UNIVERSIDAD DE CONCEPCION
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA MATEMATICA

Clculo Numérico (521230) - Laboratorio 10

1. [**Ejercicio guiado por el/la ayudante**]. La Tabla 1 es un fragmento de la *Tabla de Precios de Paridad*[1] que publica la ENAP, la cual muestra el precio en dólares para el metro cúbico de gasolina de 97 octanos durante las primeras semanas del año 2014:

Fecha (año 2014)	Precio en $US\$/m^3$
02/ene	856.87
09/ene	869.14
16/ene	836.81
23/ene	825.08
30/ene	824.69
06/feb	817.00
13/feb	827.44
20/feb	858.64
27/feb	877.68
06/mar	879.83
13/mar	901.95
20/mar	884.06
27/mar	836.63
03/abr	822.74
10/abr	837.39

Tabla 1: Tabla de Precios de Paridad (fragmanto)

Dispondremos de tres posibles modelos para ajustar a los datos mediante mínimos cuadrados:

$$y(t) = at + b \qquad y(t) = ae^{bt} \qquad y(t) = at^5 + bt^4 + ct^3 + dt^2 + et + f \tag{1}$$

(a) Grafique los pares de puntos que aparecen en la tabla. Según este gráfico ¿cuál de los modelos propuestos en (1) se podría ajustar de mejor forma a los datos de la tabla?

(b) Ajuste por mínimos cuadrados cada uno de los tres modelos anteriores. Para ello:

(i) Para cada modelo, construya la matriz $\mathbf{A}$ y el vector $\mathbf{b}$ asociados al sistema $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

(ii) calcule la norma 2 de los residuos $\mathbf{b} - \mathbf{Ax}$ cada caso, es decir, completar la siguiente tabla:

	$\|\|\mathbf{b} - \mathbf{Ax}\|\|_2$
Lineal	
Exponencial	
Polinomio Grado 5	

(c) De acuerdo a los valores obtenidos. ¿Cuál de los modelos propuestos en (1) ajusta de mejor forma los datos de la tabla? ¿Coincide con la elección hecha en el item anterior? En una misma figura grafique los datos de la tabla y el modelo que mejor ajusta estos datos.

[1]Extraida desde el sitio `http://www.enap.cl`

(d) Con el modelo elegido en el item anterior, haga una proyección del precio del metro cúbico de gasolina de 97 octanos para el jueves 14 de abril de 2014.

2. [**Actividad Evaluada**]. Las cifras de la Tabla 2 son datos sobre el porcentaje de llantas radiales producidas por cierto fabricante que an pueden usarse despus de recorrer cierto nmero de millas.

Tabla 2: Porcentaje de llantas útiles de acuerdo a las millas recorridas.

Miles de Millas recorridas (x)	1	2	5	15	25	30	35	40
Porcentaje útil (y)	99	95	85	55	30	24	20	15

Se desea ajustar los datos de dicha tabla a los siguientes modelos en el sentido de los mínimos cuadrados:

$$y_a(x) = \alpha\beta^x \qquad \text{e} \qquad y_b(x) = \alpha(100 - x)10^{\beta x}$$

Escriba un rutero en MATLAB que ejecute las siguientes tareas:

(a) Para cada modelo, construya la matriz $\mathbf{A}$ y el vector $\mathbf{b}$ asociados al sistema $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$.

(b) Determine los parámetros α y β que ajustan ambos modelos a los datos de la tabla en el sentido de los mínimos cuadrados. Su programa debe mostrar estos parámetros.

(c) Para ambos modelos, muestre $||\mathbf{b} - \mathbf{Ax}||_2$ del sistema $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ que su programa resuelve.

(d) Dibuje en un mismo gráfico los datos de la tabla y ambos modelos ajustados.

(e) Con el mejor modelo, estime qué porcentaje de las llantas radiales del fabricante durarán 45000 millas y 50000 millas. Su programa debe mostrar estas estimaciones.

3. [**Ejercicio propuesto**]. En las aguas de un lago hay tres clases de microorganismos provocadores de enfermedades. Se sabe que, en respuesta a un tratamiento aplicado a las aguas, los microorganismos están disminuyendo en forma exponencial de acuerdo al modelo:

$$p(t) = c_1e^{-1.5t} + c_2e^{-0.3t} + c_3e^{-0.05t}, \qquad t \geq 0,$$

donde $p(t)$ da el número (en miles) de microorganismos. De una muestra de las aguas, en un laboratorio se obtuvieron los datos que se muestran en la Tabla 2:

Tabla 3: Número de microorganismos de la muestra (en miles)

t (horas)	0.5	1	2	3	4
$p(t)$ (miles)	7	5.2	3.8	3.2	2.5

(a) Escriba el sistema de ecuaciones lineales asociado al problema de encontrar la función esponencial $p(t)$ que mejor ajusta por cuadrados mínimos los datos en la tabla.

(b) Escriba un rutero en MATLAB que haga lo siguiente:

  (I) Construya la matriz $\boldsymbol{A}$ y parte derecha $\boldsymbol{y}$ del sistema escrito por usted en 3a.

  (II) Resuelva el sistema $\boldsymbol{Ac} = \boldsymbol{y}$ en el sentido de los mínimos cuadrados.

  (III) Grafique en un mismo gráfico los pares en la tabla y la función $p(t)$ obtenida.

  (IV) En base a la función obtenida, ¿cuál es el número de microorganismos que había en la muestra inicialmente? y después de una hora y media? y después de 5 horas y media?