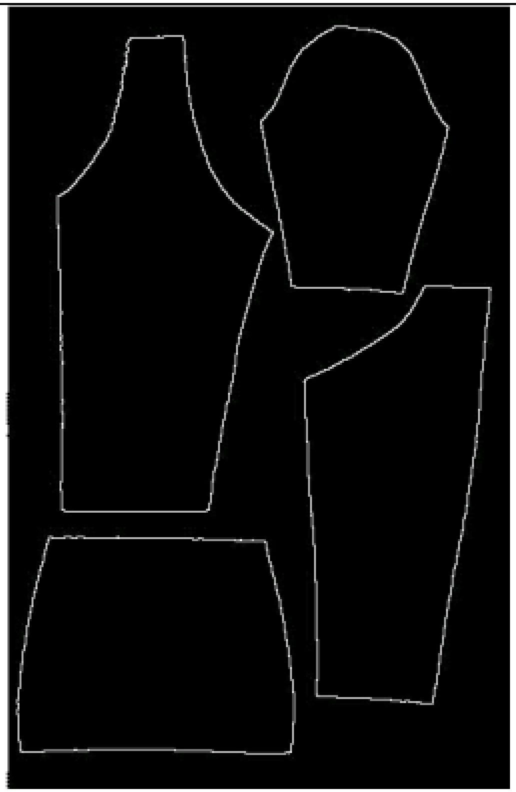
Definição básica de uma derivada de segunda ordem para uma função $f(x)$:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)$$

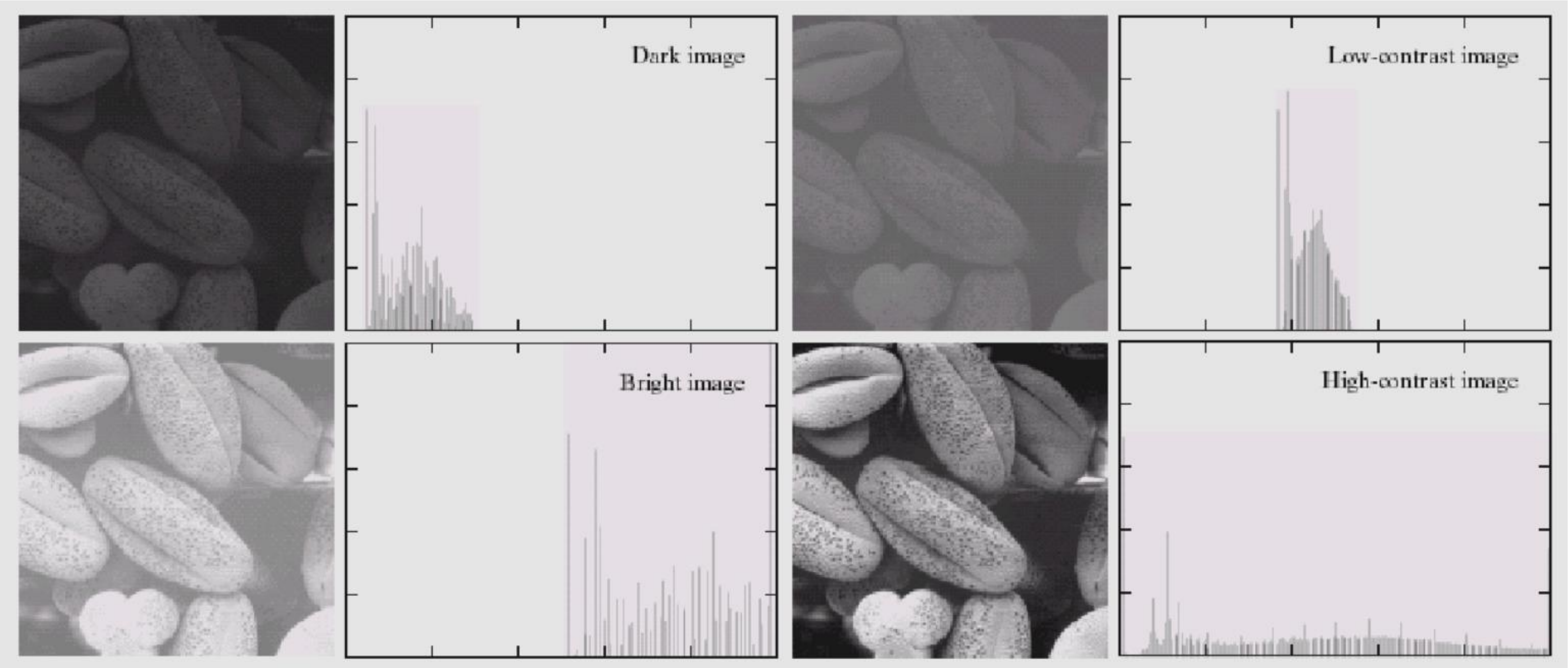
Filtro de Derivada de Primeira e Segunda Ordens



Exemplo: aplicação de filtro laplaciano

		
Molde Digitalizado	Filtro de Laplaciano da	Filtro Laplaciano *com uma máscara com mais peso*

Histograma



Dark image
Low-contrast image
Bright image
High-contrast image

Histograma

Histograma como função de distribuição de probabilidade é dada por:

$$p(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

De maneira geral dizemos que $p(r_k)$ dá uma estimativa da probabilidade de ocorrência do nível de cinza r_k na imagem

Usando Matlab

Obter o histograma da imagem *f* e exibir de uma forma padrão:

- `imhist(f);`

Outras maneira de exibir um histograma:

- gráfico de barras: `hist_barra (filename);`
- gráfico de linhas: `hist_stem(filename);`
- gráfico função: `hist_plot(filename);`

Equalização de Histograma

É uma transformação dos níveis de cinza de uma imagem que visa aumentar o intervalo dinâmico melhorando o contraste de imagens adquiridas sob péssimas condições de iluminação.

- Transformação global;

É útil para comparar cenas que foram adquiridas com iluminação diferente (normaliza a imagem);

De modo geral o que se procura é obter um mapeamento não linear dos níveis de cinza da imagem de entrada de tal forma que a imagem resultante contenha uma distribuição mais uniforme dos seus níveis de cinza (um histograma plano).

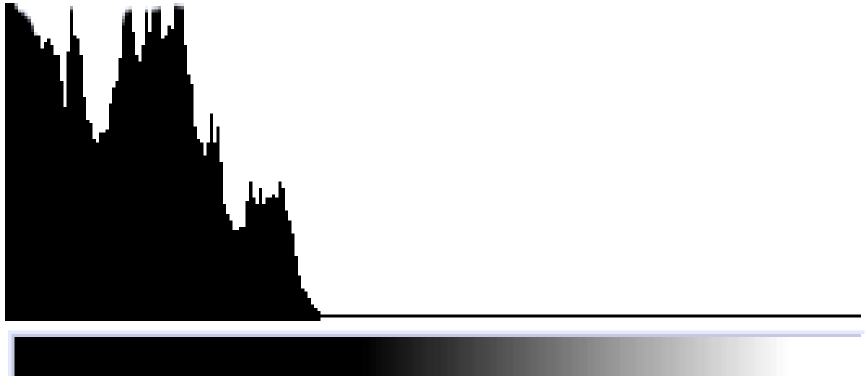
Equalização Discreta de Histograma

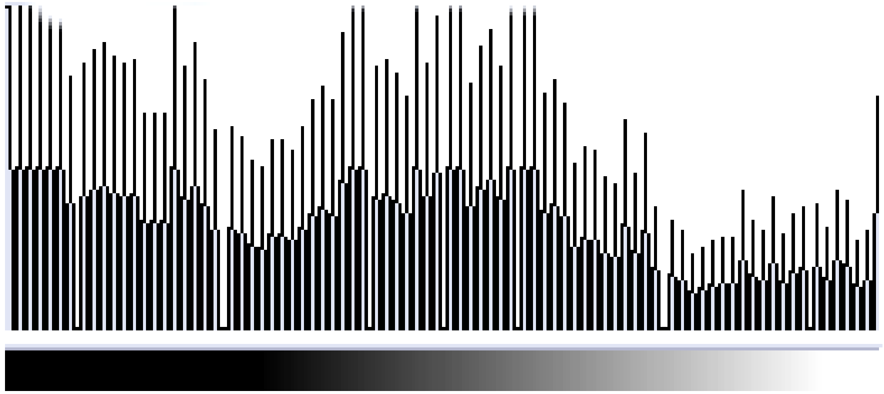
- $P_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$ (Função de densidade de probabilidade)
- $s_k = T(r_k) = \sum_{k=0}^{k=r_{max}} p_r(k) = \sum_{k=0}^{k=r_{max}} \frac{n_k}{n}$, $0 \le s_k \le 1$, $0 \le r_k \le 1$

NÍVEL DE CINZA (r_k) NORMALIZADO	n_k	$p_r(r_k)$	$\Sigma\, p_r(r_k)$	NÍVEL DE CINZA (s_k) NORMALIZADO
0	2049	0,125	0,125	0
1/7	2410	0,147	0,272	1/7
2/7	4740	0,289	0,561	3/7
3/7	3590	0,219	0,781	4/7
4/7	1785	0,109	0,890	5/7
5/7	803	0,049	0,939	6/7
6/7	407	0,025	0,963	6/7
7/7	600	0,037	1,000	6/7

Total de pixels=16384

Equalização de Histograma



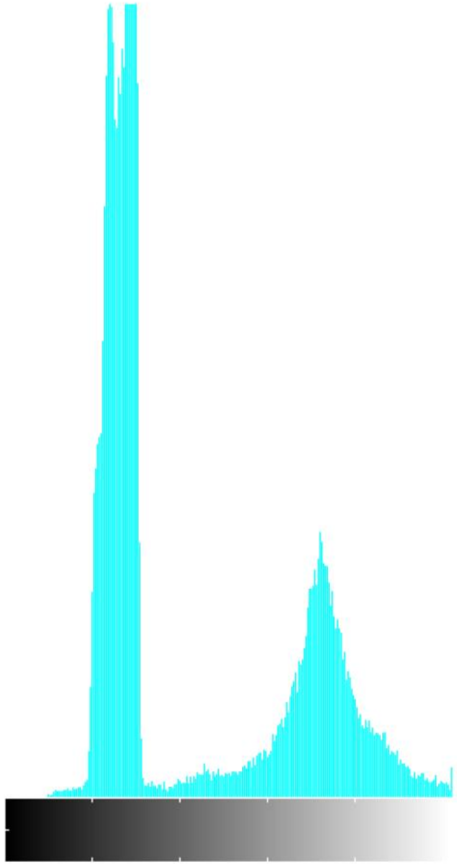


Resumo de comandos em matlab

- imadd(A, 100);
- imabsdiff(A, B);
- imdivide(A, 4);
- imcomplement(A);
- im2bw(A);
- im2double(A);
- imhist(I);
- [counts, bins] = imhist(i);

- original=imread('einstein.bmp’);
- equalizada=histeq(original,N_niveis);
- subplot(2,2,1), imshow(original) title('Imagem Original’);
- subplot(2,2,2), imshow(equalizada) title('Imagem Equalizada’);
- subplot(2,2,3) imhist(original);
- subplot(2,2,4) imhist(equalizada);

Histograma para Definição de Limiar (Separação do Fundo)

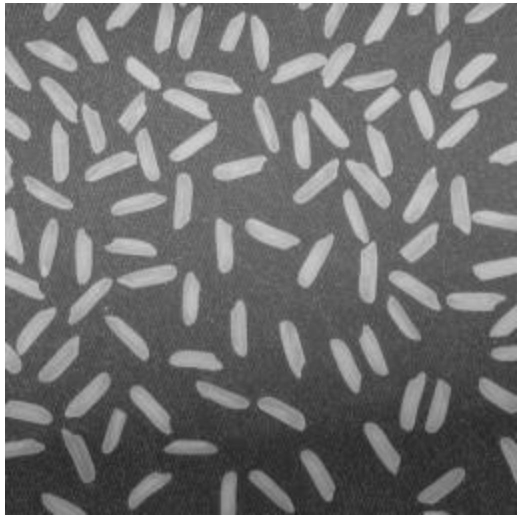


Exemplo Matlab

Código Matlab	O que está sendo feito?
I=imread('coins.png');	%Lê a imagem
level=graythresh(I);	%Obtém limiar OTSU
It=im2bw(I, level);	%Aplica limiar à imagem
imshow(It);	%Exibe a imagem resultante

Atividade 1 (2 Ponto)

- Utilize o Octave para construir o histograma da imagem de exemplo (disponível no repositório: rice.jpg). A partir do histograma, execute comandos que podem retornar o limiar que separa o fundo do objetos que se quer destacar (arroz).



Atividade 2 (2 Pontos)

- Esta imagem (contraste.jpg) é pobre em contraste. Usando Octave, aplique uma das técnicas estudadas neste capítulo para melhorar o contraste da imagem. Com o melhoramento do contraste é possível contar a cerâmica no piso?