

La empresa AIR quiere determinar el número óptimo de aviones que debe comprar para satisfacer la demanda de nuevas rutas que se ha planteado. Para ello requiere que en la compra se satisfagan dos objetivos:

**maximizar** en lo posible el beneficio diario, resultante de los ingresos netos\* diarios que consigue la empresa en su actividad

**minimizar** el consumo de combustible.

Para la adquisición de los aviones, la empresa se ha reunido con los representantes de diversas constructoras de aeronaves, y, tras llevar a cabo un análisis de las ofertas, ha decidido que Boeing y Airbus ofrecen los productos que más se ajustan a las necesidades de la compañía. El informe detallado con las características técnicas de los aviones está en la siguiente tabla:

Modelo	Airbus A330-300		Boeing 787-800	
Número de pasajeros	335		270	
Pasajeros (Business/Turista)	50	285	30	240
Autonomía	10.500 kms		11.065 kms	
Consumo (por pasajero)	2,9litros/100 kms		2,3litros/100 kms	
Coste Adquisición	225.000.000€		180.000.000€	
Costes (por pasajero/avión) <sup>5</sup>	460€	200€	336€	208€

Tabla 1. Resumen de especificaciones.

Para resolver el problema que se plantea la empresa se debe tener en cuenta que:

- Para recibir la subvención del gobierno deben adquirir, al menos, dos unidades de Airbus.
- El presupuesto disponible para la compra de los aparatos se encuentra por debajo de 1.350.000.000 €
- La empresa necesita hacer como mínimo 10 viajes diarios y se conoce que un avión modelo de Airbus solo puede hacer 2 viajes al día y el de Boeing, 3 .

#### NOTA

=====

Ingresos netos\*= ingresos procedente de la venta de los billetes - costes

Para el cálculo de los ingresos netos se tendrá en cuenta que el precio de un billete en Business es de 537,3€ para ambos modelos y el de un billete en clase turista es de 275,4€.

---

a) Optimizar cada objetivo por separado teniendo en cuenta las restricciones que detalla el enunciado. Establecer la matriz de pagos para las soluciones óptimas anteriores.

### **Maximización del beneficio diario(ingresos netos)**

Antes de nada he de recordar que el ingreso neto es lo equivalente a restar el coste al beneficio total producido por la venta de billetes. Así que procederé a calcularlos.

- **Airbus:**

Business:  $50 \cdot (537,3 - 460) = 3.865\text{€}$  netos

Turista:  $285 \cdot (275,4 - 200) = 21.489\text{€}$  netos

Beneficio neto Airbus =  $3.865\text{€} + 21.489\text{€} = 25.354\text{€}$  de beneficio neto

- **Boeing:**

Business:  $30 \cdot (537,3 - 336) = 6.039\text{€}$

Turista:  $240 \cdot (275,4 - 208) = 16.176\text{€}$

Beneficio neto Boeing =  $6.039\text{€} + 16.176\text{€} = 22.215\text{€}$  de beneficio neto

Ahora sé que la función a maximizar es la siguiente:  $25.354X_1 + 22.215X_2$  siendo  $X_1$  el número de aviones Airbus y  $X_2$  el número de aviones Boeing.

Ahora sacaré las restricciones del problema:

1. Debo tener al menos dos unidades de Airbus:  $X_1 \geq 2$

2. El presupuesto máximo es de 1.350.000.000€:

$$225.000.000X_1 + 180.000.000X_2 \leq 1.350.000.000$$

3. La empresa necesita 10 viajes diarios, un Airbus solo puede hacer 2 diarios mientras que un Boeing 3 :  $2X_1 + 3X_2 \geq 10$

Una vez tengo la función objetivo y las restricciones procedo a resolver el problema

Maximizar  $25.354X_1 + 22.215X_2$

Sujeto a:

$$X_1 \geq 2$$

$$225.000.000X_1 + 180.000.000X_2 \leq 1.350.000.000$$

$$2X_1 + 3X_2 \geq 10$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Operaciones intermedias (mostrar/ocultar detalles)

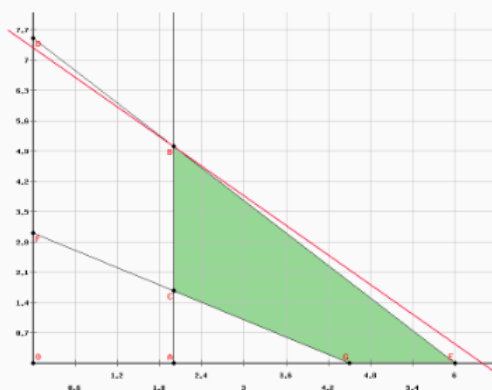
Tabla 4			25354	22215	0	0	0
Base	C <sub>b</sub>	P <sub>0</sub>	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>
P <sub>1</sub>	25354	2	1	0	-1	0	0
P <sub>5</sub>	0	10	0	0	1.75	1.66666666666667E-8	1
P <sub>2</sub>	22215	5	0	1	1.25	5.55555555555556E-9	0
Z		161783	0	0	2414.75	0.00012341666666667	0

☐ Mostrar resultados como fracciones.

La solución óptima es  $Z = 161783$

$$X_1 = 2$$

$$X_2 = 5$$



Punto	Coordenada X (X <sub>1</sub> )	Coordenada Y (X <sub>2</sub> )	Valor de la función objetivo (Z)
O	0	0	0
A	2	0	50708
B	2	5	161783
C	2	1.66666666666667	87733
D	0	7.5	166612.5
E	6	0	152124
F	0	3	66643
G	4.5	0	114093

Resolviéndolo mediante phpsimplex obtengo que la solución óptima es comprar 2 Airbus y 5 Boeing. Teniendo un beneficio máximo de 161.783€ al día como podemos ver en la tabla mostrado en azul.

### Minimización del consumo de combustible

Para este caso debo de calcular cuanto combustible consumen ambos aviones.

- **Airbus:**

En el Airbus viajan 50 pasajeros business y 285 pasajeros de clase turista lo cual suma 335 pasajeros. Estos pasajeros generan un consumo de 2,9litros/100km.

$$(335*2,9)/100= 9,715 \text{ litros/km de consumo}$$

- **Boeing:**

En el Boeing viajan 30 pasajeros business y 240 pasajeros de clase turista lo cual suma 270 pasajeros. Estos pasajeros generan un consumo de 2,3litros/100km.

$$(270*2,3)/100= 6,21 \text{ litros/km de consumo}$$

Una vez tenemos estos datos sabemos que la función a minimizar es  $9,72X_1 + 6,21X_2$  siendo  $X_1$  el número de aviones Airbus y  $X_2$  el número de aviones Boeing.

Las restricciones a usar son las mismas que teníamos en el apartado anterior.

El problema a resolver por ende es el siguiente:

Minimizar  $9,715X_1 + 6,21X_2$

Sujeto a:

$$X_1 \geq 2$$

$$225.000.000X_1 + 180.000.000X_2 \leq 1.350.000.000$$

$$2X_1 + 3X_2 \geq 10$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Operaciones intermedias (mostrar/ocultar detalles)

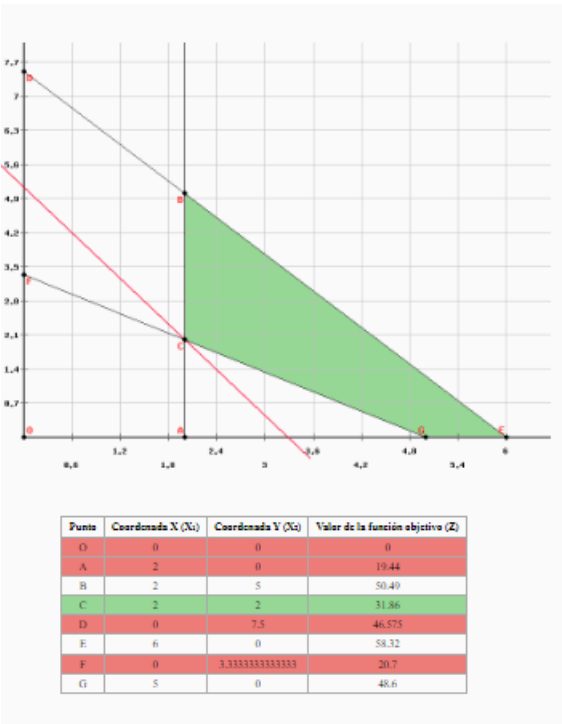
Tabla 1			-9.72	-6.21	0	0	0
Base	C <sub>b</sub>	P <sub>0</sub>	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>
P <sub>1</sub>	-9.72	2	1	0	-1	0	0
P <sub>4</sub>	0	540000000	0	0	105000000	1	60000000
P <sub>2</sub>	-6.21	2	0	1	0.666666666666667	0	-0.333333333333333
Z		-31.86	0	0	5.58	0	2.07

☐ Mostrar resultados como fracciones.

La solución óptima es Z = 31.86

X<sub>1</sub> = 2

X<sub>2</sub> = 2



Resolviéndolo mediante php simplex nos da que la solución óptima es comprar 2 aviones Airbus y 2 aviones Boeing. El consumo mínimo es de 31.86 litros/km.

Matriz de pagos para las soluciones óptimas calculadas

Solución(X <sub>1</sub> ,X <sub>2</sub> )	25.354X <sub>1</sub> + 22.215X <sub>2</sub>	9,72X <sub>1</sub> + 6,21X <sub>2</sub>
(2,5)	161.783€	50,48litros/km
(2,2)	95.138€	31,86 litros/km

b) Completar la siguiente tabla para resolver el problema multiobjetivo usando el método de las ponderaciones. Dado que las unidades de este problema corresponden a conceptos tan distintos, convendría normalizarlas. Por ello, en la función beneficio, los valores se considerarán dados en miles de euros, de forma que ambas funciones se muevan en unos unidades similares. Nuestro problema ponderado es:

maximizar  $\lambda \text{Beneficio} - (1-\lambda) \text{Consumo}$

Ponderación	Solución	Beneficio	Consumo
$\lambda = 0$	(2,2)	95.,138mil€	31,86 litros/km
$\lambda = 0,1$	(2,2)	95.,138mil€	31,86 litros/km
$\lambda = 0,2$	(2,2)	95.,138mil€	31,86 litros/km
$\lambda = 0,3$	(2,5)	161,783mil€	50,48 litros/km
$\lambda = 0,4$	(2,5)	161,783mil€	50,48 litros/km
$\lambda = 0,5$	(2,5)	161,783mil€	50,48 litros/km
$\lambda = 0,6$	(2,5)	161,783mil€	50,48 litros/km
$\lambda = 0,7$	(2,5)	161,783mil€	50,48 litros/km
$\lambda = 0,8$	(2,5)	161,783mil€	50,48 litros/km
$\lambda = 0,9$	(2,5)	161,783mil€	50,48 litros/km
$\lambda = 1$	(2,5)	161,783mil€	50,48 litros/km

Comenta los resultados obtenidos

Según puedo percibir mirando a la tabla el beneficio crece parejo a lambda a lo largo de toda la tabla aunque existe un gran cambio de lambda 0,2 a 0,3 debido a que la solución óptima cambia de la encontrada para minimizar el uso de combustible a la de maximizar el beneficio.

c) Resolver el problema del enunciado por el método de las restricciones considerando para ello que el consumo no debe superar los 38 litros por kilómetro recorrido. ¿La solución obtenida es eficiente?

Para seguir el método de las restricciones tenemos que modificar un poco el problema que hallamos en el apartado a. Dejándolo de la siguiente forma:

Maximizar  $25.354X_1 + 22.215X_2$

Sujeto a:

$$9,715X_1 + 6,21X_2 \leq 38$$

$$X_1 \geq 2$$

$$225.000.000X_1 + 180.000.000 \leq 1.350.000.000$$

$$2X_1 + 3X_2 \geq 10$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Operaciones intermedias (mostrar/ocultar detalles)

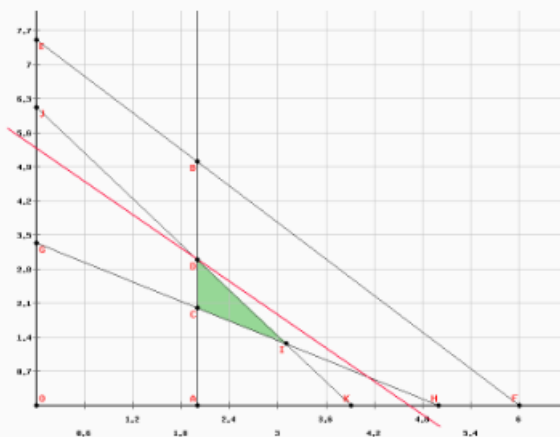
Tabla 3			25354	22215	0	0	0	0
Base	Cb	P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6
P1	25354	2	1	0	-1	0	0	0
P4	0	361739130.43478	0	0	-56594202.898551	1	0	-28985507.246377
P2	22215	2.9903381642512	0	1	1.5644122383253	0	0	0.1610305958132
P5	0	2.9710144927536	0	0	2.6932367149758	0	1	0.48309178743961
Z		117138.36231884	0	0	9399.4178743961	0	0	3577.2946859903

☐ Mostrar resultados como fracciones.

La solución óptima es  $Z = 117138.36231884$

$X_1 = 2$

$X_2 = 2.9903381642512$



Punto	Coordenada X (X1)	Coordenada Y (X2)	Valor de la función objetivo (Z)
O	0	0	0
A	2	0	50708
B	2	5	161783
C	2	2	95138
D	2	2.9903381642512	117138.36231884
E	0	7.5	166612.5
F	6	0	152124
G	0	3.3333333333333	74050
H	5	0	126770
I	3.1051390134529	1.2645739910314	106760.49775785
J	0	6.1191626409018	135937.19806763
K	3.9114770972723	0	99171.390324241

Resolviéndolo por el método gráfico la solución óptima consistiría en comprar 2 aviones Airbus, 3 aviones Boeing y el beneficio máximo es de 117.138,36€.