UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Cálculo Numérico(521230/525240)
Laboratorio 4

Integración Numérica: Parte I

EJERCICIOS LABORATORIO

Actividad 1: (Desarrollar en laboratorio por el/la ayudante)

1.1 Escriba en un archivo `trap.m` un programa tipo `function` que calcule la aproximación de la integral de una función dada en un intervalo genérico $[a,\, b]$ por la regla de los trapecios con N subintervalos.

1.2 Testee su programa con las siguientes integrales y $N = 10, 20, 40, 80$:

$$\int_0^3 x^2\, dx \qquad \text{y} \qquad \int_{-1}^1 e^{-x^2}\, dx$$

Actividad 2: (Desarrollar en laboratorio por el/la ayudante) Usando la segunda ley de Newton se puede demostrar que el período T (tiempo necesario para completar una oscilación) de un péndulo de longitud L y máximo ángulo de desviación θ_0 está dado por

$$T = 4\sqrt{\frac{L}{g}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2(x)}} \mathrm{d}x,$$

donde $k = \sin(\theta_0)$ y g es la aceleración de la gravedad.

Un fabricante de relojes necesita calibrar el mecanismo de sincronización de uno de sus modelos y, para ello, le es importante conocer el período de un péndulo de longitud 1 metro y $\theta_0 = 12°$.

Escriba el rutero `pendulo.m` en el que:

1. Escriba en la primera línea el comando `format long`. Esto se hace para que MATLAB muestre más cifras de los valores de sus variables.
2. Haga un ciclo en el que calcule nuevas aproximaciones a T utilizando la regla compuesta de los trapacios programada en la Actividad 1 con $n = 2, 3, \ldots, 10$ subintervalos. ¿Qué valores obtiene para T?

Observación: La función `sin` de MATLABretorna el seno de ángulos en radianes.

Actividad 3: (Desarrollar en laboratorio como trabajo individual guiado por el/la ayudante)

3.1 Escriba en un archivo `simpson.m` un programa tipo `function` que calcule la aproximación de la integral de una función dada en un intervalo genérico $[a,\, b]$ por la regla de Simpson con N subintervalos.

3.2 Testee su programa con las siguientes integrales y $N = 10, 20, 40, 80$:

$$\int_0^3 x^2\, dx \qquad \text{y} \qquad \int_{-1}^1 e^{-x^2}\, dx.$$

1. Los pares (x, y) que satisfacen

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

pertenecen a la elipse con centro en el origen de coordenas, semieje mayor de longitud a y semieje menor de longitud b. La ecuación paramétrica de esta elipse es:

$$(x(t), y(t)) = (a\cos(t), b\,\mathrm{sen}(t)), \quad t \in [-\pi, \pi]$$

Escriba un rutero Matlab en el que:

- Grafique 200 puntos sobre la elipse de ecuación paramétrica $(3\cos(t), 5\,\mathrm{sen}(t))$, $t \in [-\pi, \pi]$.
- Encuentre una aproximación al perímetro de la elipse antes graficada utilizando alguna de las reglas de cuadratura vistas. Tenga en cuenta que éste es igual a

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}\, dt$$

2. Aplicando una fuerza externa al pistón de un cilindro se comprime el vapor de amoníaco en él.

En la siguiente tabla se muestra, para diferentes del volumen v (en litros) ocupado por el gas, la presión p (en kilopascal) ejercida por él para equilibrar la fuerza externa aplicada al pistón.

i	1	2	3	4	5	6	7
v_i	0.50	0.60	0.72	0.84	0.96	1.08	1.25
p_i	1400	1248	1100	945	802	653	500

El trabajo total realizado por el gas es

$$W = \int_{0.5}^{1.25} p\,\mathrm{d}v.$$

Escriba el rutero `amoniaco.m` en el que

a) Aproxime el valor de W utilizando la regla simple del trapecio.

b) Dado que W se puede escribir como

$$\sum_{i=1}^{6} \int_{v_i}^{v_{i+1}} p\mathrm{d}v,$$

aproxime W aplicando la regla simple del trapecio al cálculo de cada una de las integrales en esta suma.

c) ¿Cuál es la diferencia entre la aproximación a W calculada en a y la calculada en b?

d) Determine la spline cúbica $s(v)$ que interpola los datos de la tabla y aproxime W por

$$\int_{0.5}^{1.25} s(v)\mathrm{d}v$$

mediante la regla compuesta del trapecio con $h = 0.05$.

e) Repita el procedimiento anterior reduciendo a la mitad el tamaño de h hasta que la diferencia entre dos aproximaciones sucesivas a W sea menor o igual que 10^{-2}.