

Guía N°2: Interpolación - Parte II
Cálculo Numérico 521230, 2022-2

1. Considere la función s dada por

$$s(x) = \begin{cases} x^3 - 3x^2 + 2x + 1 & \text{si } x \in [1, 2], \\ -x^3 + 9x^2 - 22x + 17, & \text{si } x \in [2, 3]. \end{cases}$$

¿Es s un spline cúbica?. En caso de ser afirmativa la respuesta, ¿corresponde a una spline cúbica natural, completa o no-nodo?.

2. Considere la spline cúbica completa s dada por

$$s(x) = \begin{cases} 3(x-1) + 2(x-1)^2 - (x-1)^3 & \text{si } x \in [1, 2], \\ a + b(x-2) + c(x-2)^2 + d(x-2)^3 & \text{si } x \in [2, 3]. \end{cases}$$

Determine para qué valores de $a, b, c \in \mathbb{R}$ de manera que $s'(1) = s'(3)$.

3. Considere los coeficientes $a, b, c \in \mathbb{R}$ y la función $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ dada por

$$f(x) = \begin{cases} ax + bx^2 + cx^3, & \text{si } x \in [0, 1], \\ 1 + x + x^3, & \text{si } x \in [1, 2]. \end{cases}$$

Determine para qué valores de $a, b, c \in \mathbb{R}$ es f una spline cúbica. ¿Es f una spline cúbica natural?.

4. Determine cuál de las siguientes funciones es la spline cúbica natural que interpola los pares ordenados $(-1, -1)$, $(0, 0)$, $(1, 1)$,

- $s(x) = x$,
- $s(x) = x^3$,
- $s(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{si } x \in [-1, 0], \\ x^2, & \text{si } x \in [0, 1]. \end{cases}$

5. Utilizar MATLAB para interpolar la función $f(x) = (x+2)^2 - 0.5e^x$ mediante una spline cúbica no-nodo en $x_0 = 0$, $x_1 = 0.5$, $x_2 = 1$, $x_3 = 1.5$ y $x_4 = 2$. Graficar, en una misma figura, la spline obtenida, la función f y los puntos de interpolación.

6. Considere la siguiente tabla que muestra los datos de altitud z (m) y temperatura T (K) de la atmósfera.

z (m)	0	500	1000	1500	2000	2500	3000
T (K)	288.16	284.91	281.66	278.41	275.16	271.91	268.66

- a) Utilice MATLAB para ajustar una spline cúbica no-nodo a los datos de la tabla. Graficar, en una misma figura, la spline obtenida y los puntos de interpolación.
- b) ¿Cuál es el valor estimado de la temperatura de la atmósfera a una altitud de 800 (m)?.