2. Al analizar el efecto de un repelente para insectos, se encontró que los frutos no tratados eran atacados en un 10 %, mientras que solo lo eran en un 1% si habían recibido el tratamiento. Los frutos se envasan en cajas de 200 unidades.

   (a) Encuentre la probabilidad de que en una caja que contenga frutos tratados, se encuentren más de 5 atacados.
   (b) Halle la probabilidad de que en una caja cuyos frutos no fueron tratados, se encuentren más de 5 atacados.
   (c) A un almacén llega un 30% de cajas con frutos tratados. ¿Cuál es la probabilidad de que una caja con 4 frutos atacados, no haya sido tratada?
   (d) ¿Cuál es la probabilidad de que una caja con más de 5 frutos atacados, haya recibido el tratamiento?
   (e) Halle la probabilidad de que de 5 frutos extraídos al azar de una caja, encontremos exactamente 2 atacados.
   (f) Encuentre la probabilidad de obtener 2 frutos atacados al extraer 5 frutos de una caja con exactamente 22 atacados.

ⓐ Experimento: Se toma una caja con 200 frutos tratados
Variable aleatoria $X$: nº frutos atacados.

$$X \sim Binomial(200, 0.01)$$

$$p(X \geq 5) = 1 - p(X \leq 4)$$
$$= 1 - p(x=0) - p(x=1) - p(x=2) - p(x=3)$$
$$= 1 - \binom{200}{0}(0.01)^0(0.99)^{200} - \binom{200}{1}(0.01)^1(0.99)^{199} - \binom{200}{2}(0.01)^2(0.99)^{198} - \binom{200}{3}(0.01)^3(0.99)^{197}$$
$$= 1 - \underbrace{(0.99)^{200}}_{0,1339} - \underbrace{200\cdot(0.01)(0.99)^{199}}_{0,2706} - \underbrace{\frac{200\cdot 199}{2}\cdot(0.01)^2(0.99)^{198}}_{0,2720} - \underbrace{\frac{200\cdot 199\cdot 198}{6}\cdot}_{0,18135}$$
$$= 0,14215$$

$$X \sim Binom(200, 0.01) \xrightarrow[n>30]{\text{POISSON}} P(\overset{2}{\overset{\shortparallel}{np}}) \qquad p(X=k) \simeq \frac{2^k}{k!}e^{-2}$$
$$n\cdot p = 200\cdot 0.01 = 2 < 5$$

$$p(X \geq 5) = 1 - e^{-2} - 2e^{-2} - \frac{2^2}{2!}e^{-2} - \frac{2^3}{3!}e^{-2}$$
$$= 1 - 0,1353 - 0,27067 - 0,27067 - 0,18044$$
$$= 0,14292$$

(b) Experimento: Se toma una caja con 200 frutos no tratados
Variable aleatoria $X$: nº frutos atacados.

$$X \rightsquigarrow \text{Binomial}(200, 0.1) \rightsquigarrow p(X=k) = \binom{200}{k}(0.1)^k(0.9)^{200-k}$$

$$p(X \geq 5) = 1 - p(X=0) - p(X=1) - p(X=2) - p(X=3) - p(X=4)$$

$$= 1 - (0.9)^{200} - 200\cdot(0.1)(0.9)^{199} - \frac{200\cdot 199}{2}(0.1)^2(0.9)^{198} - \frac{200\cdot 199\cdot 198}{6}(0.1)^3(0.9)^{197}$$

$$= 1 - 7.05\cdot 10^{-10} - 1{,}5\ 10^{-8} - 1{,}7\cdot 10^{-7} - 1{,}27\cdot 10^{-6} - 6{,}95\cdot 10^{-5} \simeq 1$$

media $np = 200\cdot 0{,}1 = 20 > 5$ $\qquad \sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{18} = 4.24$

$nq = 200 \cdot 0.9 = 180 > 5$

$$X \rightsquigarrow N(20, 4.24) \qquad p(X \geq 5) \overset{\text{discretización}}{=} p(X \geq 4{,}5)$$

$$\frac{X-20}{4{,}24} = Y \rightsquigarrow N(0,1) \qquad p(X \geq 4.5) = p(20 + 4{,}24\cdot Y \geq 4.5)$$

$$= p\left(Y \geq \frac{4{,}5-20}{4{,}24}\right)$$

$$X = 20 + 4{,}24\cdot Y$$

$$= p(Y \geq -3{,}65) = 1 - \underbrace{Q(3{,}65)}_{1{,}5\cdot 10^{-4}}$$

$$p(X=k) = \int_{k-0.5}^{k+0.5} \underbrace{f(x)}_{N(20,\,4.24)}\,dx$$

© 200 cajas $\begin{cases} 0.3 \cdot 200 \text{ cajas con frutos tratados.} \\ 0.7 \cdot 200 \text{ cajas con frutos no tratados.} \end{cases}$

Exp: tomar una de las 200 cajas.

Va: $X$: nº frutos atacados en la caja $Sop(X) = \{0, \ldots, 200\}$

$Y$: Si la caja es de frutos tratados o no $Sop(Y) = \{T, \bar{T}\}$

Calcula $p(Y=T \mid X=4) = \dfrac{p(Y=T \text{ y } X=4)}{p(X=4)}$

$$= \frac{P(Y=T)}{P(X=4)} \underbrace{P(X=4 \mid Y=T)}_{\text{probabilidad de que en una caja con frutos tratados haya 4 atacados}}$$

nº de frutos atacados en una caja tratada
||

La variable $(X / Y=T) \sim \text{Binom}(200, 0.01)$.

$n=200 \quad p=0.01$

$\underbrace{p((X / Y=T) = 4)}$ $\overset{(a)}{=} \binom{200}{4} 0.01^4 \cdot 0.99^{196}$

Poisson $(\mu = np = 2)$

$p(X=4 / Y=T) \overset{(a)}{=} \frac{200 \cdot 199 \cdot 198 \cdot 197}{24} \cdot 0{,}01^4 \cdot 0{,}99^{196} = 0{,}09 \simeq p(X=4) = \underbrace{\frac{2^4}{4!} \cdot e^{-2}}_{\simeq 0{,}090}$

La variable $(X / Y=\bar{T}) \sim \text{Binom}(200, 0.1)$

$\underbrace{p((X / Y=\bar{T}) = 4)}$ $\overset{(b)}{=} \binom{200}{4} (0.1)^4 \cdot (0.9)^{196}$

discretización

$p(X=4 / Y=\bar{T}) \overset{(b)}{=} \frac{200 \cdot 199 \cdot 198 \cdot 197}{24} \cdot (0.1)^4 \cdot (0.9)^{196} = 7 \cdot 10^{-6} \simeq p(3.5 \le X \le 4.5)$

$X \sim N(\underset{np}{20}, \underset{\sqrt{npq}}{4{,}24})$

$$3.5 \le \overset{\overset{20 + 4{,}24 Y}{\shortparallel}}{X} \le 4{,}5 \longleftarrow X = 20 + 4{,}24 Y \Leftrightarrow Y = \frac{X - 20}{4{,}24} \sim N(0,1)$$

$\Updownarrow$

$$\frac{3.5 - 20}{4{,}24} \le Y \le \frac{4{,}5 - 20}{4{,}24} \Leftrightarrow -3{,}89 \le Y \le -3{,}66 \to$$

$F(-3{,}66) - F(-3{,}89)$
$= F(3{,}89) - F(3{,}66)$
$= (1 - Q(3.89)) - (1 - Q(3{,}66))$
$= \underbrace{Q(3{,}66) - Q(3{,}89)}$
$1{,}6 \cdot 10^{-4} - 7{,}2 \cdot 10^{-5}$

$p(X=4) = p(X=4 / Y=T) \cdot p(Y=T) + p(X=4 / Y=\bar{T}) \cdot p(Y=\bar{T})$
$= 0{,}09 \cdot 0{,}3 + 7 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}7 = 0{,}027$

$p(Y=T / X=4) = \frac{0.3}{0.027} \cdot 0{,}09 = 1$ (error $\simeq 10^{-4}$)

d) $p(Y=T \mid X \geq 5) = \dfrac{p(Y=T \text{ y } X \geq 5)}{p(X \geq 5)}$

$p(Y=T \text{ y } X \geq 5) = p(X \geq 5 \mid Y=T) \cdot p(Y=T)$

$p(X \geq 5) = p(X \geq 5 \mid Y=T)\, p(Y=T) + p(X \geq 5 \mid Y=\overline{T}) \cdot p(Y=\overline{T})$

$p(Y=T \mid X \geq 5) = \dfrac{p(X \geq 5 \mid Y=T) \cdot p(Y=T)}{p(X \geq 5 \mid Y=T) \cdot p(Y=T) + p(X \geq 5 \mid Y=\overline{T}) \cdot p(Y=\overline{T})}$

$p(X \geq 5 \mid Y=T) \overset{a}{=} 0{,}14292$

$p(Y=T) = 0.3$

$p(X \geq 5 \mid Y \neq \overline{T}) \overset{b}{=} \simeq 1$

$p(Y=\overline{T}) = 0.7$

$\dfrac{0{,}14292 \cdot 0{,}3}{0{,}14292 \cdot 0{,}3 + 1 \cdot 0{,}7} \simeq \dfrac{0{,}042876}{0{,}742876} \simeq 0{,}06$

e) Exp: Se elige al azar una caja y se extraen 5 frutos

Va: X: Nº frutos atacados de esos 5

Y: Si la caja de donde obtengo los frutos estaba tratada o no.

$p(X=2) = p(X=2 \mid Y=T) \cdot p(Y=T) + p(X=2 \mid Y=\overline{T}) \cdot p(Y=\overline{T})$

$p(X=2 \mid Y=T)$: Binom $n=5$, $p=0.01$; $\binom{5}{2}(0.01)^2 \cdot (0.99)^3 = 0{,}0009$

$p(Y=T) = 0.3$

$p(X=2 \mid Y=\overline{T})$: Binom $n=5$, $p=0.1$; $\binom{5}{2}(0.1)^2 (0.99)^3 = 0{,}07$

$p(Y=\overline{T}) = 0.7$

$= 0{,}0009 \cdot 0{,}3 + 0{,}07 \cdot 0{,}7 = 0{,}049$

(2) Exp: tomamos 2 frutos de una caja de 5, donde hay una probabilidad $p = \frac{22}{200}$ de que halla sido atacado y $1 - \frac{22}{200}$ de no haberlo sido

Va: $X$ = nº frutos atacados $\sim$ Binom$\left(5, \frac{22}{200}\right)$

$$p(X=2) = \binom{5}{2}\left(\frac{22}{200}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{22}{200}\right)^3 = 0{,}0853$$

3. El 10% de los GPS vendidos por una empresa son usados a bordo de un barco. Se sabe que la humedad es un factor que influye en la probabilidad de que se produzca una avería, por lo que la probabilidad de que un equipo falle determinado día si se encuentra a bordo de un barco es 0.001, mientras que es de sólo 0.0002 si está en tierra. Se analiza el comportamiento de 1 GPS elegido al azar. Hallar:

   (a) Probabilidad de que haya tenido alguna avería el año anterior (365 días).

   (b) Probabilidad de que esté situado en un barco sabiendo que tuvo alguna avería en el año pasado.

4. Se sabe que la potencia consumida (W) durante 1 hora de funcionamiento por un modelo de componente electrónico en funcionamiento sigue una distribución normal de media y varianza desconocidas. Sin embargo, se sabe que el 5% de las veces no llega a consumir 1.21 W y que otro 5% de las veces, su consumo es superior a 1.63 W.

   (a) Estimar la distribución que sigue W.

   (b) Hallar $P(W > 1.8)$.

   (c) Hallar el cuartil 3.

③ Experimento: Se escoge un GPS al azar.

Va: $X$ = Si el GPS es de un barco o no. $Sop(X) = \{B, \overline{B}\}$

$Y$ = El GPS falla o no un día concreto. $Sop(Y) = \{F, \overline{F}\}$

¿probabilidad de que cierto día se averíe?

$$p(F) = \underset{0,001}{p(F/B)} \cdot \underset{0,1}{p(B)} + \underset{0,0002}{p(F/\overline{B})} \cdot \underset{0,9}{p(\overline{B})} = 0,00028$$

ⓐ $Binom(n=365,\ p=0,00028) = Z$ = nº de averías a lo largo del año. $Sop(Z) = \{0, \dots, 365\}$

$q = 0,99972$

$$p(Z \geq 1) = 1 - p(Z=0) = 1 - \binom{365}{0} \cdot 0,00028^0 \cdot 0,99972^{365}$$

$$= 1 - 0,99972^{365} = 0,097$$

$np = 0,1022 < 5 \longrightarrow Z \rightsquigarrow P(np)$, $np = 0,1022$, $P$ = poisson

$$p(Z \geq 1) = 1 - p(Z=0) = 1 - \frac{0,1022^0}{0!} e^{-0,1022} = 0,097$$

ⓑ $$p(B / Z \geq 1) = \frac{p(B \text{ y } Z \geq 1)}{p(Z \geq 1)}$$

$$= \frac{p(Z \geq 1 / B) \cdot \overset{0.1}{p(B)}}{\underset{(1 - p(Z=0|B))}{p(Z \geq 1 | B)}\ \underset{0.1}{p(B)} + \underset{(1 - p(Z=0|\overline{B}))}{p(Z \geq 1 | \overline{B})}\ \underset{0.9}{p(\overline{B})}}$$

$p(Z / X = B) \rightsquigarrow Binom(365, 0,0001)$  $\mu = np = 0.365 < 5$

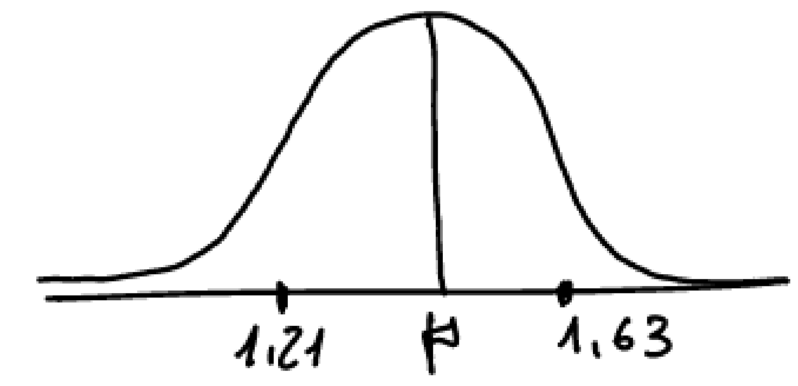
$\rightsquigarrow \underset{poison}{P(np)} = P(0,365) \rightsquigarrow \dfrac{0.365^k}{k!} e^{-0.365} = p(Z=k)$

$p(Z / X = \overline{B}) \rightsquigarrow Binom(365, 0,0002)$  $np = 0,073 < 5$

$\rightsquigarrow \underset{poison}{P(0,073)} \rightsquigarrow \dfrac{(0.073)^k}{k!} e^{-0.073} = p(Z=k)$

④

$W \rightsquigarrow$ potencia consumida durante 1h.




$W \rightsquigarrow N(\mu, \sigma) \qquad \dfrac{W-\mu}{\sigma} \rightsquigarrow N(0,1)$

O

$$p(W \leq 1{,}21) = 0{,}05 \qquad \left\{ p\left(\frac{W-\mu}{\sigma} \leq \frac{1{,}21-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}05 \right.$$
$$p(W \geq 1{,}63) = 0{,}05 \qquad \left\{ p\left(\frac{W-\mu}{\sigma} \geq \frac{1{,}63-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}05 \right.$$

O

Observación: en una normal $\mu$ = mediana = moda, luego sabemos que $\mu$ satisface $\underset{\substack{\downarrow \\ \text{distrib de la } N(\mu,\sigma)}}{F}(\mu) = \frac{1}{2}$

$$\underbrace{p\left(\frac{W-\mu}{\sigma} \leq \frac{1{,}21-\mu}{\sigma}\right)}_{\displaystyle \| \atop \displaystyle 1 - \Phi\left(-\frac{1{,}21-\mu}{\sigma}\right)} = 0{,}05$$

$$1 - \Phi\left(-\frac{1{,}21-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}05 \to \Phi\left(-\frac{1{,}21-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}095 \to -\frac{1{,}21-\mu}{\sigma} = 1{,}32$$

$$\underbrace{p\left(\frac{W-\mu}{\sigma} \geq \frac{1{,}63-\mu}{\sigma}\right)}_{\displaystyle \| \atop \displaystyle \Phi\left(\frac{1{,}63-\mu}{\sigma}\right)} = 0{,}05$$

$$\Phi\left(\frac{1{,}63-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}05 \to \frac{1{,}63-\mu}{\sigma} = \frac{1{,}64+1{,}65}{2}$$

$$1{,}21-\mu = -\sigma \cdot 1{,}32 \Leftrightarrow \mu - \sigma \cdot 1{,}32 = +1{,}21$$
$$1{,}63-\mu = \sigma \cdot 1{,}645 \Leftrightarrow \mu + \sigma \cdot 1{,}645 = +1{,}63$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1{,}32 \\ 1 & 1{,}645 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu \\ \sigma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}21 \\ 1{,}63 \end{pmatrix}$$

$$\mu = \frac{\begin{vmatrix} 1{,}21 & -1{,}32 \\ 1{,}63 & 1{,}645 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -1{,}32 \\ 1 & 1{,}645 \end{vmatrix}} = \frac{4{,}14205}{2{,}965} = 1{,}397 \to 1{,}21 < 1{,}397 < 1{,}63$$

$$\sigma = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1{,}21 \\ 1 & 1{,}63 \end{vmatrix}}{2{,}965} = 0{,}1416$$

ⓑ $$p(W > 1{,}8) = p\left(\frac{W-1{,}397}{0{,}1416} > \underbrace{\frac{1{,}8-1{,}397}{0{,}1416}}_{2{,}846}\right) = \Phi(2{,}846) = 0{,}0023$$

quiero $\underset{\displaystyle \| \atop \displaystyle 1-\Phi(x)}{F(x)} = 0{,}75 \qquad \Phi(x) = 0{,}25 \to x = \dfrac{0{,}67+0{,}68}{2} = 0{,}675$

$$W = 0{,}675 \cdot 0{,}1416 + 1{,}397 = 1{,}492$$

5. Se sabe que el tiempo que tarda un electrodoméstico hasta que se produce su primera avería sigue una distribución exponencial. Un servicio técnico observa que el 7% de los electrodomésticos hacen uso del periodo de garantía de 18 meses.

   (a) Hallar la media y el parámetro $\lambda$ de la exponencial.

   (b) Si se piensa en ampliar la garantía a 2 años. ¿Qué porcentaje se espera que hagan uso de ella en esos 2 años?

⑤ $T$: tiempo que pasa hasta que se produce la primera avería:

$T \sim exp(\lambda)$ $\quad f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ $\quad \begin{cases} \mu = \frac{1}{\lambda} \\ var = \frac{1}{\lambda^2} \end{cases}$

$Sop = [0, +\infty)$

ⓐ

$p(T \leq 18 \text{ (meses)}) = 0{,}07$

$$\int_0^{18} \lambda e^{-\lambda x} dx = 0{,}07$$

$$[-e^{-\lambda x}]_0^{18} = -e^{-\lambda 18} + 1 = 0{,}07$$

$$\Leftrightarrow 0{,}93 = e^{-\lambda \cdot 18}$$

$$e^{\lambda \cdot 18} = \frac{1}{0{,}93}$$

$$\lambda \cdot 18 = Ln\left(\frac{1}{0{,}93}\right)$$

$$\lambda = \frac{Ln\left(\frac{1}{0{,}93}\right)}{18} = 0{,}004 \quad \mu = 250 \text{ meses}$$

20,8 años.

ⓑ $$\int_0^{24} 0{,}004 \cdot e^{-0{,}004 x} dx = -e^{-0{,}004 \cdot 24} + 1 = 0{,}0915$$

9% de usuarios.

6. Si X1 sigue una N(2,4), X2 sigue una N(-2,2) y X3 sigue una N(1,3), siendo independientes entre sí. Hallar: $P(1 + 2X1 + 3X2 - X3 < 0)$

7. Si sumamos los cuadrados de 10 variables aleatorias independientes que siguen todas ellas N(0,1). ¿Cuál es la probabilidad de que resulte más de 20?

⑥ $X_1 \sim N(2,4)$

$X_2 \sim N(-2,2)$ INDEPENDIENTES. Halla $p(\underbrace{1 + 2X_1 + 3X_2 - X_3}_{Y} < 0)$

$X_3 \sim N(1,3)$

$$1 + \underbrace{2X_1 + 3X_2 - X_3}_{Y} \sim 1 + N(\mu_Y, \sigma_Y)$$

$$\mu = 2\overline{X_1} + 3\overline{X_2} - \overline{X_3}$$
$$= 2 \cdot 2 + 3 \cdot (-2) - 1 = -3$$

$$\sigma = \sqrt{2\sigma_1^2 + 3\sigma_2^2 + \sigma_3^2} = \sqrt{2 \cdot 16 + 3 \cdot 4 + 9} = \sqrt{53}$$

distribución constant
$Sop = \{1\}$ $p(1) = 1$
(un número, vaya...)

8. La probabilidad de que una tuerca quede mal ajustada por un robot industrial es de $10^{-2}$. Una rueda queda ajustada por 5 tuercas, y se considera peligroso que 2 o más tuercas estén mal ajustadas. Hallar:

(a) Probabilidad de que resulte peligroso el ajuste de una rueda.

(b) Si un coche lleva 5 ruedas, probabilidad de que alguna resulte peligrosa.

(c) Si de la factoría salen 10000 vehículos al año, probabilidad de que resulte alguno con alguna rueda peligrosa.

(d) Supongamos que un coche tiene alguna rueda defectuosa. Calcula la probabilidad de que la rueda defectuosa sea únicamente la de repuesto.

7 Si sumamos los cuadrados de 10 va. independientes todas $N(0,1)$

$Y = X_1^2 + \cdots + X_{10}^2 \qquad Y \rightsquigarrow \chi^2_{10} \qquad f(\chi^{10}_{10}) = \frac{1}{2^{\frac{n}{2}}\Gamma(\frac{n}{2})} e^{-\frac{x}{2}} x^{\frac{n}{2}-1}$

¿ $p(Y>20)$ ?

$Q_{\chi_{10}}(20{,}483) \cong 0{,}025$

CUIDADO, LA TABLA ES DIFERENTE

8 a Exp: Se coge una tuerca

Va: X : si la tuerca está mal ajustada o no. $Sop(X) = \{M, \bar{M}\}$

$X \rightsquigarrow \text{Bernouilli}\,(p = p(X=M) = 10^{-2})$

Exp: Se monta una rueda con 5 tuercas

Va: $N_T$ = nº tuercas mal ajustadas

$p(\text{PELIGROSO}) = p(N_T \geq 2) = 1 - p(N_T = 0) - p(N_T = 1) := \alpha$

$N \rightsquigarrow \text{Binom}\,(5,\ 10^{-2}) \qquad p(N_T = k) = \binom{5}{k} (10^{-2})^k (1-10^{-2})^{5-k}$

b Exp: Se cogen 5 ruedas

$n = 5 < 30$

Va: $N_R$ = nº ruedas peligrosas $\rightsquigarrow \text{Binom}\,(5, \alpha)$

$p(N_R \geq 1) = 1 - p(N_R = 0) =: \beta \qquad p(N_R = k) = \binom{5}{k} \alpha^k (1-\alpha)^{1-k}$

c Exp: Se cogen 1000 coches (con 4 ruedas cada uno)

Va: $N_C$ = nº coches con alguna rueda peligrosa.

$N_C \rightsquigarrow \text{Binom}\,(1000, \beta)$. ACABAR

ⓓ Exp: Se tiene un coche con una rueda defectuosa, que puede ser ($R_1 R_2 R_3 R_4 R_5$), siendo $R_1$ la rueda de Repuesto.

Va: $N_R$ = nº ruedas defectuosas.

$ROTA_i$ = si la rueda i-ésima está rota o no $Sop = \{T, F\}$

$$p\Big(\underbrace{ROTA_1 = \text{True y } ROTA_{2,3,4,5} = \text{False}}_{*} \;\Big|\; N_R \geq 1\Big)$$

$$= \underbrace{p(* \mid N_R = 1)}_{\frac{1}{5}} \cdot \underbrace{p(N_R = 1)}_{\text{Binom}(5,\alpha)} + \sum_{i=2}^{5} \underbrace{p(* \mid N_R = i)}_{\frac{i}{5}} \cdot \underbrace{p(N_R = i)}_{\text{Binom}(5,\alpha)}$$

(proporción de rotas)

9. Sabemos que tenemos la probabilidad de adquirir componentes del tipo A (en caso contrario, del tipo B) sigue una distribución de Bernouilli de parámetro $p = 0.6$. Por otro lado, el tiempo hasta la rotura de un componente del tipo A sigue una distribución exponencial de media 8 años. Así mismo, el tiempo hasta la rotura de un componente del tipo B sigue otra distribución exponencial de media 9 años. Hallar:

(a) Probabilidad de que un componente del tipo A dure más de 15 años.

(b) Sabiendo que un componente ha durado más de 15 años, calcula la probabilidad de que el componente sea de tipo A.

⑨ Exp: tomamos un componente

Va: $X$ = Si es de A o B $\quad Sop(X) = \{A, B\}$

$$X \sim \text{Benouilli}\,(p = p(B) = 1 - 0.6 = 0.4)$$

Va: $T_A$ = tiempo hasta la rotura de uno de tipo A $\sim exp(\mu = 8)$

$t_B$ = " " " " " " B $\sim exp(\mu = 9)$

$$exp\left(\mu = \frac{1}{\lambda}\right) \sim \lambda e^{-\lambda x} \quad Sop = [0, +\infty)$$

ⓐ $$p(t_A \geq 15) = 1 - p(T_A < 15) = 1 - \int_{\boxed{0}}^{15} \lambda e^{-\lambda x} = 1 - \left[-e^{-\lambda x}\right]_0^{15}$$

$$= 1 - \left[-e^{-\lambda \cdot 15} + 1\right]$$

$$= e^{-15\lambda} = e^{-15/8}$$

ⓑ $T$ = tiempo hasta la rotura de un componente

$$p(T \geq 15) = p(T \geq 15 \mid A) \cdot p(A) + p(T \geq 15 \mid B) \cdot p(B)$$

$$p(T \geq 15 \mid A) = p(t_A \geq 15) \qquad p(T \geq 15 \mid B) = p(t_B \geq 15)$$

$$p(A \mid T \geq 15) = \frac{p(A \text{ y } T \geq 15)}{p(T \geq 15)} = \frac{p(T \geq 15 \mid A) \cdot p(A)}{p(T \geq 15 \mid A) \cdot p(A) + p(t \geq 15 \mid B)\, p(B)}$$

$$p(T \geq 15 \mid A) = p(t_A \geq 15) \qquad p(t \geq 15 \mid B) = p(t_B \geq 15)$$