

## Лабораторная работа № 2

### ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗАКОНОВ НА МАШИНЕ АТВУДА

#### Теоретическое введение

Анализ движения системы тел, примером которой является машина Атвуда, возможен с помощью 2-го закона Ньютона и уравнения динамики вращательного движения.

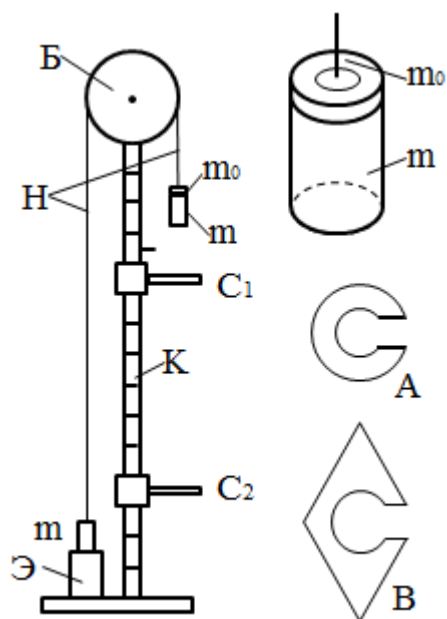


Рис. 1.

Основной частью машины Атвуда является система движущихся тел, состоящая из блока Б с перекинутой через него нитью Н, к концам которой привязаны грузы одинаковой массы  $m$ . Система приводится в движение перегрузком массы  $m_0$ , который накладывается на один из грузов массы  $m$  (см. рис. 1). Положение груза  $m$  отсчитывается по шкале К. Когда один из грузов находится в верхнем положении, другой груз удерживается с помощью электромагнита Э.

По вертикальной стойке со шкалой К могут перемещаться кольцевая платформа  $C_1$  и сплошная платформа  $C_2$ .

К машине Атвуда прилагается набор перегрузков формы А и В.

Перегрузок формы А свободно проходит через внутреннее отверстие платформы  $C_1$ . Перегрузок формы В снимается кольцевой платформой  $C_1$  при движении груза массой  $m$ .

Перегрузки формы А малой толщины (менее 1 мм) служат для компенсации сил трения (см. задание 1), их масса, как правило, не указывается. Перегрузки формы А большей толщины необходимы для создания ускоренного движения системы тел (см. задание 2).

#### Содержание работы

Пусть на правый груз наложен перегрузок массой  $m_0$ . При движении грузов на них действует сила тяжести  $mg$  и  $(m + m_0)g$ , силы натяжения нити  $T_1$  и  $T_2$  (см. рис. 2). На основании 2-го закона Ньютона уравнения динамики поступательного движения грузов имеют вид:

$$mg - T_1 = -ma, \quad (m + m_0)g - T_2 = (m + m_0)a, \quad (1)$$

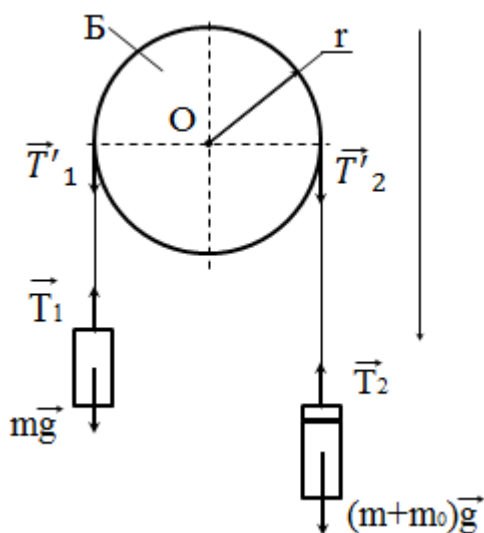


Рис. 2.

где  $g$  – ускорение силы тяжести. В выражении (1) входят проекции вышеуказанных сил и ускорений на вертикальную ось.

Уравнение динамики вращательного движения блока машины Атвуда имеет вид:  

$$(T_2 - T_1)r = J\varepsilon,$$
(2) где  $r$  – радиус блока машины Атвуда,  $J$  – момент инерции блока. В выражение (2) входят проекции моментов сил и углового ускорения на ось вращения  $OO'$  (см. рис. 2 и 3). В левой части уравнения (2) указана сумма проекций моментов сил натяжения  $T_1$  и  $T_2$ :  

$$M_2 = T_2 \cdot r,$$

$$M_1 = T_1 \cdot r.$$

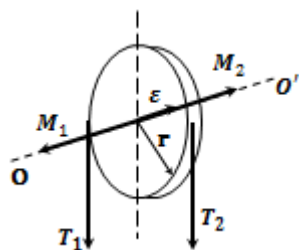


Рис. 3.

Проекция результирующего момента сил равна  $M_2 - M_1$ .

Отметим, что на поверхность блока непосредственно действуют силы трения покоя со стороны деформированной тонкой нити, соприкасающейся с поверхностью блока и неподвижной относительно этой поверхности (см. рис. 4 и 5).

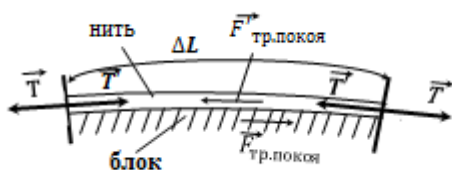


Рис. 4.

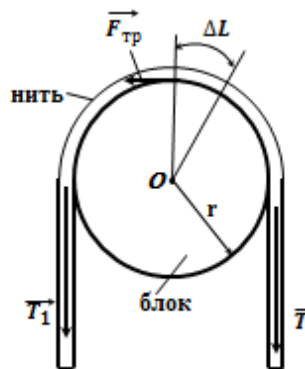


Рис. 5.

Масса нити, соприкасающейся с поверхностью блока, очень мала, и поэтому момент инерции указанной части нити  $J_1$  равен нулю (точнее  $J_1 \ll J$ ). Результирующий момент сил трения покоя  $M_T$ , создает его угловое ускорение  $\varepsilon$ :

$$M_T = J \cdot \varepsilon, \quad (3)$$

и оказывается равным результирующему моменту сил натяжения нити

$$M_T = M_2 - M_1. \quad (4)$$

Приведем доводы в пользу уравнения (4). Нить, соприкасающуюся с блоком, можно рассматривать как систему материальных точек, каждая из которых представляет собой малый участок нити длиной  $\Delta\ell$  ( $\Delta\ell \ll r$ ). Силы натяжения, описывающие взаимодействие между соседними участками нити, являются внутренними. Поэтому векторная сумма моментов этих сил равна нулю.

Силы трения покоя, приложенные к участкам нити со стороны внешнего тела (блока), и силы натяжения нити  $T_1$  и  $T_2$ , описывающие действие на рассматриваемую систему материальных точек со стороны остальной части нити (рис. 4 и 5), являются внешними.

На основании закона динамики вращательного движения и так как  $J_1 \approx 0$ ,

$$M_2 - M_1 - M'_T = J_1 \cdot \varepsilon_1 \approx 0, \quad (5)$$

где  $M'_T$  — проекция результирующего момента сил трения покоя, приложенных к нити, участвующей во вращательном движении и соприкасающейся с поверхностью блока,  $J_1, \varepsilon_1$  — момент инерции и проекция углового ускорения этой нити соответственно.

Указанная нить неподвижна относительно поверхности блока и поэтому  $\varepsilon_1 = \varepsilon$ .

Согласно 3-му закону Ньютона силы трения покоя, приложенные к участкам нити, и силы трения покоя (рис. 4), приложенные к поверхности блока, равны и противоположно направлены.

Поэтому сумма проекций моментов указанных сил на координатную ось, совмещенную с осью вращения блока, равна нулю:

$$M_T + M'_T = 0.$$

Учитывая последнее равенство и выражение (5), получим соотношение (4). Из равенств (3) и (4) следует справедливость выражения (2). Ускорение поступательного движения грузов  $a$  численно равно тангенциальной составляющей ускорения  $a_t$  любой точки поверхности блока, на которую намотана нить.

С учетом последнего утверждения справедливы равенства:

$$\varepsilon = \frac{a_{\tau}}{r} = \frac{a}{r}. \quad (6)$$

Совместное решение уравнений (1), (2) и (6) позволяет найти ускорение грузов:

$$a = \frac{m_0 g}{2m + m_0 + \frac{J}{r^2}} \quad (7)$$

Если момент инерции блока невелик, а именно

$$\frac{J}{r^2} \ll 2m, \quad (8)$$

то последним слагаемым в знаменателе в формуле (7) можно пренебречь.

Тогда

$$a = \frac{m_0 g}{2m + m_0}. \quad (9)$$

Из уравнений (7) и (9) следует, что величина ускорения поступательного движения грузов постоянна, следовательно, грузы движутся равноускоренно.

Целью работы является экспериментальное определение скорости и ускорения системы в пределах точности, обусловленной условиями эксперимента.

### **Порядок выполнения работы**

Принадлежности: 1. Машина Атвуда с набором перегрузков формы А и В.  
2. Секундомер. 3. Электромагнит с кнопкой пуска движения системы грузов.  
4. Измерительная линейка.

**Задание 1.** Компенсация трения в системе.

Компенсация трения производится следующим образом:

1. На правый груз накладывается перегрузок формы В, под действием которого грузы движутся ускоренно.
2. Устанавливают систему в начальное положение так, что левый груз находится внизу и удерживается электромагнитом (рис. 6).
3. Кольцевую платформ  $C_1$  устанавливают ниже правого груза на расстояние от нижнего основания правого груза, равное  $\ell$  (рис. 6). Значение  $\ell$  указано в паспорте установки.

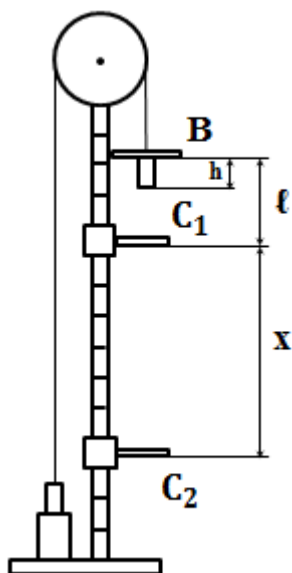


Рис. 6.

4. Размыкают цепь электромагнита и при движении грузов измеряют время  $t$  от момента снятия перегрузка формы В кольцевой платформой  $C_1$  до момента удара правого груза о сплошную платформу  $C_2$ .
5. Измеряют путь, пройденный правым грузом после устранения перегрузка формы В. Путь  $S$  равен расстоянию  $X$  между кольцевой и сплошной платформами за вычетом высоты правого груза  $h$ .
6. Перемещают сплошную платформу, устанавливая ее в новое положение, и повторяют измерения, указанные в пп. 3 ÷ 5 этого задания.

В общей сложности, опыт повторяют 3 ÷ 5 раз, затем находят отношения  $\frac{S_1}{t_1}; \frac{S_2}{t_2}; \frac{S_3}{t_3}; \dots$

Если трение компенсировано, то после снятия кольцевой платформой перегрузка формы В грузы движутся равномерно и выполняются равенства:

$$\frac{S_1}{t_1} = \frac{S_2}{t_2} = \frac{S_3}{t_3} = v = \text{const.} \quad (10)$$

Расхождения в величине отношений (10) допускаются в пределах до 10%.

Если равенства не выполняются, то наложив на правый груз (или сняв с правого груза) один или несколько легких перегрузков формы А опыт повторяют сначала.

**Задание 2.** Проверка закона пути и определение ускорения системы тел.

1. Не снимая с правого груза перегрузок, компенсирующий трение, положить перегрузок формы А (толщиной более 1 мм) дополнительно. Массу перегрузка занести в таблицу 1. Масса перегрузка указана на его поверхности.
2. Установить сплошную платформу в нижней части вертикальной стойки. Расположить кольцевую платформу в непосредственной близости от сплошной платформы так, чтобы правый груз свободно проходил через внутреннее отверстие кольцевой платформы (рис. 7). Измерить путь  $S$ .

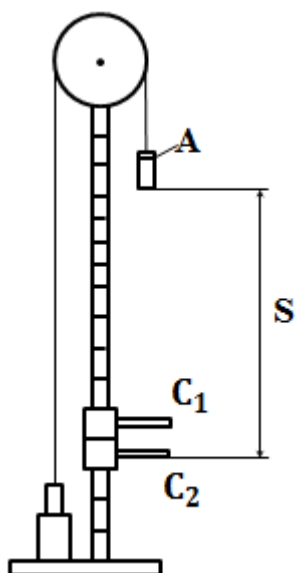


Рис. 7.

3. Измерить время ускоренного движения  $t$  правого груза от начала движения до удара его о сплошную платформу.

4. Полученные результаты занести в таблицу 1.

5. Вычислить ускорение движения правого груза по формуле:

$$a = \frac{2S}{t^2}. \quad (11)$$

6. Меняя положение сплошной платформы изменить путь  $S$ . Повторить измерения, описанные в пп. 3 ÷ 5. Величину  $S$  меняют 3 ÷ 5 раз.

7. Вычислить среднее значение ускорения  $\langle a \rangle$ .

Таблица 1

$m_0 =$			
№ измерения	$S$ , м	$t$ , с	$a$ , м/с <sup>2</sup>
1.			
2.			
3.			
...			
$\langle a \rangle =$			

8. Повторить измерения и расчеты, указанные в пп. 1 ÷ 7 задания 2 с перегрузком формы А другой массы  $m_0$  (значения масс перегрузков  $m_0$  должны серьезно отличаться по величине – примерно в раза). Результаты записать в таблицу, аналогичную таблице 1.

**Задание 3.** Сопоставление расчетных и экспериментальных значений ускорения правого груза.

1. Результаты эксперимента, проведенного в задании 2, перенести в таблицу 2.
2. По формулам (7) и (9) вычислить теоретические значения ускорения правого груза.

3. Результаты расчета сравнить со значениями ускорения, полученного экспериментально. Сделать вывод.

Таблица 2

Масса перегрузка, $m_0(\text{г})$	Экспериментальные значения ускорения, $\langle a \rangle \pm \Delta a (\text{м/с}^2)$	Расчетные значения $a (\text{м/с}^2)$ , полученные на основании:	
		формулы (7)	формулы (9)

**Задание 4.** Оценка максимальной ошибки измерения ускорения груза.

Составить выражение относительной и абсолютной максимальной погрешности, используя формулу (11). Определить численное значение абсолютной погрешности экспериментального ускорения. Полученные значение абсолютных максимальных ошибок занести в таблицу 2.

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение закона динамики вращательного движения системы материальной точки.
2. Дайте определение вектора момента силы.
3. Каковы направления вектора углового перемещения, угловой скорости, углового ускорения при вращательном движении?
4. Дайте сравнительную характеристику вращательному и поступательному движениям, их основным кинематическим и динамическим характеристикам, а также уравнениям и способам их решения.
5. Получите формулу (7), используя закон сохранения механической энергии системы тел.
6. При каком условии силы натяжения нити по разные стороны блока можно считать одинаковыми?
7. При каком условии можно пренебречь моментом инерции блока машины Атвуда, не допуская большой ошибки в расчете ускорения тел системы?
8. Назовите возможные причины появления сил трения, которые компенсируются в задании 1?
9. Момент какой силы приложен к блоку машины Атвуда?

10. Как меняется со временем момент импульса блока при равноускоренном движении грузов?