

Lista de Exercícios 9

Universidade Federal do Ceará - Campus Quixadá
Projeto e Análise de Algoritmo — QXD0041 – 2024.2
Prof. Fabio Dias

Programação Dinâmica

1. Uma subsequência contígua de uma sequência S é uma subsequência de elementos consecutivos de S . Por exemplo, se $S = (5, 15, -30, 10, -5, 40, 10)$, então $(15, -30, 10)$ é uma subsequência contígua de S , mas $(5, 15, 40)$ não é. Escreva um algoritmo linear para a seguinte tarefa: receba como entrada uma sequência de números (a_1, a_2, \dots, a_n) e devolva a subsequência contígua cuja soma é máxima (uma subsequência de tamanho zero tem soma zero). No exemplo anterior, a resposta seria a subsequência $(10, -5, 40, 10)$ cuja soma é 55.
Dica: Para cada $j \in 1, 2, \dots, n$, considere subsequências contíguas terminando exatamente na posição j .
2. Você vai iniciar uma viagem bastante longa. Você inicia a viagem no quilômetros 0 (zero). No seu percurso, existem n hotéis nos quilômetros $a_1 < a_2 < \dots < a_n$, onde a_i é medido a partir do ponto do quilômetros 0. Os únicos lugares que você pode parar são esses hotéis, mas você não precisa parar em todos. Sua viagem termina no hotel do quilômetros a_n que é o seu destino. Você idealmente gostaria de viajar 200 Km por dia, mas nem sempre isso é possível (depende do espaço entre os hotéis). Se você viaja X Km em um dia, sua esposa o penaliza com $(200 - X)^2$ pontos. Você deseja planejar sua viagem de forma a minimizar a penalidade total e salvar seu casamento, ou seja, minimizar a soma das penalidades diárias de todos os dias viajados. Escreva um algoritmo que determina a sequência ótima de hotéis em que você deve parar. Por exemplo, se tivermos hotéis nos quilômetros 50, 80, 160, 200, 210, 330, 350, 410, 420 e 490, onde o hotel do quilometro 490 é de parada obrigatória, temos que as melhores paradas são nos quilômetros 160, 330 e 490, com custo total 4100.
3. Uma subsequência é palíndroma se ela é igual lendo da direita para esquerda ou lendo da esquerda para direita. Por exemplo, a sequência (ACGTGTCAAAATCG) possui muitas subsequências palíndromas, como (ACGCA) e (AGTGA). Escreva um algoritmo $O(n^2)$ que recebe uma sequência S de tamanho n e retorna a subsequência palíndroma de tamanho máximo.
4. Forneça um algoritmo usando programação dinâmica para encontrar uma maior subsequência não decrescente de uma dada sequência de n números.
O problema da maior subsequência não decrescente consiste em, dada um sequência de n números, desejamos encontrar um subsequência de números na qual seus elementos estão ordenados do menor para o maior, e a sequência é a mais longa possível. Este subsequência não é necessariamente contígua, ou única. Exemplo: Entrada Sequência de n números: 0, 8, 4, 12, 2, 10, 6, 14, 1, 9, 5, 13, 3, 11, 7, 15 Maior subsequência não decrescente: 0, 2, 6, 9, 11, 15.
5. Dado duas strings u e v , a distância entre essas strings é quantidade de operações simples que podem ser efetuadas em uma delas para transforma-la na outra. As

operações simples possíveis são as operações de inserção, remoção ou substituição de uma única letra. Desejamos encontrar a mínima distância entre duas strings. Implemente um algoritmo de programação dinâmica para resolver esse problema.

Exemplo: $u = \text{"trabalho"}$ e $v = \text{"cavalo"}$. A mínima distância é 4. Substituição de "t" por "c", remoção de "r", substituição de "b" por "v" e a remoção do "h".