Relación 4 de ejercicios

1.) El 2% de una población padece de una enfermedad E, existiendo un síntoma S, tal que el 75% de los enfermos lo presentan, y un 4% de los que no, también. Calcula:

a) Porcentajes de individuos con síntoma → $P(S)$

b) Porcentajes de individuos enfermos que presentan el síntoma → $P(E/S)$

c) Porcentaje de individuos con la enfermedad entre los que no presentan el síntoma. → $P(E/\bar{S})$

$P(E) = 0'02$

$P(\bar{E}) =$ probabilidad de estar sano $= 0'98$

$P(S) =$ probabilidad de tener el síntoma

$P(S/E) = 0'75$

$P(S/\bar{E}) = 0'04$

a) Si padecen la enfermedad, el 75% del 2% tendrá síntoma. Si están sanos, el 4% del 98% tendrá síntomas

$$P(S) = P(E) \cdot P(S/E) + P(\bar{E})\ P(S/\bar{E}) =$$
$$= 0'02 \cdot 0'75 + 0'98 \cdot 0'04 = 0'0542 = 5'42\%$$

b) $$P(E/S) = \frac{P(S \cap E)}{P(S)} = \frac{P(S/E)}{P(E) \cdot P(S/E) + P(\bar{E}) \cdot P(S/\bar{E})} P(E) =$$

$$= \frac{0'015}{0'0542} = 0'2767 = 27'67\%$$

c) $$P(E/\bar{S}) = \frac{P(\bar{S}/E)}{P(E) \cdot P(\bar{S}/E) + P(\bar{E}) \cdot P(\bar{S}/\bar{E})} \cdot P(E) = \frac{0'02 \cdot 0'25}{0'02 \cdot 0'25 + 0'98 \cdot 0'96} =$$

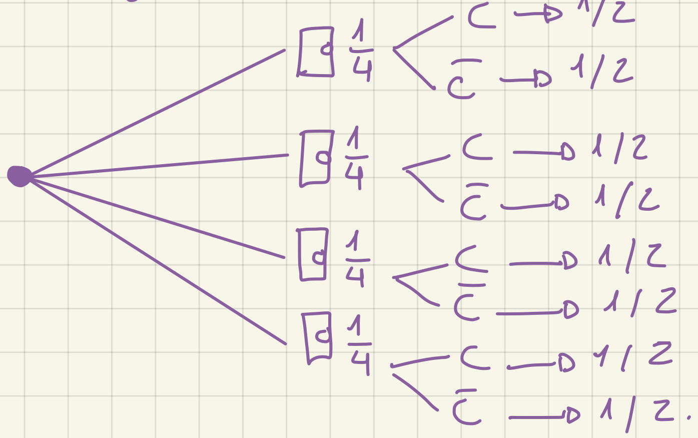
$$= 0'00529 = 0'529\%$$

2.) El concursante de un programa de televisión se enfrenta a la prueba final, en la que hay cuatro puertas. Detrás de una de ellas hay un coche, y en las otras tres no hay nada. Elige una y el presentador siempre ordena abrir alguna de las otras tres, siempre sin premio. Entonces tienta al concursante: ¿Desea cambiar de puerta? ¿Cuál es la probabilidad si nos quedamos con la que tenemos? ¿Cuál si cambiamos? Justifica.

Antes de abrir la otra puerta, las probabilidades eran: $P(C) = 0'25$. $P(\bar{C}) = 0'75$.

Después de abrirla:

$$P(C) = P(P_1)\cdot P(C/P_1) + P(P_2)\cdot P(C/P_2) + P(P_3)\cdot P(C/P_3) + P(P_4)\cdot P(C/P_4) = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\cdot 0 =$$
$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = 0'375.$$



3.) Diagnóstico terrible. Nos hacen una prueba para averiguar si padecemos una grave enfermedad que afecta a una de cada 2000 personas. La prueba da falsos positivos el 2% de las veces y un 0'1% da falsos negativos.

a) ¿Cuál es la probabilidad de tener la enfermedad si la prueba da positiva?

b) ¿Cuál es la probabilidad de tener la enfermedad si la prueba da negativa?

$P(E) = \dfrac{1}{2000} = 0'00005$. $P(\bar{E}) = 0'99995$

$P(P/\bar{E}) = 0'02$. $P(\bar{P}/E) = 0'001$. $P(P/E) = 0'999$.

a) $P(E|P) = \dfrac{P(P|E)}{P(P)} P(E) = \dfrac{P(P|E)}{P(E)\cdot P(P|E)+P(\bar{E})\cdot P(P|\bar{E})} =$

$= \dfrac{0'999}{0'00005\cdot 0'999+0'99995\cdot 0'02} = 0'00249 \simeq 0'25\%$

b) $P(E|\bar{P}) = \dfrac{P(\bar{P}/E)}{P(\bar{P})} P(E) = \dfrac{P(\bar{P}/E)\cdot P(E)}{P(E)\cdot P(\bar{P}/E)+P(\bar{E})\cdot P(\bar{P}/\bar{E})} =$

$= \dfrac{0'00005\cdot 0'001}{0'00005\cdot 0'001 + 0'9995\cdot 0'98} = 5'1046\cdot 10^{-8}$.

4) Un sistema de inspección detecta que el producto está mal etiquetado el 3% de las veces. Si durante una semana realiza 25 inspecciones, hallar:

a) Probabilidad de detectar alguno defectuoso
b) Probabilidad de detectar menos de 2 defect.

$P(B) = 0'97 \qquad P(\bar{B}) = 0'03$.

a) Todo bien $P(B)^{25} = 0'467$

$\underbrace{\text{Al menos uno mal } P(M) = 1 - P(B)^{25} = 0'533 = 53\%}$.

No lo entiendo muy bien.

tampoco.

b) $P(-\text{de } 2 \text{ mal}) = P(\text{todo bien}) + P(1 \text{ defecto}) =$
$= 0'467 + 0'97^{24}\cdot 0'03\cdot 25 = 0'828 = 82'8\%$.

Entonces la probabilidad de que esté uno defectuoso es $0'94^{24}\cdot \underbrace{0'03\cdot 25}$

Todas bien menos 1 — esté mal?

5) En una planta electrónica, se sabe por experiencia que la probabilidad de que un obrero de nuevo ingreso, que haya asistido al programa de capacitación de la compañía, cumpla la cuota de producción es del 86 % y que la probabilidad correspondiente de un obrero de nuevo ingreso, que no han asistido al curso es del 35 %. Si el 80 % de la totalidad de obreros de nuevo ingreso asisten, se pide:

a) Probabilidad de que uno de nuevo ingreso cumpla la cuota.

b) Probabilidad de que uno de nuevo ingreso que cumpla la cuota haya asistido.

$P(C/A) = 0'86.$ $\qquad P(A) = 0'80.$

$P(C/\bar{A}) = 0'35$ $\qquad P(\bar{A}) = 0'2$

a) $P(C) = P(A) \cdot P(C/A) + P(\bar{A}) \cdot P(C/\bar{A}) =$
$= 0'8 \cdot 0'86 + 0'2 \cdot 0'3 = 0'758 = 75'8\ \%.$

↳ Teorema de la probabilidad total

b) $P(A/C) = \dfrac{P(C/A)}{P(C)} \cdot P(A) = \dfrac{P(C/A) \cdot P(A)}{P(A) \cdot P(C/A) + P(\bar{A}) \cdot P(C/\bar{A})} =$

$= \dfrac{0'86 \cdot 0'8}{0'758} = 0'907 = 90'7\ \%.$

↳ Teorema de Bayes.

6) a) ¿Cuál es la probabilidad de hundir un barco, sabiendo que solo pueden lanzarse 3 torpedos, y que la probabilidad de hundir un barco con cada torpedo es de 0'2?

b) ¿Cuántos torpedos habrá que lanzar para que la probabilidad de hundir un barco fuera, al menos, de 90 %?

$P(H) = 0'2.$

$P(\bar{H}) = 0'8.$

a) $P(H) = P(H) + P(\bar{H}H) + P(\bar{H}\bar{H}H) = 0'2 + 0'2 \cdot 0'8 + 0'2 \cdot 0'8 \cdot 0'8$
$= 0'488 = 48'8\ \%.$

b) $P(H) = 1 - P(\bar{H})^x \Rightarrow 0'9 = 1 - 0'8^x \Rightarrow 0'8^x = 0'1 \Rightarrow$
$\Rightarrow x \log 0'8 = \log 0'1 \Rightarrow x = \frac{\log 0'1}{\log 0'8} = 10'31 \Rightarrow$
$\Rightarrow \simeq 10$ torpedos.

7) Un aparato consta de dos partes, A y B, que se fabrican de manera independiente. Se sabe que el proceso de fabricación tiene una probabilidad de que la parte A salga defectuosa de 0'01. Y la probabilidad de un defecto en B de 0'03. ¿Cuál es la probabilidad de que el aparato salga defectuoso?

$P(D/A) = 0'01 = P(A \text{ defectuoso})$

$P(\overline{D}/A) = 0'99 = P(A \text{ esté bien})$

$P(D/B) = 0'03 = P(B \text{ defectuoso})$

$P(\overline{D}/B) = 0'97 = P(B \text{ esté bien})$

P(D) = Probabilidad de que A, B o los dos sean defectuosos.

$P(D) = P(A \text{ defect.}) \cdot P(B \text{ esté bien}) + P(A \text{ esté bien}) \cdot P(B \text{ def.}) +$
$+ P(A \text{ defect.}) \cdot P(B \text{ defect.}) =$

$= P(D/A) \cdot P(\overline{D}/B) + P(\overline{D}/A) \cdot P(D/B) + P(D/A) \cdot P(D/B) =$

$= 0'01 \cdot 0'97 + 0'99 \cdot 0'03 + 0'01 \cdot 0'03 =$

$= 0'0397 = 3'97\ \%$

8) Un prisionero político en Rusia será exiliado a Siberia o a los Urales, y él no sabe a cuál de los dos será enviado, pero sabe que la probabilidad de ser enviado a Siberia es 0'8. También que si un residente en Siberia es seleccionado aleatoriamente la probabilidad de que lleve un abrigo de pieles es 0'5. Mientras que en los Urales es de 0'7. Al llegar, ve a alguien que no lleva abrigo de piel. Se pide:

a) Probabilidad de que esté en Siberia
b) La siguiente persona tampoco lleva abrigo de piel. ¿Cuál es la nueva probabilidad de que esté en Siberia?
c) ¿Y si las hubiera visto juntas?

$P(S) = 0'8$. $\quad P(A/S) = 0'5$. $\quad P(A/U) = 0'7$.
$P(U) = 0'2 \quad P(\bar{A}/S) = 0'5 \quad P(\bar{A}/U) = 0'3$

a) $$P(S/\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}|S)}{P(\bar{A})} \cdot P(S) = \frac{P(\bar{A}|S)\cdot P(S)}{P(S)P(\bar{A}|S) + \underbrace{P(U)\cdot P(\bar{A}|U)}_{P(\bar{S})\cdot P(\bar{A}|\bar{S})}} =$$

$$= \frac{0'8 \cdot 0'5}{0'8\cdot 0'5 + 0'2\cdot 0'3} = 0'869 = 86'9\ \%$$

b) $$P_{\bar{A}}(S/\bar{A}) = \frac{P_{\bar{A}}(S)\cdot P_{\bar{A}}(\bar{A}|S)}{P_{\bar{A}}(\bar{A})} = \frac{P_{\bar{A}}(S)\cdot P_{\bar{A}}(\bar{A}|S)}{P_{\bar{A}}(S)\cdot P_{\bar{A}}(\bar{A}|S) + P_{\bar{A}}(U)\cdot P_{\bar{A}}(\bar{A}|U)} =$$

$$= \frac{0'8\cdot 0'5\cdot 0'5}{0'8\cdot 0'5\cdot 0'5 + 0'2\cdot 0'3\cdot 0'3} = 0'917 = 91'7\ \%.$$

Lo se acumula la gente con abrigo.