

Preguntas-segundo-control-tipo-t...



rayito_95



Inferencia Estadística



3º Grado en Matemáticas



**Facultad de Ciencias
Universidad de Granada**

**70 años formando talento
que transforma el futuro.**

La primera escuela de negocios de España,
hoy líder en sostenibilidad y digitalización.



EOI Escuela de
organización
Industrial



Descubre EOI

thäilandia

ES OTRO ROLLO

HOTELES 4*

TRASLADOS

VUELOS INTERNOS

STAFF 24/7

PAGA A PLAZOS

EXCURSIONES

Preguntas 2º control de inferencia.

• Sea (X_1, \dots, X_n) mas de X con $f_\theta(x) = \frac{\theta}{(1+x)^{1+\theta}}$, $x > 0$

y $\theta > 0$. Sabiendo que la familia de distribuciones de X es regular y que $E_\theta(\ln(X+1)) = \frac{1}{\theta}$ y

$\text{Var}_\theta(\ln(X+1)) = \frac{1}{\theta^2}$. Entonces la cota de Frechet-

-Cramer-Rao para la varianza de estimador inscogido regular en θ^2 es:

a) $\frac{4\theta^4}{n}$ y no es alcanzable

b) $\frac{2\theta^4}{n}$ y no es alcanzable

c) $\frac{4\theta^4}{n}$ y es alcanzable

d) $\frac{2\theta^4}{n}$ y es alcanzable.

Notemos que: $f_\theta(x) = \exp\{\ln(\theta) - (1+\theta)\ln(1+x)\}$

Wego: $\frac{\partial}{\partial\theta} \ln f_\theta(x) = \frac{1}{\theta} - \ln(1+x)$

Por tanto: $I_{X_1, \dots, X_n}(\theta) = n I_X(\theta) = n \text{Var}_\theta\left(\frac{\partial}{\partial\theta} \ln f_\theta(X)\right) =$

$= n \text{Var}_\theta\left(\frac{1}{\theta} - \ln(1+x)\right) = n \text{Var}_\theta(\ln(1+x)) = \frac{n}{\theta^2}$

y la cota FCR: $\frac{(g'(\theta))^2}{I_{X_1, \dots, X_n}(\theta)} = \frac{(2\theta)^2}{\frac{n}{\theta^2}} = \frac{4\theta^4}{n}$

Templos, islas, fiestas y todo montado
para que solo pienses en pasártelo guay.
Riviera Maya se queda corta.



WUOLAH

Para ver si alcanza la cota basta comprobar que el estimador es eficiente, como:

$0 < I_{\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_n}(\theta) < \infty$ la fam. es regular y el estimador es insesgado de segundo orden apercámos el contrario:

$$\rightarrow I_{\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_n}(\theta) = a(\theta) g'(\theta) \Rightarrow a(\theta) = \frac{n}{2\theta^3}$$

$$\rightarrow \frac{\partial}{\partial \theta} \ln f_{\theta}^n(x_1, \dots, x_n) = a(\theta)(T - \theta^2)$$

$$\frac{n}{\theta} - \sum_{i=1}^n \ln(1+x_i) = \frac{n}{2\theta^2}(T - \theta^2)$$

$$\text{despejando: } T = \left(\frac{n}{\theta} + \frac{n}{2} - \sum_{i=1}^n \ln(1+x_i) \right) \frac{2\theta^2}{n}$$

depende de $\theta \Rightarrow$ no alcanza la cota.

Solución: a).

- Dos candidatos A y B se presentan a una elección. se realizan de forma independiente cinco encuestas, mediante muestreo aleatorio con reemplazamiento, finalizando cada una de ellas cuando se encuentra el primer votante de A. Decir cuál es la afirmación correcta.

a) Si la persona entrevistada en las 5 encuestas

han sido 4, 5, 6, 6 y 4, la estimación más verosímil de elegir un votante de B en la población es 0.2.

b) Si la estimación máxima verosímil de la probabilidad de que el primer votante de A sea el segundo entrevistado es 0.16, el número total de personas entrevistadas ha sido 30.

c) Si las personas entrevistadas en las 5 encuestas han sido 3, 4, 2, 5 y 1, la estimación más verosímil de la probabilidad de que el primer votante de A sea el segundo entrevistado es $\frac{2}{9}$

d) Si en dos encuestas ha salido A a la primera, en 1 a la cuarta y en 2 a la tercera, la estimación más verosímil de la probabilidad de que los dos primeros votantes sean de B es $\frac{25}{144}$.

considero: $X = \text{"núm. de votantes de B antes del primero de A"}$.

$$X \rightarrow \text{G}(p) : p \in (0, 1) \quad (p = \text{"prob. de que el vot. sea de A"})$$

$$n = 5.$$

Calculemos la EMV:

$$f_p(x) = (1-p)^x p = \exp \ln(p) + x \ln(1-p)$$

$$L_{X_1, X_5}(p) = \exp \sum_{i=1}^5 \ln(p) + \sum_{i=1}^5 x_i \ln(1-p)$$

Importante

Puedo eliminar la publi de este documento con 1 coin

→ Plan Turbo: barato

→ Planes pro: más coins

pierdo
espacio



Necesito
concentración

ali ali ooooh
esto con 1 coin me
lo quito yo...

wuolah

4.

$$\text{Luego: } \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L_{x_1, \dots, x_5}(p) = \frac{5}{p} - \frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{1-p} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{5}{5 + \sum_{i=1}^5 x_i}$$

a) $\hat{p}(3, 4, 5, 5, 3) = \frac{5}{5+20} = \frac{1}{5} = 0.2$, $1 - \hat{p} = 0.8$ FALSA

b) considero $g(p) = P_p(\bar{X} = 1) = p(1-p)$

$$\widehat{g(p)} = \hat{p}(1 - \hat{p}) = \frac{5}{5+25} \left(1 - \frac{5}{5+25}\right) = 0.138 \neq 0.16$$

zehna $\sum_{i=1}^5 x_i + 5 = 30$ FALSA.

$$g(\hat{p}) = \frac{2}{9}$$

c) $\hat{p}(2, 3, 1, 4, 0) = \frac{5}{5+10} = \frac{1}{3}$ FALSA. VERDADERA

d) considero $h(p) = P_p(\bar{X} = 2) = (1-p)^2 p$

$$\widehat{h(p)} = \hat{p}(1 - \hat{p})^2 = \frac{5}{5+7} \left(1 - \frac{5}{5+7}\right)^2 = \frac{35}{144} \neq \frac{25}{144}$$

zehna $\sum_{i=1}^5 x_i = 7$ FALSA.

Solución: c)

- Selecciona la correcta

a) si T es el UMVUE para $\theta \Rightarrow h(T)$ es el UMVUE

para $h(\theta)$

b) El UMVUE de una función paramétrica es el estimador de 2º orden que minimiza inf.

wuolah

la varianza.

c) El UMVUE de una función paramétrica es el estimador insesgado de z^{er} orden que minimiza unif. el ECM.

d) si T es suficiente, $E_{\theta}(s) = g(\theta)$, $\forall \theta \in \Theta$ y $E_{\theta}(s^2) < \infty$, $\forall \theta \in \Theta \Rightarrow E(s|T)$ es el UMVUE de $g(\theta)$

a) ~~Basta tomar h de forma que $h(T)$ no sea insesgado en $h(\theta)$~~ FALSA.

b) Basta tomar h de forma que $h(T)$ no sea insesgado en $h(\theta)$: FALSA

b) El estimador tiene que ser insesgado: FALSA.

$$c) \text{ ECM}(T) = E((T - g(\theta))^2) = E(T^2) - g(\theta)E(T) + + g(\theta)^2$$

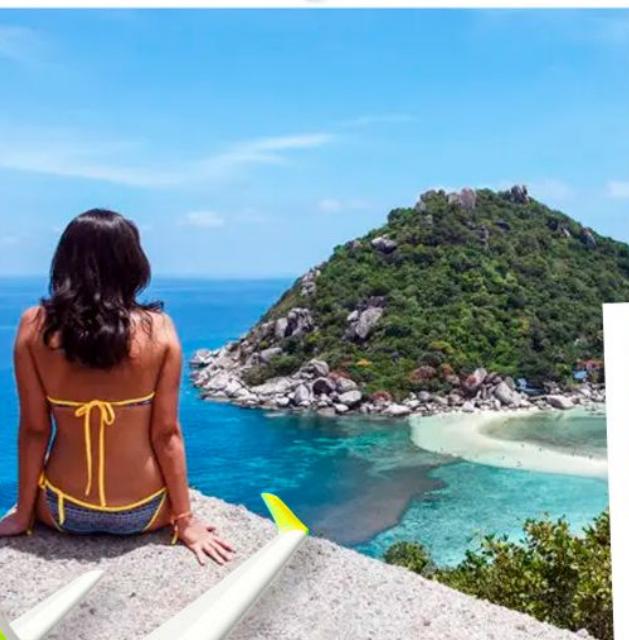
$$\text{Luego } \text{Var}(T) = E(T^2) - E(T)^2 = E(T^2) - g(\theta)^2 = \\ = \text{ECM}(T) - g(\theta)^2$$

Minimizar el ECM \Rightarrow Minimizar Var \Rightarrow UMVUE

~~verdadera~~ VERDADERA.

thäilandia

ES OTRO ROLLO



- HOTELES 4*
- TRASLADOS
- VUELOS INTERNOS
- STAFF 24/7
- PAGA A PLAZOS
- EXCURSIONES



Templos, islas, fiestones y todo montado
para que solo pienses en pasártelo guay.
Riviera Maya se queda corta.



Descubre el planäzo



d) Por el Teorema de Lehmann-Scheffé

~~sabemos que el estimador es consistente~~ basta tomar un T que no sea completo convenientemente, para que no sea el UMVUE. Falsa.

Solución: c)

- sea $(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n)$ mas de \mathbb{X} con $f_{\theta}(x) = -\frac{2x}{(1-\theta)^2}$
 $1-\theta < x < 0$ y $\theta > 0$. Elija la correcta.
 - a) Si los datos observados son $-5, -4.8, -1.2, -3, -2.5, -6.4$, el emv de θ es 41.96 .
 - b) El emv de θ es $-\min \bar{x}$.
 - c) El emv de θ por el método de los momentos es $1 - \frac{3}{2} \bar{x}$
 - d) No existe un emv. de θ .

~~desarrollando la respuesta~~:

~~desarrollando la respuesta~~

~~desarrollando la respuesta~~

~~desarrollando la respuesta~~

~~desarrollando la respuesta~~

thäilandia

ES OTRO ROLLO

HOTELES 4*

TRASLADOS

VUELOS INTERNOS

STAFF 24/7

PAGA A PLAZOS

EXCURSIONES

Descubre el planäzo

Templos, islas, fiestones y todo montado para que solo pienses en pasártelo guay. Riviera Maya se queda corta.



7.
Calculemos la EMV.

$$f_{\theta}^n(x_1, \dots, x_n) = \frac{(-2)^n \prod_{i=1}^n x_i}{(1-\theta)^{2n}} I_{\mathbb{R}^n}(\min x_i - 1 + \theta)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} f_{\theta}^n(x_1, \dots, x_n) = \frac{-(-2)^n \prod_{i=1}^n x_i (-2n)(1-\theta)^{2n-1}}{(1-\theta)^{4n}} =$$

$$= \frac{2n}{(1-\theta)} f_{\theta}^n(x_1, \dots, x_n) \geq 0 \quad \text{monótona creciente de decreciente}$$

$$\text{y } \theta > 1 - \min x_i \rightarrow \text{emv.}$$

a) $\hat{\theta}(-5, -4.8, -1.2, -3, -2.5, -6.4) = 1 - (-6.4) = 7.4 \neq 41.96$
FALSA.

b) FALSA

c) $m_1 = \int_{1-\theta}^0 x \left(-\frac{2x}{(1-\theta)^2} \right) dx = -\frac{2}{(1-\theta)^2} \left(\frac{x^3}{3} \right) \Big|_{1-\theta}^0 = -\frac{2}{(1-\theta)^2} \left(-\frac{(1-\theta)^3}{3} \right) = \frac{2}{3} (1-\theta) \Rightarrow \theta = 1 - \frac{3}{2} \bar{x}$
VERDADERA

d) FALSA

solución: c).

- Sea $(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n)$ mas de \bar{x} con $f_{\theta}(x) = \theta^2 x e^{-\theta x}$
 $x > 0, \theta \in \mathbb{R}$. sabiendo que la familia de distrib.

WUOLAH

es regular y que $E_\theta(\bar{x}) = \frac{2}{\theta}$ y $\text{Var}_\theta(\bar{x}) = \frac{2}{\theta^2}$.

Entonces la cota de FCR para la varianza del estimador regular insesgado en θ^2 es:

a) $\frac{\theta^4}{2n}$ y no es alcanzable

b) $\frac{\theta^4}{2n}$ y es alcanzable

c) $\frac{2\theta^4}{n}$ y no es alcanzable

d) $\frac{2\theta^4}{n}$ y es alcanzable.

$$I_{\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n}(\theta) = n I_{\bar{x}}(\theta) = n \text{Var}_\theta\left(\frac{\partial}{\partial \theta} \ln f_\theta(\bar{x}, \underline{\bar{x}})\right) =$$

$$= n \text{Var}_\theta\left(\frac{2}{\theta} - \bar{x}\right) = \frac{2n}{\theta^2}$$

$$f_\theta(\bar{x}) = \theta^2 \bar{x} e^{-\theta \bar{x}} = \exp \cancel{h} 2 \ln(\theta) + \ln(\bar{x}) - \theta \bar{x}$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \ln f_\theta(\bar{x}) = \frac{2}{\theta} - \bar{x}$$

$$\text{cota de FCR: } \frac{2\theta^4}{n}$$

veamos si se alcanza:

$$a(\theta) = \frac{zn}{\theta^2} \cdot \frac{1}{z\theta} = \frac{n}{\theta^3}$$

$$\text{Entonces } f_{\theta}(x_1, \dots, x_n) = \theta^3 T - \theta$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \ln f_{\theta}(x_1, \dots, x_n) = \frac{\partial}{\partial \theta} (zn \ln(\theta) + \sum \ln(x_i)) -$$

$$- \theta \sum_{i=1}^n x_i = \frac{2n}{\theta} - \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\frac{2n}{\theta} - \sum_{i=1}^n x_i = \frac{n}{\theta^3} (T - \theta^2) \Rightarrow T = \frac{\theta^3}{n} \left(\frac{2n}{\theta} - \sum_{i=1}^n x_i + \right)$$

$+ \frac{n}{\theta} \right) \rightarrow \text{depende de } \theta \text{ luego no se alcanza la cota.}$

Solución: c).

- Se lanza un dado cargado hasta que sale uno y se repite el experimento seis veces de forma indep. Decir cuál es la falsa
 - a) si la emc de la prob. de que saiga uno en la segunda tirada es 0.16, el númer tot. de lanzamientos ha sido 30.
 - b) si en dos repeticiones ha salido el uno a la primera, en dos a la segunda y en las otras dos a la tercera, la EMV es 0.15.
 - c) si los lanzamientos necesarios para obtener

Importante

Puedo eliminar la publi de este documento con 1 coin

→ Plan Turbo: barato
→ Planes pro: más coins

pierdo
espacio



Necesito
concentración

ali ali ooooh
esto con 1 coin me
lo quito yo...

wuolah

el 1 en las 6 rep. ha sido 5, 4, 6, 6, 4 y 5
la prob de no salir 1 es 0.8.

d) Si los lanzamientos han sido 6, 5, 7, 7, 5 y 6,
la prob de que el 1 salga en la segunda tirada
es $\frac{1}{6}$.

calculo la prob. de P.

$\bar{X} \equiv "N^{\circ}$ de veces que sale un númer distinto del
uno antes del primer 1."

$\bar{X} \rightarrow \text{G}(p) : p \in (0, 1) \quad \{ \quad p \equiv \text{"prob de 1"}$.

~~scribbles~~

$$f_0(x) = p(1-p)^x = \exp \ln(p) + x \ln(1-p)$$

$$f_0^6(x) = \exp \ln 6 \ln(p) + \sum_{i=1}^6 x_i \ln(1-p)$$

$$\Rightarrow f_0^6(x_1, \dots, x_6) = \frac{6}{p} - \frac{\sum_{i=1}^6 x_i}{1-p} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6 - 6p - \sum_{i=1}^6 x_i p = 0 \Leftrightarrow p = \frac{6}{6 + \sum_{i=1}^6 x_i}$$

$$a) g(p) = P_p(\bar{X} = 1) = P(1-p)$$

$$\widehat{g(p)} = \frac{6}{6 + \sum_{i=1}^6 x_i} \left(1 - \frac{6}{6 + \sum_{i=1}^6 x_i} \right) = 0.16 \text{ VERDADERA}$$

zehna

$$30 = \sum_{i=1}^6 x_i + 6$$

b) $\hat{P}(0,0,1,1,2,2) = \frac{6}{6+6} = 0.5$ FALSA
VERDADERA

c) $g(p) = 1 - P, \widehat{g(p)} = 1 - \frac{6}{6+24} = 0.8$
VERDADERA

d) $g(p) = P_p(\bar{X} = 1) = p(1-p)$

$$\widehat{g(p)} = \frac{6}{6+30} \left(1 - \frac{6}{6+30}\right) = \frac{5}{36} \text{ FALSA}$$

Solución: (ADMIR d)

- sea $f_\theta(x) = \frac{3x^2}{(\theta+1)^3}, 0 < x < \theta+1, \theta > -1$.

selecciona la correcta

- a) NO existe el ~~variance~~ de θ emv
- b) Si los datos observados son 5, 4.8, 1.2, 3, 2.5, 6.4, el emv de θ^2 vale 39.96
- c) El emv de θ es $\max X$:
- d) El emv de θ por el método de los momentos

es $\frac{4}{3}\bar{X} - 1$.

Calcularemos el emv.

$$f_\theta^n(x) = \frac{3^n \prod_{i=1}^n x_i^2}{(\theta+1)^{3n}}$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} f_\theta^n(x_1, \dots, x_n) = - \frac{3^n \prod_{i=1}^n x_i^2 \cdot 3n(\theta+1)^{3n-1}}{(\theta+1)^{6n}} =$$

$$= - \frac{3n}{\theta+1} f_{\theta}^n(x_1, \dots, x_n) < 0 \quad \text{monot. decreciente}$$

~~máx~~ $\bar{x}_i - 1 < \theta$

↓ emv.

a) FALSA

b) ~~g(θ)~~ $g(\theta) = \theta^2 \Rightarrow \widehat{g(\theta)} = (6.4 - 1)^2 = 29.16$
FALSA.

c) FALSA

d) $M_1 = \int_0^{\theta+1} x \cdot \frac{3x^2}{(\theta+1)^3} dx = \frac{3}{(\theta+1)^3} \left(\frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^{\theta+1} = \frac{3}{4} (\theta+1) \Rightarrow \theta = \frac{4}{3} \bar{x} - 1$ VERDADERA.

solución: d).

• Selecciona ea falsa

a) El UMVUE de una fun. paramétrica es el estim. de segundo orden que minimiza inf. la varianza

b) si T es suf. y comp. $E_{\theta}(S) = g(\theta)$, $E_{\theta}(S^2) < \infty$
 $\forall \theta \in \Theta \Rightarrow E(S|T)$ es ee UMVUE de $g(\theta)$

c) El UMVUE de una fun. param. es el estim. inscrito de 2º orden que minimiza inf. la var.

thäilandia

ES OTRO ROLLO

HOTELES 4*

TRASLADOS

VUELOS INTERNOS

STAFF 24/7

PAGA A PLAZOS

EXCURSIONES

Descubre el planäzo

Templos, islas, fiestones y todo montado
para que solo pienses en pasártelo guay.
Riviera Maya se queda corta.



d) si T es suf y de 2º orden $\Rightarrow T$ es el UMVUE para $E_\theta(T)$

13.

a) El estim. tiene que ser insensado. FALSA.

b) Thm. de Lehmann-Scheffe. VERDADERA

c) Ya demostrado. VERDADERA.

d) Para el Thm. de Lehmann-Scheffe RAO - Blackwell: si T es suf y s estim. insensado de 2º orden $\Rightarrow E(S/T)$ es insensado.

Tomando

- Sea $(\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_n)$ mas de una va. \bar{X} con $f_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}, 0 < x < 1$ y $\theta > 0$. Sabiendo que la fam. es regular, con $I_{\bar{X}}(\theta) = \frac{1}{\theta^2}$. Elija la opción correcta.

a) $\sum_{i=1}^n \ln(\bar{X}_i)$ es eficiente para $-\frac{1}{\theta}$

b) Es UMVUE de $\ln(\theta)$, si existe es ef.

c) Toda fun. lineal de θ admite estim. ef.

d) sea $n=1$ y $U(\bar{X})$ insens. en $\frac{1}{\theta}$. Si

$$E(U(\bar{X}) \ln(\bar{X})) = -\frac{1}{\theta^2} \Rightarrow U(\bar{X}) \text{ regular.}$$

WUOLAH

~~f(x) = \exp(\theta) + (\theta - 1) \ln(x)~~

$$f_\theta(x) = \exp \ln(\theta) + (\theta - 1) \ln(x)$$

$$f_\theta^n(x_1, \dots, x_n) = \exp \sum_{i=1}^n \ln(x_i) + (\theta - 1) \sum_{i=1}^n \ln(x_i)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \ln f_\theta^n(x_1, \dots, x_n) = \frac{n}{\theta} + \sum_{i=1}^n \ln(x_i)$$

$$\frac{n}{\theta} + \sum_{i=1}^n \ln(x_i) = a(\theta)(T - g(\theta)) \quad \left. \right\}$$

~~$$a(\theta) = \frac{1}{\theta^2} \quad g(\theta) = \frac{n}{\theta^2} = a(\theta)g'(\theta)$$~~

$$a) \quad g(\theta) = -\frac{n}{\theta} \Rightarrow g'(\theta) = \frac{n}{\theta^2} \Rightarrow$$

~~$$\Rightarrow a(\theta) = \frac{n}{\theta^2} \quad y \quad \frac{n}{\theta} + \sum_{i=1}^n \ln(x_i) = 0$$~~

$$= -\frac{n}{\theta} \left(T + \frac{n}{\theta} \right) \Leftrightarrow T = \sum_{i=1}^n \ln(x_i) \text{ VERDADERA.}$$

b) ~~son las únicas de en(x)~~

~~$$var(G) = \exp \left(\frac{(g(\theta))^2}{\theta^2} \right)$$~~

~~verdadera~~

- las únicas ecuaciones paramétricas que admiten est. ef. son las del tipo $a(-\frac{n}{\theta}) + b + \ln(\theta) + a, b \in \mathbb{R}$. Falsa.

c) $a(-\frac{n}{\theta}) + b \neq a'\theta + b'$ ~~•~~ FALSA

d) Es reg. si $\frac{\partial}{\partial \theta} E(v(x)) =$ ~~FORGEZ~~

$$= E(v(x)) \frac{\partial}{\partial \theta} \ln f_\theta^{-1}(x)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} E(v(x)) = -\frac{1}{\theta^2}$$

$$E(v(x)) \frac{\partial}{\partial \theta} \ln f_\theta^{-1}(x) = E(v(x)) \left(\frac{1}{\theta} + \ln(x) \right) =$$

$$= \frac{1}{\theta} \cdot \frac{1}{\theta} - \frac{1}{\theta^2} = 0$$

FALSA.

Solución a)