

LISTA DE EXERCÍCIOS 1

Guilherme Pablo de Santana Maciel - 20210094008

Thiago Theiry de Oliveira - 20210094287

Disciplina: DCA0200 - INTELIGÊNCIA ARTIFICIAL - T01 (2023.1 - 35M34)

Professor: ADRIÃO DUARTE DÓRIA NETO

**Questão 01** - A tabela de dados abaixo ilustra a aplicação do método Naïve-Bayes. Um determinado banco deve decidir se um cliente deve ou não receber um empréstimo bancário em função da sua condição de bom ou mau pagador. Considerando os dados de treinamento abaixo, aplique o classificador Naive-Bayes, para atribuir a classe (rótulo) para os registros 12 e 13:

Registro	Tem casa própria	Estado Civil	Possui Carro	Rendimentos	Bom Pagador
1	Sim	Solteiro	Sim	Alto	Sim
2	Não	Casado	Sim	Médio	Não
3	Não	Solteiro	Não	Baixo	Não
4	Sim	Casado	Sim	Alto	Não
5	Não	Divorciado	Não	Médio	Sim
6	Não	Casado	Não	Baixo	Não
7	Sim	Divorciado	Sim	Alto	Sim
8	Não	Solteiro	Sim	Médio	Sim
9	Não	Casado	Sim	Baixo	Não
10	Não	Solteiro	Não	Médio	Sim
11	Sim	Divorciado	Não	Médio	Não
12	Não	Divorciado	Sim	Alto	?
13	Sim	Solteiro	Não	Médio	?

utilizou-se as seguintes abreviações: CP = Casa Própria, EC = Estado Civil, PC = Possui Carro, R = Rendimentos e BP = Bom Pagador.

## Resposta -

### Tabela de Probabilidades

- $P(CP = \text{Sim}) = 4/11$
- $P(CP = \text{Não}) = 7/11$
- $P(EC = \text{Solteiro}) = 4/11$
- $P(EC = \text{Casado}) = 4/11$
- $P(EC = \text{Divorciado}) = 3/11$
- $P(PC = \text{Sim}) = 6/11$
- $P(PC = \text{Não}) = 5/11$
- $P(R = \text{Alto}) = 3/11$
- $P(R = \text{Médio}) = 5/11$
- $P(R = \text{Baixo}) = 3/11$
- $P(BP = \text{Sim}) = 5/11$
- $P(BP = \text{Não}) = 6/11$
- $P(CP = \text{Sim} | BP = \text{Sim}) = 2/5$
- $P(CP = \text{Sim} | BP = \text{Não}) = 2/6$
- $P(CP = \text{Não} | BP = \text{Sim}) = 3/5$
- $P(CP = \text{Não} | BP = \text{Não}) = 4/6$
- $P(EC = \text{Solteiro} | BP = \text{Sim}) = 3/5$
- $P(EC = \text{Solteiro} | BP = \text{Não}) = 1/6$
- $P(EC = \text{Divorciado} | BP = \text{Sim}) = 2/5$
- $P(EC = \text{Divorciado} | BP = \text{Não}) = 1/6$
- $P(PC = \text{Sim} | BP = \text{Sim}) = 3/5$
- $P(PC = \text{Sim} | BP = \text{Não}) = 3/6$
- $P(PC = \text{Não} | BP = \text{Sim}) = 2/5$
- $P(PC = \text{Não} | BP = \text{Não}) = 3/6$
- $P(R = \text{Alto} | BP = \text{Sim}) = 2/5$
- $P(R = \text{Alto} | BP = \text{Não}) = 1/6$
- $P(R = \text{Médio} | BP = \text{Sim}) = 3/5$
- $P(R = \text{Médio} | BP = \text{Não}) = 2/6$

Usando o Teorema de Naive Bayes o qual é descrito pela seguinte equação:

$$P(H | E) = \frac{P(H) * \prod_{i=1}^N P(e_i | H)}{\sum_j P(E | h=h_j) * P(h=h_j)}$$

Assim, Calculando a probabilidade do registro 12 ser um bom pagador (BP), dado que ele não possui casa própria (CP), o estado civil (EC) é divorciado, possui carro (PC) e tem um rendimento (R) alto. Portanto:

$$P_{12s} = P(BP = S | CP = N, EC = D, PC = S, R = A)$$

$$P_{12s} = \frac{P(CP=N|BP=S) \cdot P(EC=D|BP=S) \cdot P(PC=S|BP=S) \cdot P(R=A|BP=S) \cdot P(BP=S)}{\sum_j P(E|h=h_j) \cdot P(h=h_j)}$$

$$P_{12s} = \frac{3/5 * 2/5 * 3/5 * 2/5 * 5/11}{3/5 * 2/5 * 3/5 * 2/5 * 5/11 + 4/6 * 1/6 * 3/6 * 1/6 * 6/11} = 0.84$$

A seguir, calculou-se a probabilidade de não ser um bom pagador dadas as mesmas características:

$$P_{12n} = P(BP = N | CP = N, EC = D, PC = S, R = A)$$

$$P_{12n} = \frac{P(CP=N|BP=N) \cdot P(EC=D|BP=N) \cdot P(PC=S|BP=N) \cdot P(R=A|BP=N) \cdot P(BP=N)}{\sum_j P(E|h_j) \cdot P(h=h_j)}$$

$$P_{12n} = \frac{4/6 * 1/6 * 3/6 * 1/6 * 6/11}{3/5 * 2/5 * 3/5 * 2/5 * 5/11 + 4/6 * 1/6 * 3/6 * 1/6 * 6/11} = 0.16$$

Como  $P_{12S} > P_{12N}$ , o cliente 12 é considerado um bom pagador pelo algoritmo Naive Bayes.

Assim, Calculando a probabilidade do registro 13 Assim, Calculando a probabilidade do registro 12 ser um bom pagador (BP), dado que ele possui casa própria (CP), o estado civil (EC) é solteiro, não possui carro (PC) e tem um rendimento (R) Médio. Portanto:

$$P_{13s} = P(BP = S | CP = S, EC = So, PC = N, R = M)$$

$$P_{13s} = \frac{P(CP=S|BP=S) \cdot P(EC=So|BP=S) \cdot P(PC=N|BP=S) \cdot P(R=M|BP=S) \cdot P(BP=S)}{\sum_j P(E|h_j) \cdot P(h=h_j)}$$

$$P_{13s} = \frac{2/5 * 3/5 * 2/5 * 3/5 * 5/11}{2/5 * 3/5 * 2/5 * 3/5 * 5/11 + 2/6 * 1/6 * 3/6 * 2/6 * 6/11} = 0.84$$

A seguir, calculou-se a probabilidade de não ser um bom pagador dadas as mesmas características:

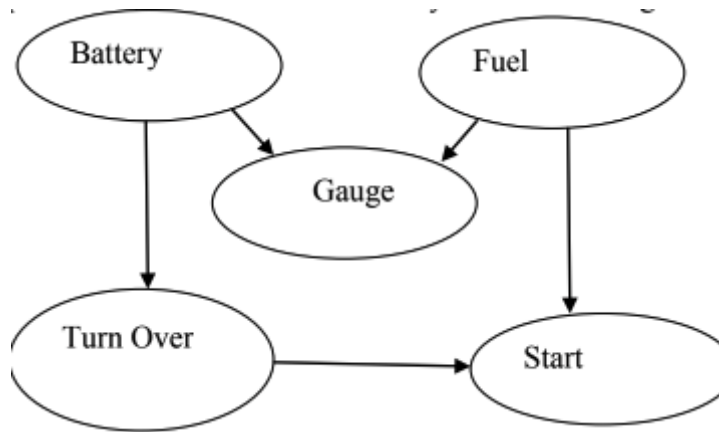
$$P_{13n} = P(BP = N | CP = S, EC = So, PC = N, R = M)$$

$$P_{13n} = \frac{P(CP=S|BP=N) \cdot P(EC=So|BP=N) \cdot P(PC=N|BP=N) \cdot P(R=M|BP=N) \cdot P(BP=N)}{\sum_j P(E|h_j) \cdot P(h=h_j)}$$

$$P_{13n} = \frac{2/6 * 1/6 * 3/6 * 2/6 * 6/11}{2/5 * 3/5 * 2/5 * 3/5 * 5/11 + 2/6 * 1/6 * 3/6 * 2/6 * 6/11} = 0.16$$

Como  $P_{13S} > P_{13N}$ , o cliente 13 é considerado um bom pagador pelo algoritmo Naive Bayes.

**QUESTÃO 2:** ) A rede bayesiana abaixo concerne ao problema de partida de um carro, de uma forma bem simplificada (Extraído do Livro Bayesian Reasoning and Machine Learning -D. Barber)



As variáveis aleatórias envolvidas são:

b=battery, g=gauge, f=fuel, t =turn over, s=start, fa=false, tr= true

As probabilidades referentes a rede bayesiana são dadas por:

$p(b=bad)=0.05$	$p(f=empty)=0.1$
$p(g=empty b=good,f=not\ empty)=0.05$	$p(g=empty b=good,f=empty)=0.98$
$p(g=empty b=bad,f=not\ empty)=0.07$	$p(g=empty b=bad,f=empty)=0.97$
$p(t=fa b=good)=0.1$	$p(t=fa b=bad)=0.96$
$p(s=fa t=tr, f=not\ empty)=0.01$	$p(s=fa t=tr, f=empty)=0.92$
$p(s=fa t=fa, f=not\ empty)=1.0$	$p(s=fa t=fa, f=empty)=0.99$

Um agente inteligente com base nas inferências, isto é, no cálculo da  $P(f=empty|s=no)$  (aprobabilidade do tanque está vazio dado que o carro não deu partida) e da  $P(b=bad|s=no)$  (a probabilidade da bateria estar descarregada e o carro não deu partida), deve decidir qual o problema mais provável pela não partida do carro. Apresente a solução e implemente os cálculos de forma computacional.

## Resposta -

Analisando do diagrama podemos retirar algumas informações

- Battery (b) não é filho de ninguém;
- Fuel (f) não é filho de ninguém;
- Gauge (g) é filho de Battery (b) e Fuel (f);
- Turn Over (t) é filho de Battery (b);
- Start (s) é filho de Fuel (f) e filho de Battery (b);

Nosso objetivo é calcular a probabilidade de que a variável "f" esteja vazia, dado que a variável "s" é igual a "fa", usando uma abordagem matemática. Podemos utilizar a propriedade de independência condicional, que é derivada da condição de Markov, para obter a distribuição de probabilidade conjunta de todas as variáveis na rede bayesiana. Essa distribuição pode ser calculada usando a seguinte fórmula:

$$P(X_1, X_2, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P(x_i | \text{Pais}(x_i)) \quad (2)$$

$$P(f = \text{empty} | s = fa) = \frac{P(f=\text{empty}, s=fa)}{P(s=fa)} = \frac{P(f=\text{empty}) \cdot P(s=fa | f=\text{empty}, t)}{P(s=fa)}$$

Calculando  $P(s=fa | \text{empty}, t)$ :

$$P(s = fa | f = \text{empty}, t) = P(s = fa | f = \text{empty}, t = tr) \cdot P(t = tr | b) + P(s = fa | f = \text{empty}, t = fa) \cdot P(t = fa | b)$$

Calculando  $P(t = tr | b)$  e  $P(t = fa | b)$ :

$$P(t = fa | b) = P(t = fa | b = bad) \cdot P(b = bad) + P(t = fa | b = good) \cdot P(b = good)$$

$$P(t = fa | b) = 0.96 \cdot 0.05 + 0.1 \cdot (1 - 0.05) = 0.143$$

$$P(t = tr | b) = 1 - 0.143 = 0.857$$

Substituindo os valores na equação anterior:

$$P(s = fa | f = \text{empty}, t) = 0.92 \cdot 0.857 + 0.99 \cdot 0.143 = 0.93001$$

Encontrar  $P(s=fa)$ , o qual pode ser encontrado através da seguinte equação:

$$P(s = fa) = P(s = fa | f, t)$$

$$P(s = fa) = P(s = fa | f = \text{empty}, t = fa) \cdot P(t = fa | b) \cdot P(f = \text{empty}) +$$

$$P(s = fa | f = \text{empty}, t = tr) \cdot P(t = tr | b) \cdot P(f = \text{empty}) +$$

$$P(s = fa | f = \text{not empty}, t = tr) \cdot P(t = tr | b) \cdot P(f = \text{not empty}) +$$

$$P(s = fa | f = \text{not empty}, t = fa) \cdot P(t = fa | b) \cdot P(f = \text{not empty})$$

**CENTRO DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E AUTOMAÇÃO**

Substituindo os valores correspondente temos:

$$P(s = fa) = 0.99 \cdot 0.1 \cdot 0.143 + 0.92 \cdot 0.1 \cdot 0.857 + 1 \cdot 0.9 \cdot 0.143 + 0.01 \cdot 0.9 \cdot 0.857$$

$$P(s = fa) = 0.2294$$

Com os dados de  $P(s = fa)$  Podemos voltar para equação inicial:

$$P(f = empty | s = fa) = \frac{P(f=empty) \cdot P(s=fa | f=empty, t)}{P(s=fa)} = \frac{0.1 \cdot 0.93001}{0.2294} = 0.4054$$

Agora Calculamos a outra probabilidade  $P(b=bad | s=fa)$ :

$$P(b = bad | s = fa) = \frac{P(b=bad, s=fa)}{P(s=fa)} = \frac{P(b=bad) \cdot P(s=fa | f, t)}{P(s=fa)}$$

$$P(s = fa | f, t) = P(s = fa | t = tr, f = empty) \cdot P(t = tr | b = bad) \cdot P(f = empty) +$$

$$P(s = fa | t = fa, f = empty) \cdot P(t = fa | b = bad) \cdot P(f = empty) +$$

$$P(s = fa | t = tr, f = not empty) \cdot P(t = tr | b = bad) \cdot P(f = not empty) +$$

$$P(s = fa | t = fa, f = not empty) \cdot P(t = fa | b = bad) \cdot P(f = not empty)$$

Substituindo os valores temos:

$$P(s = fa | f, t) = 0.92 \cdot (1 - 0.96) \cdot 0.1 + 0.99 \cdot 0.96 \cdot 0.1 +$$

$$0.01 \cdot 0.9 \cdot (1 - 0.96) + 1 \cdot 0.9 \cdot 0.96$$

$$P(s = fa | f, t) = 0.96308$$

Com isso podemos calcular a  $P(b=bad | s=fa)$ :

$$P(b = bad | s = fa) = \frac{P(b=bad) \cdot P(s=fa | f, t)}{P(s=fa)} = \frac{0.05 \cdot 0.96308}{0.2294} = 0.2099$$

Como  $0.4054 > 0.2099$ , A probabilidade do tanque está vazio dado que o carro não deu partida é maior.

**Questão 3** - Uma rede de crença (ou rede bayesiana), modela a relação entre as variáveis: oil (price of oil), inf (inflation), eh (economy health), bp (British Petroleum Stock price), rt (retailer stock price). Cada variável tem dois estados (l:low) e (h:high), exceto a variável bp que tem adicionalmente o estado (n: normal). A rede de crença modela as variáveis de acordo com a tabela abaixo. (Extraído do Livro Bayesian Reasoning and Machine Learning - D. Barber)

### eh (economy health)

$P(\text{eh} = \text{low}) = 0.7$	$P(\text{eh} = \text{high}) = 0.3$
-----------------------------------	------------------------------------

### oil (price of oil)

$P(\text{oil} = \text{low} \mid \text{eh} = \text{low}) = 0.9$	$P(\text{oil} = \text{high} \mid \text{eh} = \text{low}) = 0.1$
$P(\text{oil} = \text{low} \mid \text{eh} = \text{high}) = 0.05$	$P(\text{oil} = \text{high} \mid \text{eh} = \text{high}) = 0.95$

### bp (British Petroleum Stock price)

$P(\text{bp}=\text{low} \mid \text{oil}=\text{low})=0.9$	$P(\text{bp}=\text{normal} \mid \text{oil}=\text{low})=0.1$	$P(\text{bp}=\text{high} \mid \text{oil}=\text{low})=0$
$P(\text{bp}=\text{low} \mid \text{oil}=\text{high})=0.1$	$P(\text{bp}=\text{normal} \mid \text{oil}=\text{high})=0.4$	$P(\text{bp}=\text{high} \mid \text{oil}=\text{high})=0.5$

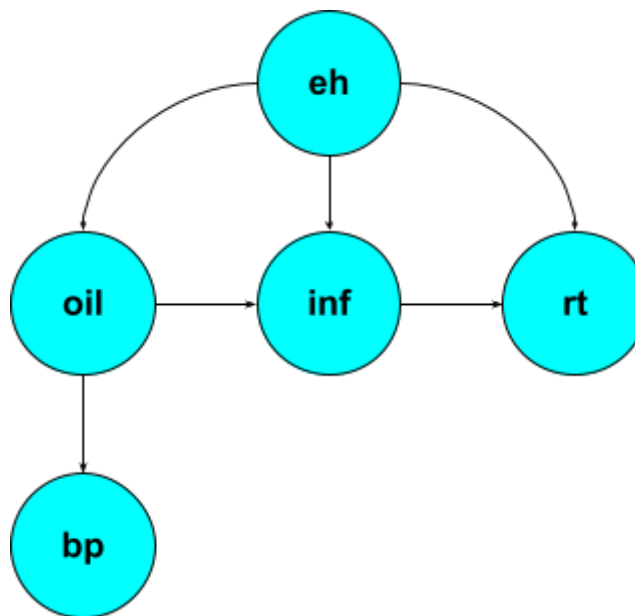
### rt (retailer stock price)

$P(\text{rt}=\text{low} \mid \text{inf}=\text{low}, \text{eh}=\text{low})= 0.9$	$P(\text{rt}=\text{high} \mid \text{inf}=\text{low}, \text{eh}=\text{low})= 0.1$
$P(\text{rt}=\text{low} \mid \text{inf}=\text{low}, \text{eh}=\text{high})= 0.1$	$P(\text{rt}=\text{high} \mid \text{inf}=\text{low}, \text{eh}=\text{high})= 0.9$
$P(\text{rt}=\text{low} \mid \text{inf}=\text{high}, \text{eh}=\text{low})= 0.1$	$P(\text{rt}=\text{high} \mid \text{inf}=\text{high}, \text{eh}=\text{low})= 0.9$
$P(\text{rt}=\text{low} \mid \text{inf}=\text{high}, \text{eh}=\text{high})= 0.01$	$P(\text{rt}=\text{high} \mid \text{inf}=\text{high}, \text{eh}=\text{high})= 0.99$

### inf(inflation)

$P(\text{inf}=\text{low} \mid \text{oil}=\text{low}, \text{eh}=\text{low})=0.9$	$P(\text{inf}=\text{high} \mid \text{oil}=\text{low}, \text{eh}=\text{low})=0.1$
$P(\text{inf}=\text{low} \mid \text{oil}=\text{high}, \text{eh}=\text{low})=0.1$	$P(\text{inf}=\text{high} \mid \text{oil}=\text{high}, \text{eh}=\text{low})=0.9$
$P(\text{inf}=\text{low} \mid \text{oil}=\text{low}, \text{eh}=\text{high})=0.1$	$P(\text{inf}=\text{high} \mid \text{oil}=\text{low}, \text{eh}=\text{high})=0.9$
$P(\text{inf}=\text{low} \mid \text{oil}=\text{high}, \text{eh}=\text{high})=0.01$	$P(\text{inf}=\text{high} \mid \text{oil}=\text{high}, \text{eh}=\text{high})=0.99$

a-) Determine o gráfico da rede de crença (rede bayesiana) para este problema?



b-) Dado que a  $bp=n$  e  $rt=h$ , qual é a probabilidade de que a inflação seja alta?

$$\begin{aligned}
 P(\text{inf} = h \mid bp = n, rt = h) &= \frac{P(\text{inf} = h, bp = n, rt = h)}{P(bp = n, rt = h)} = \\
 &= \frac{P(\text{inf} = h \mid \text{oil}, \text{eh}) \cdot P(bp = n \mid \text{oil}) \cdot P(rt = h \mid \text{inf} = h, \text{eh})}{P(bp = n, rt = h)}
 \end{aligned}$$



Calculando  $P(\text{inf} = h \mid \text{eh}, \text{oil})$ ,

$$\begin{aligned} P(\text{inf} = h \mid \text{eh}, \text{oil}) = & P(\text{inf} = h \mid \text{eh} = l, \text{oil} = l) \cdot P(\text{eh} = l) \cdot P(\text{oil} = l \mid \text{eh} = l) + \\ & P(\text{inf} = h \mid \text{eh} = h, \text{oil} = h) \cdot P(\text{eh} = h) \cdot P(\text{oil} = h \mid \text{eh} = h) + \\ & P(\text{inf} = h \mid \text{eh} = l, \text{oil} = h) \cdot P(\text{eh} = l) \cdot P(\text{oil} = h \mid \text{eh} = l) + \\ & P(\text{inf} = h \mid \text{eh} = h, \text{oil} = l) \cdot P(\text{eh} = h) \cdot P(\text{oil} = l \mid \text{eh} = h) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\text{inf} = h \mid \text{eh}, \text{oil}) = & 0.1 \cdot 0.7 \cdot 0.9 + 0.99 \cdot 0.3 \cdot 0.95 + \\ & 0.9 \cdot 0.7 \cdot 0.1 + 0.9 \cdot 0.3 \cdot 0.05 \end{aligned}$$

$$P(\text{inf} = h \mid \text{eh}, \text{oil}) = 0.42165$$

Calculando  $P(\text{bp} = n \mid \text{oil})$

$$P(\text{bp} = n \mid \text{oil}) = P(\text{bp} = n \mid \text{oil} = l) \cdot P(\text{oil} = l \mid \text{eh}) + P(\text{bp} = n \mid \text{oil} = h) \cdot P(\text{oil} = h \mid \text{eh})$$

$$P(\text{bp} = n \mid \text{oil}) = P(\text{bp} = n \mid \text{oil} = l) \cdot [ P(\text{oil} = l \mid \text{eh} = l) \cdot P(\text{eh} = l) + P(\text{oil} = l \mid \text{eh} = h) \cdot P(\text{eh} = h) ] +$$

$$P(\text{bp} = n \mid \text{oil} = h) \cdot [ P(\text{oil} = h \mid \text{eh} = l) \cdot P(\text{eh} = l) + P(\text{oil} = h \mid \text{eh} = h) \cdot P(\text{eh} = h) ]$$

$$\begin{aligned} P(\text{bp} = n \mid \text{oil}) = & 0.4 \cdot [0.1 \cdot 0.7 + 0.95 \cdot 0.3] + 0.1 \cdot [0.9 \cdot 0.7 + 0.05 \cdot 0.3] \\ P(\text{bp} = n \mid \text{oil}) = & 0.2065 \end{aligned}$$

Calculando  $P(\text{rt} = h \mid \text{eh}, \text{inf} = h)$ ,

$$\begin{aligned} P(\text{rt} = h \mid \text{inf} = h, \text{eh}) = & P(\text{rt} = h \mid \text{inf} = h, \text{eh} = l) \cdot P(\text{inf} = h \mid \text{eh} = l, \text{oil}) \cdot p(\text{eh} = l) + \\ & P(\text{rt} = h \mid \text{inf} = h, \text{eh} = h) \cdot P(\text{inf} = h \mid \text{eh} = h, \text{oil}) \cdot p(\text{eh} = h) \end{aligned}$$

Calculando  $P(\text{inf} = h \mid \text{eh} = l, \text{oil})$

$$\begin{aligned} P(\text{inf} = h \mid \text{eh} = l, \text{oil}) = & P(\text{inf} = h \mid \text{eh} = l, \text{oil} = l) \cdot P(\text{eh} = l) \cdot P(\text{oil} = l \mid \text{eh} = l) + \\ & P(\text{inf} = h \mid \text{eh} = l, \text{oil} = h) \cdot P(\text{eh} = l) \cdot P(\text{oil} = h \mid \text{eh} = l) \end{aligned}$$

$$P(\text{inf} = h \mid \text{eh} = l, \text{oil}) = 0.1 \cdot 0.7 \cdot 0.9 + 0.9 \cdot 0.7 \cdot 0.1 = 0.126$$

Calculando  $P(\text{inf} = h | \text{eh} = h, \text{oil})$

$$P(\text{inf} = h | \text{eh} = h, \text{oil}) = P(\text{inf} = h | \text{eh} = h, \text{oil} = l) \cdot P(\text{eh} = h) \cdot P(\text{oil} = l | \text{eh} = h) + \\ P(\text{inf} = h | \text{eh} = h, \text{oil} = h) \cdot P(\text{eh} = h) \cdot P(\text{oil} = h | \text{eh} = h)$$

$$P(\text{inf} = h | \text{eh} = h, \text{oil}) = 0.99 \cdot 0.3 \cdot 0.95 + 0.9 \cdot 0.3 \cdot 0.05 = 0.29565$$

Substituindo de volta na equação  $P(\text{rt}=h | \text{eh}, \text{inf}=h)$

$$P(\text{rt} = h | \text{inf} = h, \text{eh}) = 0.9 \cdot 0.126 \cdot 0.7 + 0.99 \cdot 0.29565 \cdot 0.3 = 0.1672$$

Agora, Precisa-se calcular a probabilidade do denominador:  $P(\text{bp} = n, \text{rt} = h | i)$

$$P(\text{bp} = n, \text{rt} = h | i) = P(\text{bp} = n | \text{oil}) \cdot P(\text{rt} = h | \text{inf}, \text{eh})$$

Calculando primeiramente  $P(\text{bp} = n | \text{oil})$ ,

$$P(\text{bp} = n | \text{oil}) = P(\text{bp} = n | \text{oil} = l) \cdot P(\text{oil} = l | \text{eh}) + P(\text{bp} = n | \text{oil} = h) \cdot P(\text{oil} = h | \text{eh}) \\ P(\text{bp} = n | \text{oil}) = 0.2065$$

calculando  $P(\text{rt} = h | \text{inf}, \text{eh})$ ,

$$P(\text{rt} = h | \text{inf}, \text{eh}) = 0.1 \cdot 0.7 \cdot (1 - 0.126) + 0.9 \cdot 0.3 \cdot (1 - 0.29565) + \\ 0.9 \cdot 0.7 \cdot 0.126 + 0.99 \cdot 0.3 \cdot 0.29565$$

$$P(\text{rt} = h | \text{inf}, \text{eh}) = 0.4185$$

Com todos os valores que precisamos podemos calcular a equação principal:

$$P(\text{inf} = h | \text{bp} = n, \text{rt} = h) = \frac{0.42165 \cdot 0.2065 \cdot 0.1672}{0.2065 \cdot 0.4185} = 0.1685$$

**Questão 4** - Considere o problema de decisão caracterizado por uma sequência de eventos que podem ser apresentados por um gráfico conhecido como rede de decisão. Uma casa está a venda. A casa foi construída a mais de dez anos. João está interessado em comprar a casa como investimento. Isto é fazer uma pequena reforma e revender a casa. Ele considera que a casa tem 70% de chance de estar realmente em bom estado. Se a casa estiver realmente em bom estado ele pode após uma pequena reforma ter um lucro de 30.000 reais na revenda. Caso contrário ele vai ter um prejuízo de 18.000,00 reais. João sabe que se ele contratar um profissional especializado em inspecionar imóveis ele terá uma melhor avaliação da situação da casa. Entretanto a contratação deste profissional requer um custo de 3.600,00 reais. A tabela abaixo indica as probabilidades envolvidas no processo de fazer ou não a inspeção e as condições do imóvel.

### Resposta -

Variáveis: I (Fazer ou não fazer a Inspeção) CC (Comprar ou Não comprar a Casa) C (Condições da casa) A (Resultado da Avaliação)

$$P(c = boa) = 0.70 ; P(c = ruim) = 0.30 ;$$

Tabela de Prioridade :

$$P(A = boa | c = boa) = 0.95$$

$$P(A = ruim | c = boa) = 0.05$$

$$P(A = ruim | c = ruim) = 0.90$$

$$P(A = boa | c = ruim) = 0.10$$

=> Calculando a possibilidade da avaliação ser boa e ruim:

$$P(A = boa) \Rightarrow P(A = boa | c = boa) \cdot P(c = boa) + P(A = boa | c = ruim)$$

$$P(c = ruim) \Rightarrow 0.95 \cdot 0.70 + 0.10 \cdot 0.30 \Rightarrow 0.695$$

$$P(A = ruim) = 1 - P(A = boa) = 0.305$$

=> Determinado a possibilidade das avaliações, determinamos a possibilidade da casa está em boas condições ou não.

$$P(C = boa | A = boa) \Rightarrow \frac{P(A=boa | c=boa) \cdot P(c = boa)}{P(A=boa)} = \frac{0.95 \cdot 0.70}{0.695} = 0.9568$$

$$P(C = ruim | A = boa) \Rightarrow 1 - P(C = boa | A = boa) = 0.043$$

$$P(C = ruim | A = ruim) \Rightarrow \frac{P(A=ruim | c=ruim) \cdot P(c = ruim)}{P(A=ruim)} = \frac{0.90 \cdot 0.30}{0.305} = 0.885$$

$$P(C = boa | A = ruim) \Rightarrow 1 - P(C = ruim | A = ruim) = 0.115$$

Nova tabela de prioridade:

$$P(A = boa) = 0.695$$

$$P(A = ruim) = 0.305$$

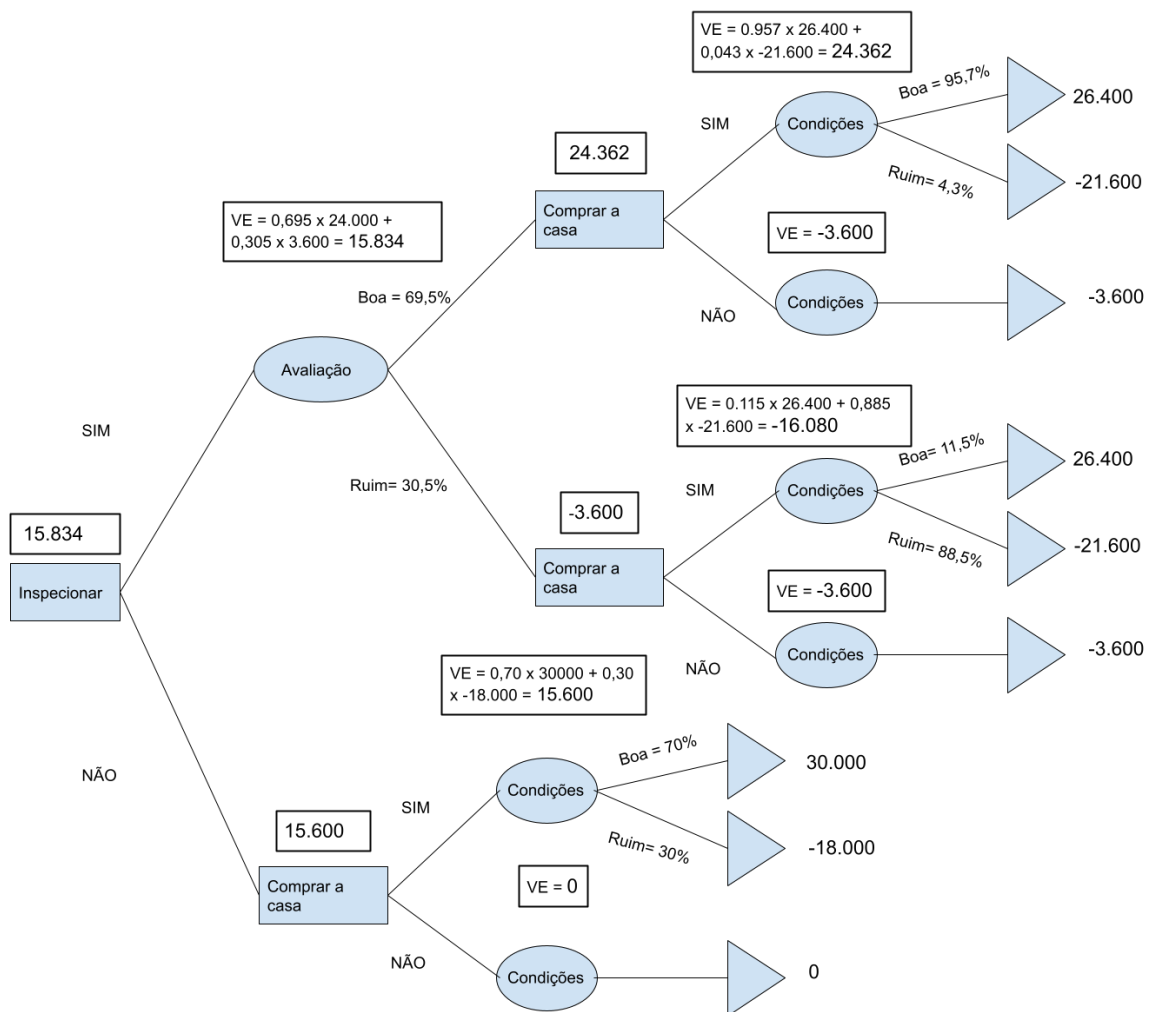
$$P(A = boa | c = boa) = 0.957$$

$$P(A = ruim | c = boa) = 0.043$$

$$P(A = ruim | c = ruim) = 0.885$$

$$P(A = boa | c = ruim) = 0.115$$

Dessa forma podemos montar nossa figura conforme a imagem abaixo:



**Questão 5** - Considere o problema de tomada de decisão caracterizado por uma sequência de eventos que podem ser apresentados por um grafo conhecido como rede de decisão. O problema em questão consiste das escolhas e das decisões por parte de uma empresa de petróleo. Uma determinada empresa petrolífera obteve a concessão para explorar uma certa região. Os estudos anteriores (testes preliminares) estimam a probabilidade de existir petróleo nessa região em 20 %. A companhia pode optar por um novo teste, que custa US\$ 100.000,00, sendo que, se realmente existe petróleo, esse teste dirá com uma probabilidade de 0.85 que existe, e se realmente não existe, dirá com probabilidade 0.70 que não existe. Considerando que o custo de perfuração será de US\$ 1.000.000,00 e que, se for encontrado petróleo, a companhia receberá US\$ 20.000.000,00 pela produção. Considere, portanto os seguintes eventos e os seus complementos: (i) Evento T (a companhia faz o teste); (ii) Evento F (o teste é favorável à existência de petróleo; (iii) Evento P (a companhia perfura o poço); (iv) Evento E (existe petróleo).

a-) Construa a rede indicando os nós de decisões e os nós ao acaso (variáveis aleatórias). Considere as funções de utilidade, representadas por losangos, como sendo o lucro = receita - despesas, calculado em cada percurso da árvore.

b-) Determine em cada nó dos percursos da árvore a utilidade esperada.

c-) Usando o critério da utilidade máxima esperada, determine a melhor decisão.

d-) Qual o valor esperado do lucro da companhia se for tomada a melhor decisão?

e-) Apresente também a solução deste problema através de um programa computacional e simule diferentes situações alterando o valor das probabilidades.

Observações:

(i) O evento inicial da árvore é se a companhia faz ou não faz o teste.

(ii) Para cada evento tem o seu complementar: Exemplo: T: Faz o teste,  $\neg T$ : Não faz o teste

(iii) Para o cálculo da utilidade esperada determine antes as probabilidades condicionais a posteriori com base no teorema de Bayes.

### Resposta -

Variáveis: NT (Novo Teste) PL (Petróleo)

$$P(PL = \text{sim}) = 0.20 ; \quad P(PL = \text{não}) = 0.80 ;$$

Tabela de Prioridade :

$$P(NT = \text{sim} | PL = \text{sim}) = 0.85$$

$$P(NT = \text{não} | PL = \text{sim}) = 0.15$$

$$P(NT = \text{não} | PL = \text{não}) = 0.70$$

$$P(NT = \text{sim} | PL = \text{não}) = 0.30$$

=> Calculando a possibilidade do novo teste indicar sim ou não:

$$P(NT = \text{sim}) \Rightarrow P(NT = \text{sim} | PL = \text{sim}) \cdot P(PL = \text{sim}) + P(NT = \text{sim} | PL = \text{não})$$

$$P(PL = \text{não}) \Rightarrow 0.85 \cdot 0.20 + 0.30 \cdot 0.80 \Rightarrow 0.41$$

$$P(NT = \text{não}) = 1 - P(NT = \text{sim}) = 0.59$$

=> Determinado a possibilidade das avaliações, determinamos a possibilidade da casa está em boas condições ou não.

$$P(PL = \text{sim} | NT = \text{sim}) \Rightarrow \frac{P(NT=\text{sim} | PL=\text{sim}) \cdot P(PL=\text{sim})}{P(NT=\text{sim})} = \frac{0.85 \cdot 0.20}{0.41} = 0.41$$

$$P(PL = \text{não} | NT = \text{sim}) \Rightarrow 1 - P(PL = \text{sim} | NT = \text{sim}) = 0.059$$

$$P(PL = \text{não} | NT = \text{não}) \Rightarrow \frac{P(NT=\text{não} | PL=\text{não}) \cdot P(PL=\text{não})}{P(NT=\text{não})} = \frac{0.70 \cdot 0.80}{0.59} = 0.94$$

$$P(PL = \text{sim} | NT = \text{não}) \Rightarrow 1 - P(PL = \text{não} | NT = \text{não}) = 0.06$$

Nova tabela de prioridade:

$$P(NT = \text{sim}) = 0.41$$

$$P(NT = \text{não}) = 0.59$$

$$P(PL = \text{sim} | NT = \text{sim}) = 0.41$$

$$P(PL = \text{não} | NT = \text{sim}) = 0.59$$

$$P(PL = \text{não} | NT = \text{não}) = 0.94$$

$$P(PL = \text{sim} | NT = \text{não}) = 0.06$$

Dessa forma podemos montar nossa figura conforme a imagem abaixo:

