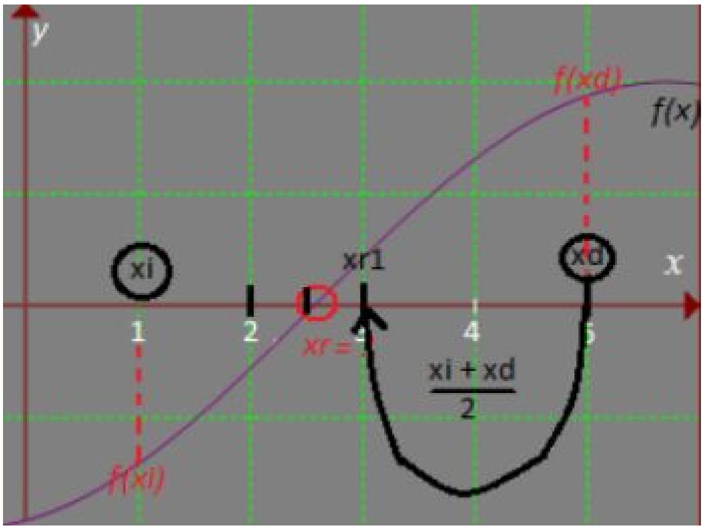
<u>UNIDAD 1:</u> “Raíces de funciones”.

Métodos cerrados: Son métodos que necesitan un intervalo inicial que contenga la raíz, o sea, que f(x) sea continua en todo el intervalo [a,b] y que además f(a) tiene que tener distinto signo que f(b) por Teorema de Bolzamo se asegura que existe al menos una raíz.

Para hallar el intervalo ingreso (a) y (b) y calculo f(a)*f(b) hasta obtener un valor <0.

<u>Método de la Bisección:</u> este método intenta encontrar siempre la raíz en la mitad del intervalo y va achicando el intervalo de forma conveniente hasta hallarla.



No evalúo f(xr1), sino que xr1 va a ser el nuevo intervalo reducido y puedo saber a qué extremo debo mover de la siguiente manera:

- Si f(xi) * f(xr1) es menor a 0 entonces xd = xr1
- Si f(xi) * f(xr1) es mayor a 0 entonces xi = xr1

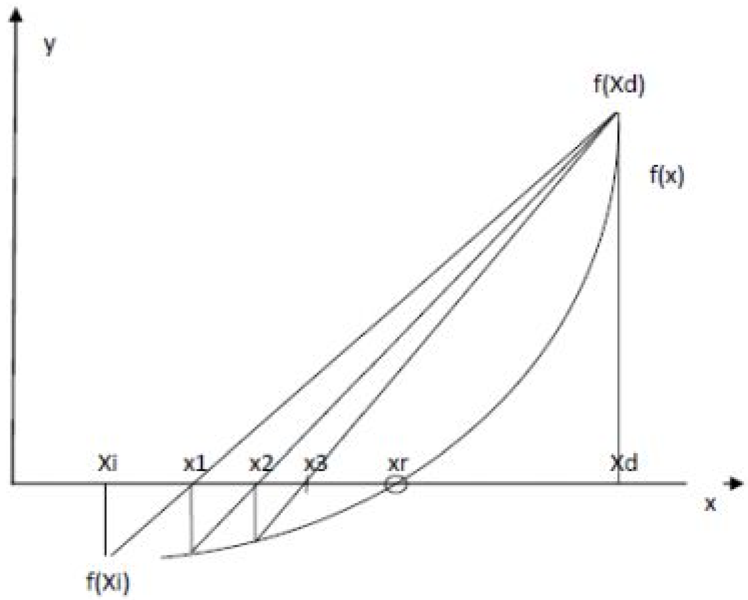
FORTALEZAS:

- Siempre se encuentra la raíz (característica principal de los métodos cerrados).
- Es de interpretación sencilla.

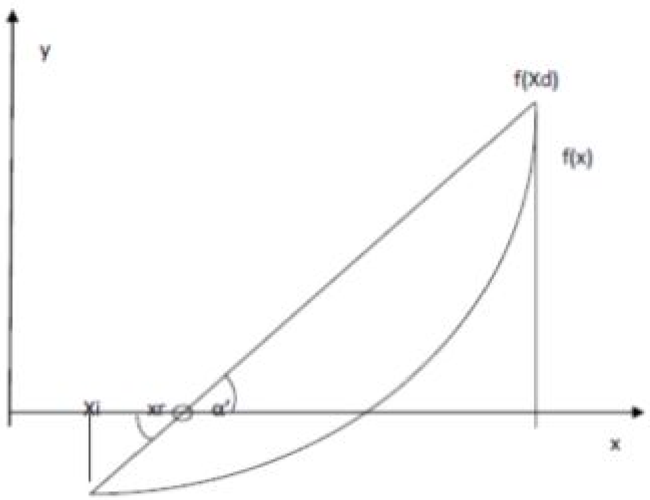
DEBILIDADES:

- Puede requerir muchas iteraciones.

<u>Método de la Regla Falsa:</u> parte de la hipótesis de que la raíz está más cercana al extremo donde el valor absoluto de la función es menor. Es igual al método de la Bisección, solo que cambia el cálculo del xr.



TEOREMA FUNDAMENTAL:



$tg\ \Theta = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente} = \frac{f(xi)}{xr - xi}$ -> entonces para ambos triángulos rectángulos encuentro la siguiente igualdad

$\frac{f(xi)}{xr - xi} = \frac{f(xd)}{xd - xr}$ (Nota: negar el término que esté debajo del eje de la x).

Despejando xr de la formula obtengo lo siguiente:

$$-f(xi) * (xd - xr) = f(xd) * (xr - xi)$$
$$-f(xi) * (xd) + f(xi) * (xr) = f(xd) * (xr) - f(xd) * (xi)$$

$$f(xi) * (xr) - f(xd) * (xr) = -f(xd) * (xi) + f(xi) * (xd)$$
$$(xr) * (f(xi) - f(xd)) = -f(xd) * (xi) + f(xi) * (xd)$$

ó

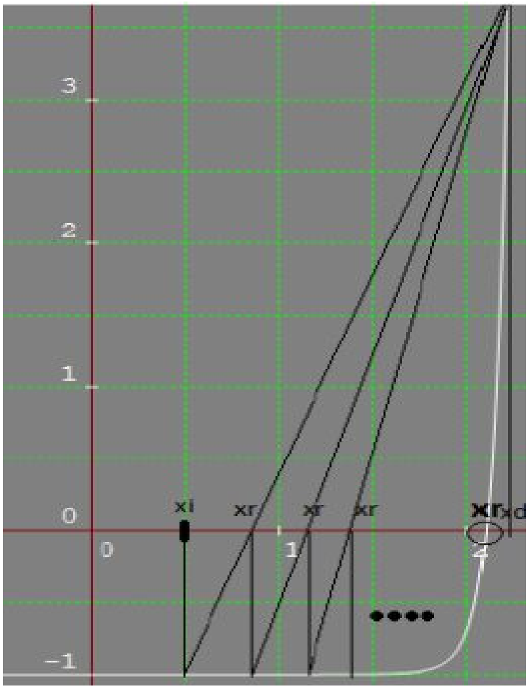
$$\boxed{(xr) = \frac{f(xd) * (xi) - f(xi) * (xd)}{f(xd) - f(xi)}}$$

FORTALEZAS:

- Siempre se encuentra la raíz. **Es siempre convergente.**
- Es de interpretación sencilla.

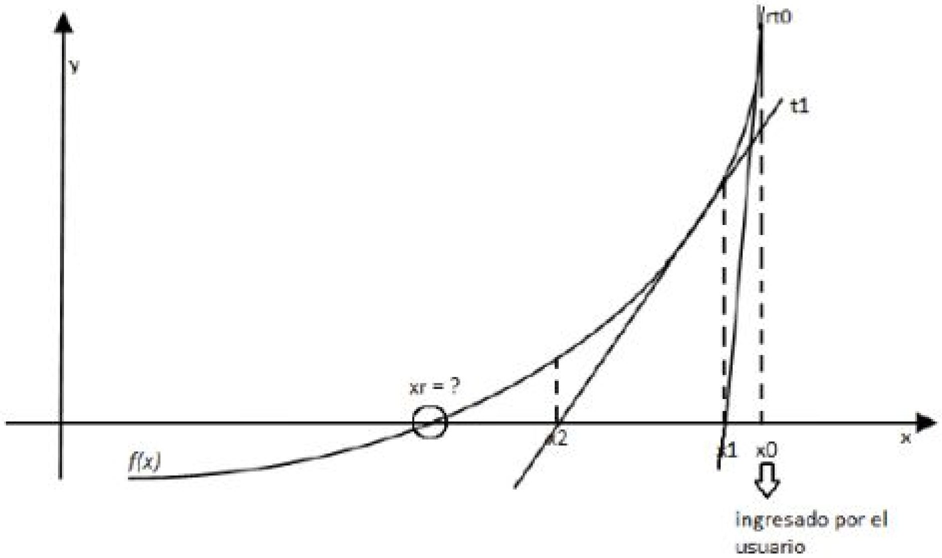
DEBILIDADES:

- Puede que en algunas funciones constantes en el intervalo y con un brusco empinamiento cerca del extremo (Ej: e^x o similares) la convergencia se haga lenta incluso salir del programa por superar la cantidad de iteraciones máximas.



Métodos abiertos: Son métodos que no necesitan un intervalo inicial que contenga la raíz. Estos métodos no siempre encuentran la raíz, pero cuando lo hacen la convergencia es mucho más rápida que en los métodos cerrados.

<u>Método de Newton - Raphson (o de la tangente):</u> la idea del método es suponer que la raíz es el punto donde la tangente corta el eje de las X.



Recordamos:

La pendiente de la recta tangente: mrt = f'(xi) -> derivada

Por otro lado, la pendiente de una recta m = $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ => mrt = $\frac{f(xi)}{xi - x\,(i+1)}$

$$\left.\begin{array}{l} mrt = f'(xi) \\ \\ mrt = \dfrac{f(xi)}{xi - x\,(i+1)} \end{array}\right] \qquad f'(xi) = \frac{f(xi)}{xi - x\,(i+1)} \Rightarrow \underbrace{xi - x(i+1)}_{?} = \frac{f(xi)}{f'(xi)}$$

$$\Rightarrow \boxed{x(i+1) = xi - \frac{f(xi)}{f'(xi)}}$$

FORTALEZAS:

- Fácil interpretación y programación.
- Si converge, lo hace rápido.

DEBILIDADES:

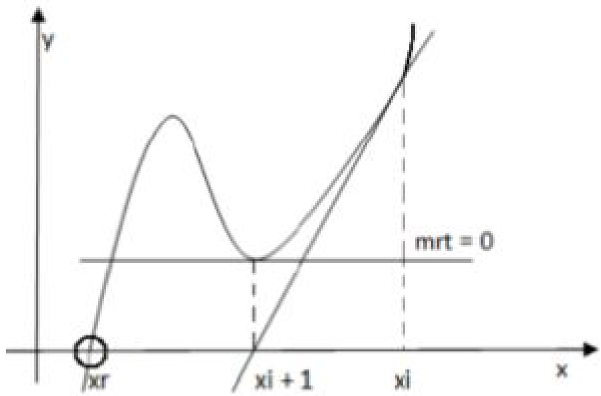
- Para aplicar el método necesito conocer la derivada de la función. Esto no siempre es posible debido a la complejidad de la función, por lo tanto la reemplazamos por alguna función aproximada de la siguiente manera

  $$\boxed{\frac{f(xi+0.0001) - f(xi)}{0.0001}}$$ Podemos usar TOLE .

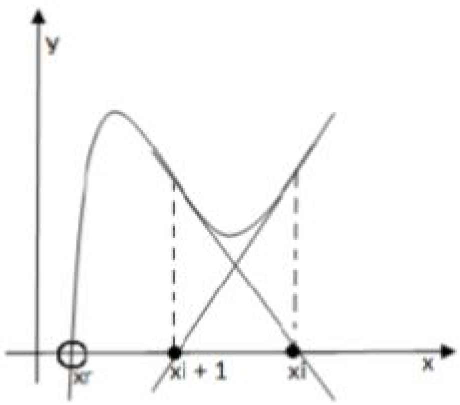
- Puede divergir.

- Casos en que puede divergir:

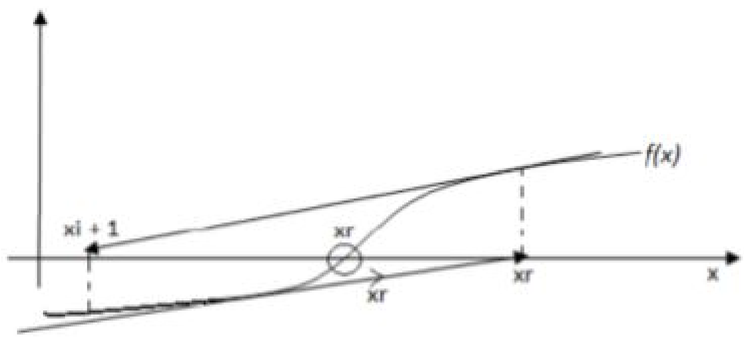
  a. Que haya una división por 0. Existencia de mínimo o máximo.



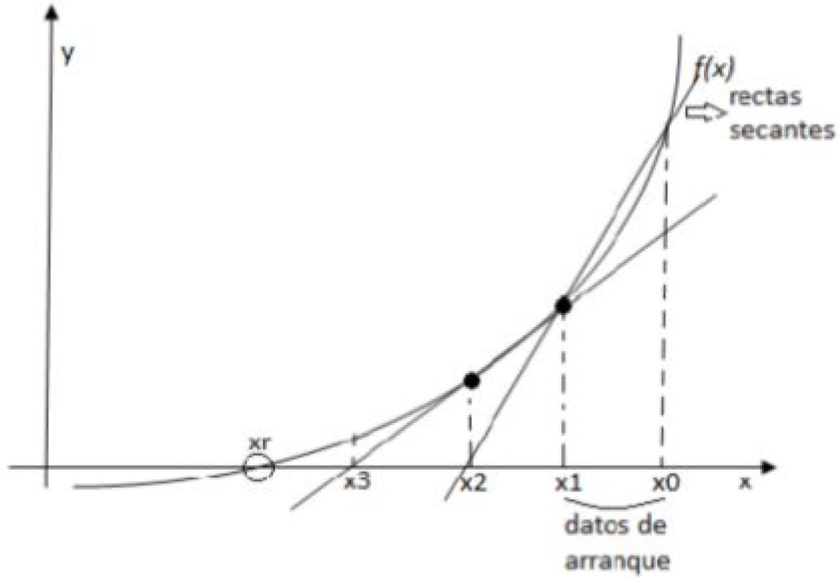
  b. Queda rebotando alrededor de un extremo. Recomendación: tomar el xi más cercano (no después de un extremo o f'(x)=0, hay que acercarse más que eso)



  c. Cuando la raíz coincide (o es cercana) con un punto de inflexión



<u>Método de la secante:</u> es una variación del método de la tangente. Ahora trabaja con la recta secante y supone que la raíz es el punto sobre el eje X donde la recta secante a la gráfica intersecta. Se necesitan 2 puntos de inicio que no necesariamente contengan a la raíz.



Y se calcula de la siguiente manera

$$xi + 2 = \frac{f(xi + 1) * xi - f(xi) * (xi + 1)}{f(xi + 1) - f(xi)}$$

Donde:

- xi + 2 = xr
- xi = x1
- xi + 1 = x2

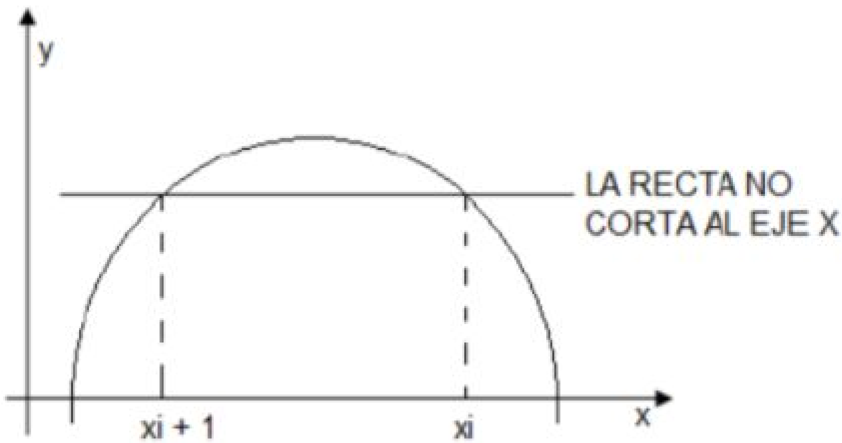
FORTALEZAS:

- Análisis sencillo y en la programación se puede aprovechar el algoritmo de Newton.
- Este método no involucra derivada.
- Si converge, lo hace rápidamente. Pero puede divergir.

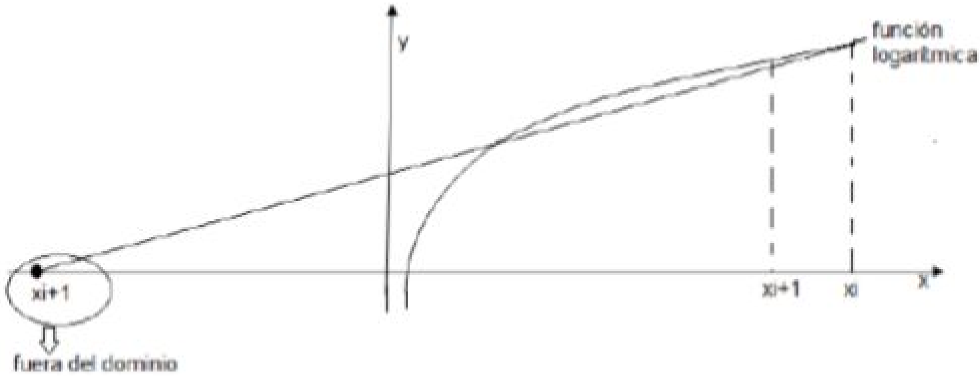
DEBILIDADES:

- Casos en que puede divergir:

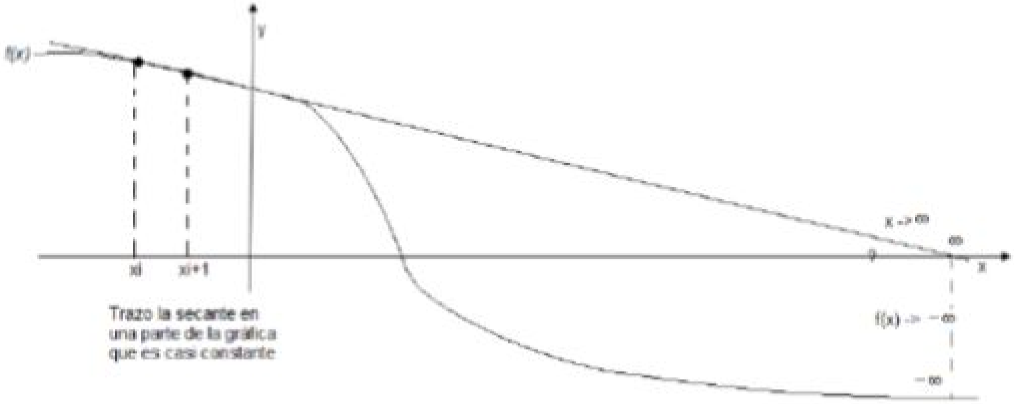
    a. En el caso de que f(xi+1) - f(x) = 0 y no corte al eje X



b. Por ejemplo con una función logarítmica, xi+1 puede llegar a estar fuera del dominio.



c. Trazo la secante de una parte de la gráfica que es casi constante (se va al infinito o casi infinito).



<u>UNIDAD 2:</u> "Sistemas de Ecuaciones".

<u>Sistemas bien y mal condicionados:</u>

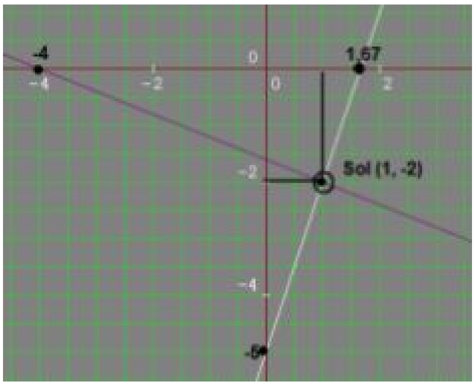
Sistema bien condicionado	**Sistema mal condicionado**
A1 $\begin{cases} 2x + 5y = -8 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$	B1 $\begin{cases} x - 2y = -4 \\ -11x + 20y = 20 \end{cases}$
SOL = (1; -2)	**SOL = (20; 12)**
A2 $\begin{cases} 1{,}95\,x + 5{,}1\,y = -8 \\ 3{,}02x - 0{,}95y = 5{,}1 \end{cases}$	B2 $\begin{cases} 1{,}05\,x - 1{,}95\,y = -4 \\ -10{,}85x + 20{,}1\,y = 20{,}1 \end{cases}$
SOL = (1,067; -1,98)	**SOL = (784,85; 424,67)**

- *Sistema Bien Condicionado (MC):* pequeños cambios en los coeficientes significan pequeños cambios en la solución.
- *Sistema Mal Condicionado (MC):* pequeños cambios en los coeficientes significan cambios drásticos en la solución. Los sistemas MC son sensibles a la cantidad de

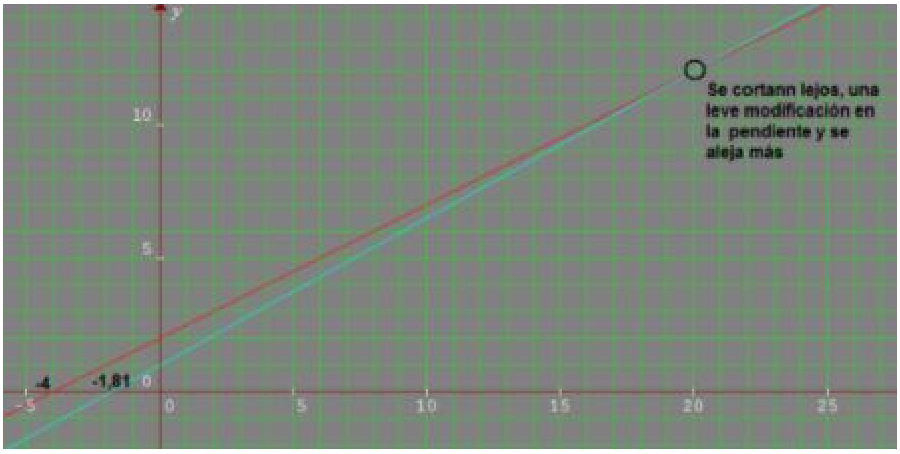
decimales, por lo tanto es necesario conocer su condición antes de empezar a trabajar para usar la cantidad de decimales correctos.

<u>Métodos para hallar el condicionamiento:</u>

- **Gráficamente:** solamente sirven para sistemas 2x2 donde cada ecuación representa una recta. En un sistema BC las rectas tienen pendientes bien definidas y se verifica con el punto de intersección.



Para los un sistema MC las rectas tienen pendientes muy parecidas (casi paralelas), por lo que una leve modificación de la pendiente generaría una intersección distinta.



- **Por matriz inversa:**

Sistema BC-> $A.A^{-1} = I$
$(A^{-1})^{-1} = A$

Sistema MC-> $A.A^{-1} \neq I$
$(A^{-1})^{-1} \neq A$

- **Por software:** en el programa hacemos pequeños cambios en los coeficientes y analizamos cómo se ven afectadas las soluciones. Por ejemplo cambio de 5 a 5,1. (Siempre es conveniente el primer decimal).

- **Por determinantes:** los determinantes por sí solo no son suficientes para determinar el condicionamiento de un sistema, por lo tanto, previamente hay que realizar una operación llamada Scalling que consiste en detectar en cada fila el de mayor coeficiente (valor absoluto) y dividir todos los coeficientes por ese número. De esta manera el valor máximo que va a tener un coeficiente en cada línea es 1. Una vez realizado el Scalling puedo llegar a sacar las siguientes conclusiones:

- Si el Sistema MC es porque el determinante está muy próximo del 0.
- Si el Sistema BC es porque el determinante está muy próximo del 1.

Si el determinante es 0,5 ya se considera BC, si es 0,3 es muy probable que también sea BC, el problema es cuando el determinante es 0,1 o menor, ahí ya el sistema es MC.

Eliminación gaussiana simple:

Transformamos mediante operaciones elementales en un sistema donde la matriz de los coeficientes es triangular superior.

Procedimiento para realizar la transformación: Consta de n-1 bloques

1° BLOQUE	Hacer 0 a la 1° columna debajo de la diagonal principal.

1° Paso: Hacer 0 al elemento a21:

- **Normalizamos la ecuación** (Dividir los elementos por a11 -> siempre dividir por los elementos de la diagonal principal)

E1N -> $x1 + \frac{a12}{a11} x2 + \frac{a13}{a11} x3 + \ldots + \frac{a1n}{a11} xn = \frac{b1}{a11}$

- a21 * E1N -> a21. x1 +a21. — x2 +a21. — x3 + ... +a21. — xn =a21 —

En este paso multiplicaos por el valor que queremos transformar en 0.

- La nueva ecuación 2 NE2 = E2 Anterior – a21*E1N

$0\,x1 + (a22 - a21.\frac{a12}{a11})x2 + \ldots + (a2n - a21.\frac{a1n}{a11})xn = (b2 - a21\frac{b1}{a11})$

En este paso transformamos en 0 el valor deseado.

2° Paso: Hacer 0 al elemento a31.

- Ya tenemos la E1N.
- Multiplicamos por * a31 (a31 * E1N)
- NE3 = E3 anterior (original) – a31 * E1N

Este primer bloque tendrá **n-1** pasos. Siempre hay que hacer pivotear la ecuación cuyo término queremos anular con respecto a la primera. Cumplido el primer bloque pasamos al segundo bloque.

2° BLOQUE Tendrá **n – 2** pasos.

El 1° paso del bloque 2 consistirá en hacer 0 el elemento a32. Para ello repetimos la estrategia que vimos en el bloque 1 pero tomando como pivote la 2° ecuación (que quedó del paso anterior, no la original).

Repetimos la estrategia para los restantes bloques, siempre normalizando la ecuación en la cual está el elemento de la diagonal principal del bloque en el que estemos (Ej.: bloque 1, normalizamos ecuación 1. Bloque 2, normalizamos ecuación 2, y así sucesivamente).

- *Observación 1:* Luego de la transformación todos los elementos de la diagonal principal van a valer 1, por lo tanto en la última ecuación quedará 1Xn = bn, es decir, el valor de la incógnita va a ser el nuevo término independiente de la última ecuación y con ese valor puedo reemplazar en la ecuación anterior para hallar su valor, y así con las demás ecuaciones restantes.
- *Observación 2:* Puede pasar que cuando quiera iniciar cualquier bloque, el elemento de la diagonal principal sea 0, como hay que normalizar la ecuación dividiendo por ese número habría un problema. Para evitar eso realizo un *Pivoteo Parcial* que consiste en ver cual es el coeficiente más grande (valor absoluto) de toda la columna y pongo esa fila primera, y así con el resto de las filas restantes hasta asegurarse que en la diagonal principal haya el mayor elemento de cada columna.

<u>Método Gauss - Jordan:</u>

Aplica la misma técnica que la gaussiana simple, pero va a tardar un 50% más porque además de hacer 0 debajo de la diagonal, también los hace sobre la diagonal principal. La ventaja es que los nuevos términos independientes van a ser los valores de las incógnitas, evitando así el despeje de las ecuaciones una vez terminada la eliminación gaussiana.

<u>Método de Von - Misses (Jacobi):</u> NO SE PROGRAMA

1) Despejamos de cada ecuación la incógnita que corresponde a la diagonal principal.

$$\begin{cases} \boxed{4}x - y + 2z = 9 \\ -x + \boxed{5}y - z = -8 \\ -x - y + \boxed{6}z = 12 \end{cases}$$

después del paso 1 quedaría

$$x = \frac{9 + y - 2z}{4} \qquad y = \frac{-8 + x + z}{5} \qquad z = \frac{12 + x + y}{6}$$

2) Proponemos una solución de inicio de manera arbitraria o por conveniencia (generalmente que todas las incógnitas sean cero).
3) Con la solución inicial hallamos la solución siguiente, y así sucesivamente.
4) Cuando en 2 iteraciones sucesivas todas las iteraciones difieren en la tolerancia preestablecida (calculando el error relativo) con respecto a la iteración anterior, entonces esa es la solución del sistema.

FORTALEZAS:
- Es relativamente simple de programar.
- Garantiza la convergencia en los sistemas diagonalmente dominantes.

DEBILIDADES:
- Involucra muchas operaciones aritméticas, lo que lo convierte en poco eficiente si hay que resolverlo manualmente.
- No siempre encuentra la solución, puede divergir. Pero si el sistema es Diagonalmente Dominante está asegurada su convergencia. (DD: sistemas en los que el coeficiente que está en la diagonal principal es mayor que la

suma de los demás coeficientes de la fila, siempre el valor absoluto de todos los valores). Por ejemplo:

$$\begin{cases} \boxed{4}x - y + 2z = 9 & |4| > |-1| + |2| \\ -x + \boxed{5}y - z = -8 & |5| > |-1| + |1| \\ -x - y + \boxed{6}z = 12 & |6| > |-1| + |-1| \end{cases}$$

Si el sistema no es DD, no se garantiza la convergencia, aunque podría darse que ésta converja después de N iteraciones.

Método Gauss - Seidel:

Seidel introduce una mejora del Von - Misses que en cada iteración utiliza los valores de las incógnitas que se calcularon en esa iteración. De esta manera se logra una convergencia más rápida en caso de que este converja. Para los sistemas DD se asegura la convergencia, si no es DD puede que converja como no.

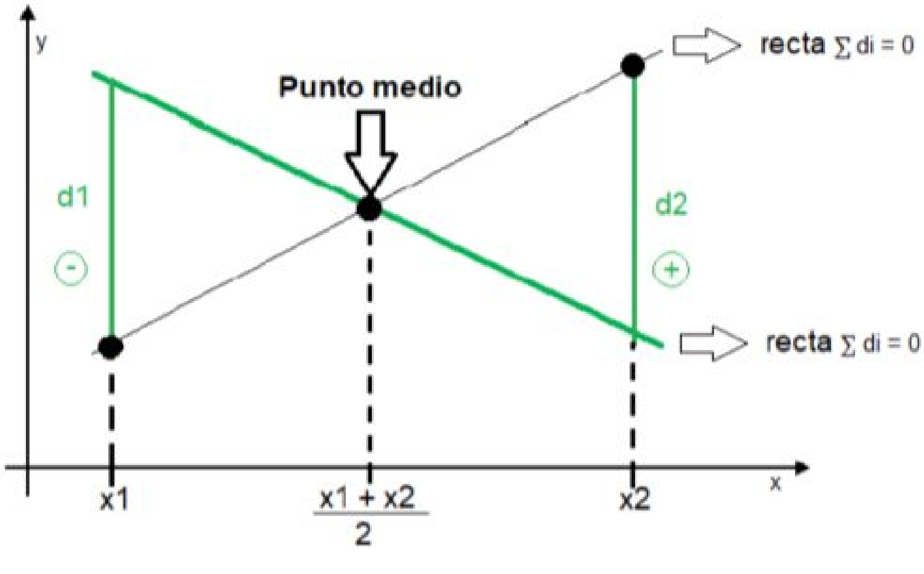
UNIDAD 3: **“Ajuste de curvas”.**

Regresión: lo que plantea es asociar un conjunto de datos a una función continua lo más sencilla posible que represente la tendencia general de los datos. Esta curva se va a llamar Curva de mejor ajuste, esta curva no tiene que pasar necesariamente por todos los puntos, sino que debe ser representativa del conjunto.

Método de Regresión lineal: los puntos o datos tienen una tendencia lineal, esta línea o recta es la Recta de Mejor Ajuste que es una recta única y está condicionada matemáticamente y no por el criterio de una persona.

Criterios y sus errores:

1. La recta de mejor ajuste va a ser la que Σ di = 0, di es el error residual.
2. Error de criterio:



Esa misma recta da como resultado de Σ di = 0, por lo tanto tomamos el valor absoluto de di -> |di|, derivamos Σ |di| e igualamos a 0

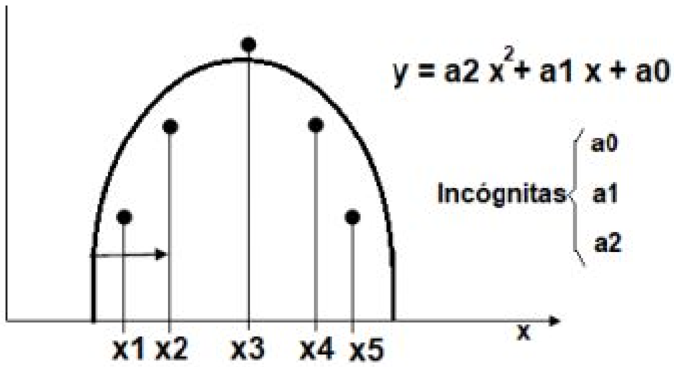
Se sabe que hay problemas al derivar valores absolutos ya que no siempre existe la derivada, por lo tanto ese criterio tampoco es acertado.

3. Voy a elevar al cuadrado los errores residuales (di) y planteo que la recta de mejor ajuste es la que minimiza la sumatoria de los cuadrados de los errores residuales. ($\Sigma\, di^2$ mínimo). Se demuestra que la recta es ÚNICA. Por eso se llama Regresión lineal por mínimos cuadrados.

Error = Σ(di)^2 = Σ (a1 Xi + a0 - Yi)^2 <- Forma de hallar la recta de mejor ajuste.
Error = f(a0, a1)

df/da0 = 0 y df/da1 = 0 (la derivada de cada variable debe ser cero)

Método de Regresión polinomial: los puntos no siguen una tendencia lineal, por lo que el ajuste mediante una recta sería algo inutil.



Es decir, hay que minimizar $\sum_{i=1}^{n} di^2$.

Como es un problema de mínimos hay que derivar con respecto a cada una de las variables e igualar a 0:

$$\frac{\partial}{\partial a0} = 0 \longrightarrow 2.\sum(a2xi^2 + a1xi + a0 - yi)\,.1 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial a1} = 0 \longrightarrow 2.\sum(a2xi^2 + a1xi + a0 - yi)\,.xi = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial a2} = 0 \longrightarrow 2.\sum(a2xi^2 + a1xi + a0 - yi)\,.xi^2 = 0$$

(En todos los casos paso el 2 multiplicando al cero para que lo absorba).

$$\left\{\begin{array}{l} n\,.\,a0 + a1\sum_{i=1}^{n} xi + a2\sum_{i=1}^{n} xi^2 = \sum_{i=1}^{n} yi \\ a0\sum_{i=1}^{n} xi + a1\sum_{i=1}^{n} xi^2 + a2\sum_{i=1}^{n} xi^3 = \sum_{i=1}^{n} yi\,xi \\ a0\sum_{i=1}^{n} xi^2 + a1\sum_{i=1}^{n} xi^3 + a2\sum_{i=1}^{n} xi^4 = \sum_{i=1}^{n} yi\,xi^2 \end{array}\right\}$$

Para resolver el sistema, obtenemos los coeficientes aplicando los métodos ya programados: Gauss – Jordan (o Gauss - Seidel)

Nota: Lo que está encerrado son las ecuaciones correspondientes a la regresión lineal.

Luego voy a calcular el coeficiente de correlación $r = \sqrt{\frac{st-sr}{st}}\ .\mathbf{100}$ donde Sr es la sumatoria de los di^2 con respecto a la parábola de mejor ajuste. Si el resultado es menor al 80% deberíamos considerar realizar el ajuste con un polinomio de grado +1 y así ir aumentando hasta que la correlación sea aceptable (80%>).

<u>Método de Polinomios de Interpolación de Lagrange:</u>

Con este método se trata de hallar un polinomio que pase exactamente por todos los puntos, o sea, con una correlación del 100%.

Se demuestra que si tenemos n+1 puntos, existe un polinomio de grado n que pasa por esos puntos.

Un polinomio que pasa por n puntos está compuesto por la suma de n polinomios.

<u>Entonces:</u>

$$P(x) = yo \prod_{\substack{i=0 \\ i\neq 0}}^{3} \frac{(x-xi)}{(x0-xi)} + y1 \prod_{\substack{i=0 \\ i\neq 1}}^{3} \frac{(x-xi)}{(x1-xi)} + y2 \prod_{\substack{i=0 \\ i\neq 2}}^{3} \frac{(x-xi)}{(x2-xi)} + y3 \prod_{\substack{i=0 \\ i\neq 3}}^{3} \frac{(x-xi)}{(x3-xi)}$$

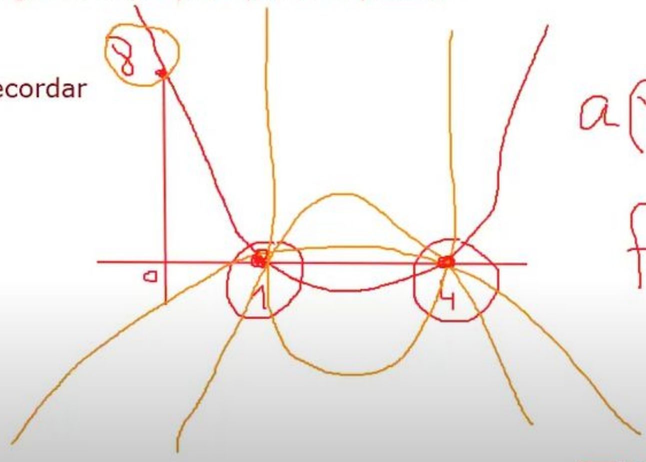
$$\sum_{j=0}^{3} yj \prod_{\substack{i=0 \\ i\neq j}}^{3} \frac{(x-xi)}{(xj-xi)}$$

<u>Si tenemos n + 1 puntos (ingresados)</u>

$$\boxed{\sum_{j=0}^{n} yj \prod_{\substack{i=0 \\ i\neq j}}^{n} \frac{(x-xi)}{(xj-xi)}}$$

método analizado analizado por lagrange para encontrar un polinomio de grado n que pasa por n+1 puntos

Recordar



$$a(x-1)(x-4) = f(x)$$

$$f(0) = 8$$

$$a(0-1)(0-4) = 8$$

$$4a = 8 \qquad a = 2$$

forma factoreada $\quad f(x) = 2(x-1)(x-4)$

$$\boxed{P_1(x) = \underbrace{a}_{?}(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)} \qquad P(x_1)$$

$$P_1(x) = y_1 \frac{(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4)}$$

$+$

$$P_2(x) = y_2 \frac{(x-x_1)(x-x_3)(x-x_4)}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)(x_2-x_4)}$$

$+$

$$P_3(x) = y_3 \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_4)}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_4)}$$

$+$

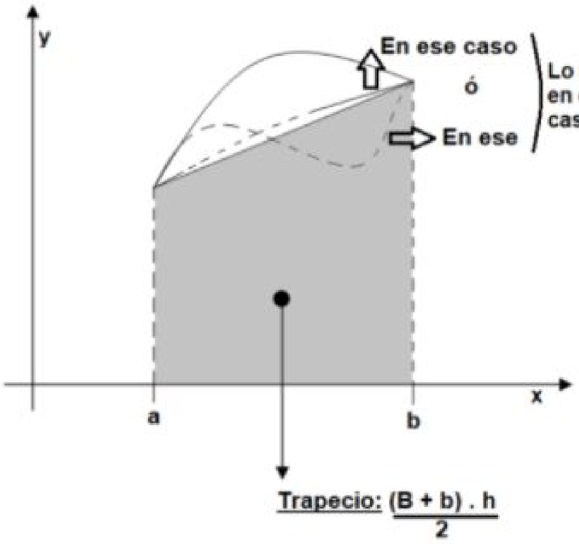
$$P_4(x) = y_4 \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_4-x_1)(x_4-x_2)(x_4-x_3)}$$

$$y_1 \prod_{\substack{1 \\ i \neq 1}}^{4} \frac{x - x_i}{x_1 - x_i} + y_2 \prod_{\substack{1 \\ i \neq 2}}^{4} \frac{x - x_i}{x_2 - x_i} + y_3 \prod_{\substack{1 \\ i \neq 3}}^{4} \frac{x - x_i}{x_3 - x_i} +$$

$$\boxed{\sum_{j=1}^{4} y_j \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{4} \frac{x - x_i}{x_j - x_1}}$$

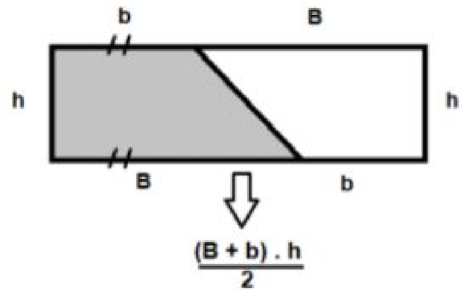
INTEGRACIÓN NUMÉRICA

Calculamos el área que se encuentra por debajo de la curva entre dos puntos. La forma exacta de hallar la integral es a partir de la primitiva y luego aplicar la regla de Barrow.
Los métodos desarrollados permiten calcular el área sin el conocimiento de la primitiva.
Método del trapecio
Halla la integral de la función a partir del área de un trapecio.



FÓRMULA

$$\int_a^b f(x)dx \cong \frac{\left(\overset{b}{f(a)} + \overset{B}{f(b)}\right).\left(\overset{h}{b-a}\right)}{2}$$



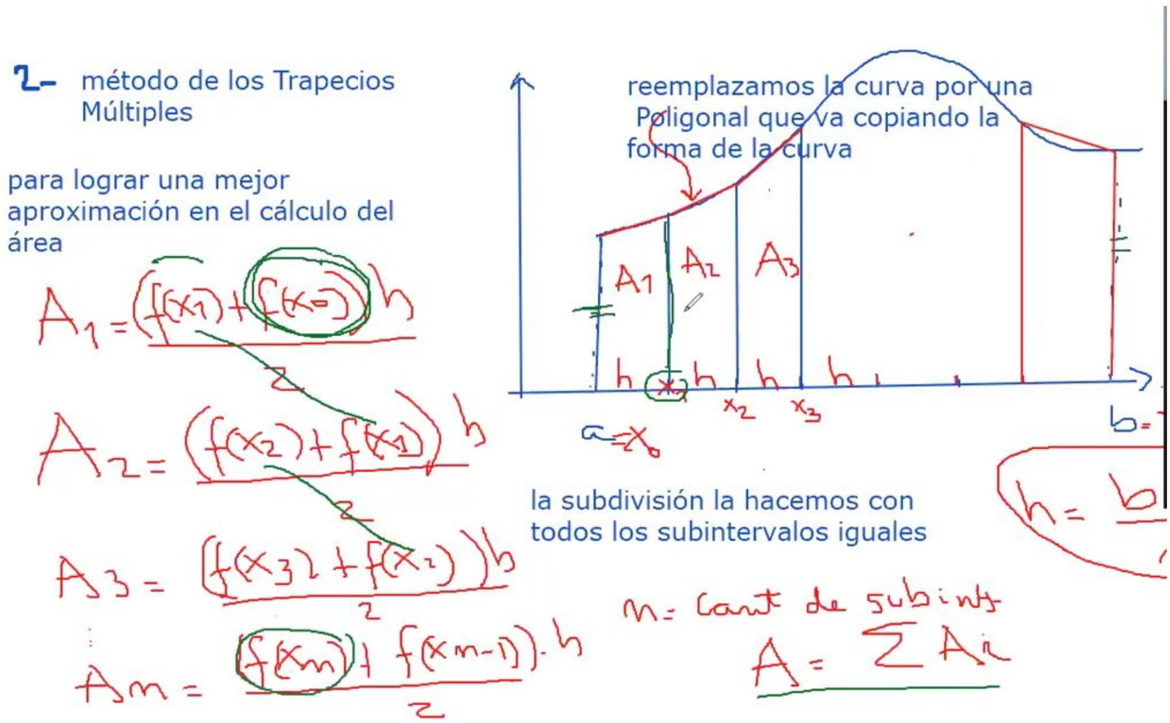
Casos de uso:

- Si la función es una recta, el método es exacto.
- Si es una curva (Similar a esa) introduzco mucho error, por lo que no es recomendable.
- Puedo utilizarla si tiene poca curvatura, o si tiene dos curvaturas (como se ve en la imagen).

Esta fórmula es exacta si la función a integrar es una recta, pero introduce un error considerable si la función tiene una única curvatura en el intervalo de integración (se puede compensar si tengo dos curvaturas (como se ve en la imagen)).

TRAPECIOS MÚLTIPLES:

Reemplaza la curva por una poligonal que va copiando la forma de la curva.
Para encontrar un Xi dentro del intervalo hacemos Xi = X0 + ih



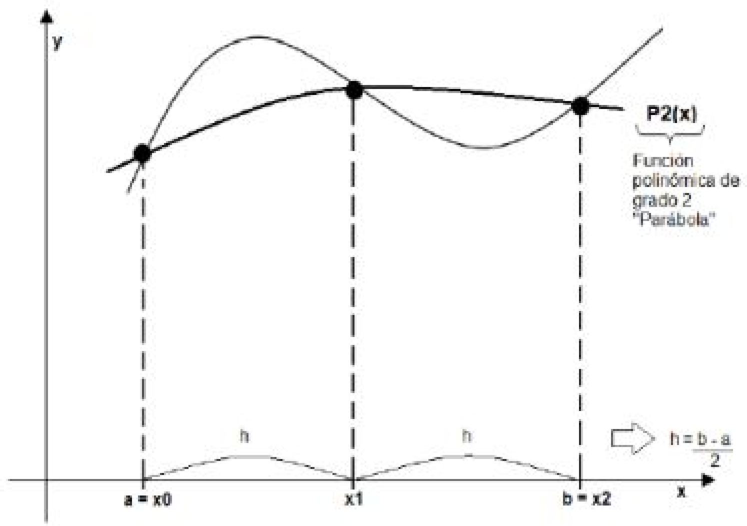
Entonces se deduce lo siguiente:

<u>Fórmula del método de los trapecios múltiple:</u>

$$\int_a^b f(x)dx \cong \frac{h}{2} . \left[f(x0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(xi) + f(xn) \right]$$

3- Método de Simpson 1/3 simple:

Consiste en reemplazar a la función a integrar por una parábola (una función cuadrática). Para ello vamos a necesitar 3 puntos: los extremos de integración y el punto medio del intervalo:



$$\int_a^b f(x)dx \cong \int_{x0}^{x2} P2\,(x)dx$$

Polinomio de Lagrange que pasa por 3 puntos

(x0, f(x0)) , (xi, f(x1)), (x2, f(x2))

Polinomios de Lagrange

$$\int_{x0}^{x2} P2(x) = \int_{x0}^{x2} \overbrace{\underbrace{\boxed{f(x0).\frac{(x-x1).(x-x2)}{(x0-x1).(x0-x2)}}}_{\textbf{k1}} + \underbrace{\boxed{f(x1).\frac{(x-x0).(x-x2)}{(x1-x0).(x1-x2)}}}_{\textbf{k2}} + \underbrace{\boxed{f(x2).\frac{(x-x0).(x-x1)}{(x2-x0).(x2-x1)}}}_{\textbf{k3}}}^{\text{Polinomios de Lagrange}} dx$$

Integrando se llega a (Fórmula de Simpson 1/3 Simple):

$$\boxed{\int_a^b f(x)dx \cong \frac{h}{3}.[f(x0) + 4\,f(x1) + f(x2)]}$$

Simpson 1/3 simple es exacta si la función a integrar es una parábola. Sin embargo, luego se descubrió que también es exacta si la función a integrar es un polinomio de grado 3.

Para intervalos impares, los intervalos se calculan de la siguiente manera:

((Lim der - Lim izq) / intervalos) * intervalo que quiero) + Lim izq

4- Método de Simpson 1/3 Múltiples:

Podemos mejorar el resultado de la integral si dividimos el intervalo [a, b] en n subintervalos iguales. Cada 2 subintervalos reemplazamos la función por una porción de parábola y cada 2 subintervalos aplicamos Simpson 1/3 Simple y luego sumamos todas las áreas.

$$\int_a^b f(x)dx \cong \frac{h}{3}.[f(x0)+4f(x1)+f(x2)]+\frac{h}{3}.[f(x2)+4f(x3)+f(x4)]$$
$$+\frac{h}{3}.[f(x4)+4f(x5)+f(x6)]+\cdots+\frac{h}{3}.[f(xn-2)+4f(xn-1)+f(xn)]$$

$$\boxed{\int_a^b f(x)dx \cong \frac{h}{3}.\left[f(x0)+4.\sum_{\substack{i=1\\ step\ 2}}^{n-1} f(xi)+2.\sum_{\substack{i=2\\ step\ 2}}^{n-2} f(xi)+f(xn)\right]}$$

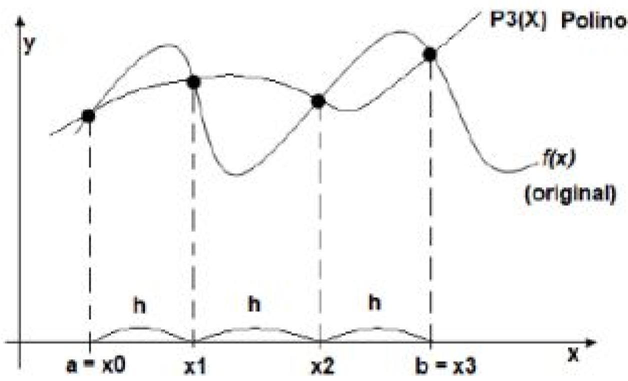
<u>Regla mnemotécnica:</u>

$$\boxed{\frac{h}{3}.[f(x0)+4\,I+2\,P+f(xn)]}$$

Esta fórmula genera un resultado muy aproximado al verdadero, siempre dependiendo de la cantidad de n (subintervalos). Tiene como restricción que la cantidad de subintervalos tiene que ser un número par (porque va tomando de a cada 2 subintervalos). SI por alguna cuestión n es impar vamos a tener que recurrir a algún artilugio matemático. (Simpson 3/8 Simple)

5- Método de Simpson 3/8 simple:

Reemplaza a la función a integrar por un polinomio de grado 3. Para esto hay que dividir el intervalo [a, b] en 3 subintervalos, de esta manera obtenemos los 4 puntos necesarios para hallar el polinomio de Lagrange que reemplaza a la función:



$$\int_a^b f(x)dx \cong \int_{x0}^{x3} \underbrace{P3\ (x)dx}_{\textbf{Polinomio de Lagrange}}$$

$$h = \frac{b-a}{3}$$

Integrando (Fórmula de Simpson 3/8 Simple):

$$\boxed{\int_a^b f(x)dx \cong \frac{3}{8}h\,.[f(x0) + 3\,f(x1) + 3\,f(x2) + f(x3)]}$$

Simpson 3/8 es exacta si la función a integrar es un polinomio de grado 3, pero no lo es para polinomios de grado mayor. Por lo tanto, es tan exacta como Simpson 1/3. Esto quiere decir que **NO** brinda una mejor aproximación.

¿Cuándo utilizamos Simpson 3/8?

Cuando la cantidad de intervalos por alguna cuestión es un número impar. Lo utilizamos como complemento de Simpson 1/3 Múltiple.

Recordar: SI a un impar le resto otro impar, da un número par. Ejemplo n = 25 – 3 = 22