Tests-Inferencia-Control-2.pdf

facilisim02

Inferencia Estadística

3º Grado en Matemáticas

Facultad de Ciencias
Universidad de Granada

Preguntas Inferencia

~CONTROL 2~

1.- Sea $(X_1,\dots,X_n)$ una m.a.s. de X con función de densidad $f_\theta(x)=\theta/(1+x)^{1+\theta}$, $x>0$ $(\theta>0)$. Sabiendo que esta familia es regular y que $E[\ln(1+X)]=1/\theta$ y $Var[\ln(1+X)]=1/\theta^2$, se tiene que la cota de Fréchet-Cramér-Rao para la varianza de estimadores insesgados y regulares de θ^2 es:

a) $\dfrac{2\theta^4}{n}$ y dicha cota no es alcanzable.

b) $\dfrac{2\theta^4}{n}$ y dicha cota es alcanzable.

c) $\dfrac{4\theta^4}{n}$ y dicha cota es alcanzable.

d) $\dfrac{4\theta^4}{n}$ y dicha cota no es alcanzable

2.- Sea $(X_1,\dots,X_n)$ una m.a.s. de X con función de densidad $f_\theta(x)=-2x/(1-\theta)^2$, $1-\theta<x<\theta$, $\theta>1$:

a) El EMV de θ es $-\min X_i$.

b) Si los datos observados son $-5, -4.8, -1.2, -3, -2.5, -6.4$, la EMV de θ^2 es 41.96.

c) El estimador de θ obtenido por el método de los momentos es $1-3\bar{X}/2$.

d) No existe EMV de θ.

3.- Se lanza un dado cargado hasta que sale en 1 y se repite el experimento 6 veces de forma independiente. ¿Cuál es falsa?

a) Si los lanzamientos necesarios en las 6 repeticiones han sido 6, 5, 7, 7, 5 y 6, la estimación más verosímil de la prob. de que el 1 salga en la segunda tirada es 1/6.

b) Si la EMV de la prob. de que el 1 salga en la segunda tirada 0.16, el nº total de lanzamientos ha sido 30.

c) Si los lanzamientos necesarios para obtener el 1 en las seis repeticiones han sido 5, 4, 6, 6, 4 y 5 la estimación más verosímil de la prob. de no salir 1 en un lanzamiento del dado es 0.8.

d) Si en 2 repeticiones ha salido el 1 a la primera, en 2 a la segunda y en las otras 2 ha salido a la tercera, la estimación más verosímil de la prob. de que en las 2 primeras repeticiones no salga 1 es 0.25.

4.- Sea $(X_1, \dots, X_n)$ una m.a.s. de una variable X con f.d.d $f_\theta(x) = \theta / x^{\theta+1}$, $x > 1$, $\theta > 0$. Sabiendo que esta familia es regular, con $I_X(\theta) = 1/\theta^2$, decir cuál es correcta:

a) La única función paramétrica con estimador eficiente es $\frac{1}{\theta}$.

b) Sea $n = 1$ y $U(X)$ insesgado en $1/\theta$. Si $E_\theta[U(X) \ln X] = \frac{1}{\theta^2}$ entonces $U(X)$ es regular.

c) El UMVUE de $\ln\theta$, si existe, es eficiente.

d) $\ln\left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right)$ es eficiente para n/θ.

5.- ¿Cuál es correcta?

a) El UMVUE de una función paramétrica es el estimador de segundo orden que minimiza uniformemente la varianza.

b) Si T es el UMVUE para θ, entonces $h(T)$ es el UMVUE para $h(\theta)$.

c) Si T es suficiente, $E_\theta[S] = g(\theta)$ $\forall \theta \in \Theta$ y $E_\theta[S^2] < +\infty$ $\forall \theta \in \Theta$, entonces $E[S/T]$ es el UMVUE de $g(\theta)$.

d) El UMVUE de una función paramétrica es el estimador insesgado de segundo orden que minimiza uniformemente el ECM.

6.- Se dispone de una urna con bolas blancas y negras y se extraen bolas sucesivamente, con devolución, hasta obtener una blanca. Este experimento se realiza 5 veces de forma indep. ¿Cuál es falsa?

a) Si los intentos necesarios para obtener bola blanca en las 5 repeticiones han sido 5, 4, 6, 6 y 4, la estimación más verosímil de la proporción de bolas negras en la urna es 0.8.

b) Si la EMV de la probabilidad de que la bola blanca salga en la 2ª extracción es 0.16, el nº total de extracciones ha sido 25.

c) Si los intentos necesarios para obtener bola blanca en los 5 repeticiones han sido 6, 5, 7, 7 y 5, la estimación más verosímil de la prob. de que la bola blanca salga en la segunda extracción es 1/6.

d) Si en dos repeticiones ha salido la blanca a la 1ª y en las otras 3 ha salido a la 2ª, la estimación más verosímil de la prob. de que las 2 primeras sean negras es 9/64.

Escaneado con CamScanner

7.- ¿Cuál es correcta?

a) Si T es suficiente, completo y de segundo orden, entonces T es el UMVUE para $E_\theta[T]$.

b) Si T es suf. y completo y $E_\theta[S]=g(\theta)$, $\forall \theta \in \Theta$, entonces $E[S/T]$ es el UMVUE de $g(\theta)$.

c) Si T es el UMVUE para θ, entonces T^2 es el UMVUE para θ^2.

d) El UMVUE de una función paramétrica es el estimador que minimiza unif. el ECM.

8.- Sea $(X_1,\dots,X_n)$ una m.a.s. de X con f.d.d $f_\theta(x)=3x^2/(\theta+1)^3$, $0<x<\theta+1$, $\theta>-1$. ¿Cuál es correcta?

a) Si los datos observados son 5.2, 4.4, 9, 3.3, 7.8, 8.3, la EMV de θ^{-1} es $1/9$.

b) Si los datos observados son 0.5, 0.4, 1, 0.3, 0.2, 0.6, la EMV de θ^2 es 0.

c) El estimador de θ obtenido por el método de los momentos es $4\bar{X}/3$.

d) El EMV de θ es $\prod_{i=1}^{n} X_i^2$.

9.- $(X_1,\dots,X_n)$ m.a.s con f.d.d. $f_\theta(x)=\theta x^{\theta-1}$, $0<x<1$, $\theta>0$. Sabiendo que la familia es regular, con $I_X(\theta)=\frac{1}{\theta^2}$, ¿cuál es cierta?

a) El UMVUE de θ^2, si $\exists$, es eficiente.

b) La única función paramétrica con estimador eficiente es $-1/\theta$.

c) Sea $n=1$, $U(x)$ insesgado en $-1/\theta$. Si $E[U(x)\ln(X)]=\frac{1}{\theta^2}$, entonces $U(x)$ es regular.

d) $\sum_{i=1}^{n} \ln(x_i)^2$ es eficiente para $\frac{-2n}{\theta}$.

10.- $(X_1,\dots,X_n)$ m.a.s. de X con f.d.d. $f_\theta(x)=\theta^2 x e^{-\theta x}$, $x>0$, $\theta\in\mathbb{R}$. Sabiendo que es regular y que $E[X]=2/\theta$ y $Var[X]=2/\theta^2$ se tiene que la cota de FCR para la varianza de estimadores insesgados y regulares de θ^2 es:

a) $\frac{\theta^4}{2n}$ y no es alcanzable.

b) $\frac{\theta^4}{2n}$ y es alcanzable.

c) $\frac{2\theta^4}{n}$ y no es alcanzable.

d) $\frac{2\theta^4}{n}$ y es alcanzable.

11.- ¿Cuál es falsa?

a) El UMVUE de una función paramétrica es el estimador de 2º orden que minimiza uniformemente la varianza.

b) Si T es suficiente y completo, S es de segundo orden y $E_\theta[S]=g(\theta)$ $\forall \theta \in \Theta \Rightarrow E[S/T]$ es UMVUE de $g(\theta)$.

c) El UMVUE de una func. paramétrica es el estimador insesgado de 2º orden finito que minimiza unif. el ECM.

d) Si T es suficiente, completo y de 2º orden finito, entonces T es el UMVUE para $E_\theta[T]$.

12.- $(X_1, \ldots, X_n)$ m.a.s. con $f_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}$, $0 < x < 1$, $\theta > 0$.

Sabiendo que la familia es regular, con $I_X(\theta) = 1/\theta^2$, ¿cuál es correcta?

a) $\ln\left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)$ es eficiente para $\frac{-n}{\theta}$.

b) El UMVUE de $\ln\theta$, si $\exists$, es eficiente.

c) Toda función lineal de θ admite estimador eficiente.

d) Sea $n=1$, $U(X)$ insesgado en $1/\theta$. Si $E_\theta[U(X)\ln X] = \frac{-1}{\theta^2}$

$\Rightarrow U(X)$ es regular.

13.- $(X_1, \ldots, X_n)$ m.a.s. con $f_\theta(x) = \frac{2x}{(\theta-1)^2}$, $0 < x < \theta - 1$, $\theta > 1$.

¿Cuál es correcta?

a) Si los datos observados son 0.5, 0.4, 1, 0.3, 0.2, 0.6, la EMV de θ^2 es 1.

b) El EMV de θ es $\prod_{i=1}^{n} x_i$.

c) Si los datos observados son 5.9, 8.4, 9, 3.5, 2.6, 6.7, la EMV de θ^{-1} es 0.1.

d) El estimador de θ obtenido por el método de los momentos es $\bar{X}$.

Soluciones

~ CONTROL 2 ~

1. D
2. C
3. A
4. D
5. D
6. C
7. A
8. B
9. D
10. C
11. B
12. A
13. C