

Cálculo Numérico (521230) - Laboratorio 9
Sistemas de Ecuaciones Lineales

1. **(Ejercicio guiado por el/la ayudante)** Considere las siguientes matrices $A \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$, $T \in \mathbb{R}^{2n \times 2n}$, $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Z \in \mathbb{R}^{n \times n}$ para $n = 1, 2, 3, \dots$, donde I es una matriz identidad, Z es una matriz nula, además

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 4 & -1 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 4 & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}, \text{ y } T = \begin{pmatrix} Z & I \\ I & Z \end{pmatrix}$$

y el vector columna $b = (1, 4, \dots, n^2)^T$. Se pide realizar lo siguiente para $n \in \mathbb{N}$ genérico y testear en cada caso con $n = 3$ y $n = 7$

- Reserve memoria necesaria para vector b , usando el comando `zeros`;
 - Defina la matriz A usando el comando `diag`;
 - Defina el vector b usando ciclos `for`;
 - Defina la matriz $C = T A$ y el vector $q = T b$
 - Ejecute la factorizacion `[L,U,P] = lu(C)`;
 - Compare la estructura de P y T y comente sus conclusiones
 - Resuelva el sistema $C z = q$ utilizando lo anterior (incluyendo sustición progresiva y regresiva previamente implementadas);
 - Resuelva el sistema $A x = b$ utilizando la factorización anterior (incluyendo sustición progresiva y regresiva previamente implementadas);
 - Establezca qué relación tienen las soluciones x y z .
2. **(Ejercicio guiado por el/la ayudante)** Considere la matriz A del ejercicio anterior, se pide implementar una rutina que realice lo siguiente:
- Verifique que la matriz A es simetrica a través del comando `issymmetric`;
 - Verifique que la matriz es definida positiva a través del comando `eig`;
 - Efectue la factorización `R = chol(A)` solamente cuando las condiciones anteriores son satisfechas (se recomienda anidar dos estructuras `if`);
 - Estudie la estructura de R a través del comando `spy`;
 - Implemente una nueva rutina de sustición `x = sustitucion(R,b)` para resolver el sistema $A*x = b$ teniendo en cuenta la factorización $A = R'*R$.