1.- Una compañía que produce dos tipos de motores. Para cada motor tipo I necesita 2 horas de mano de obra y 6 kg de materiales mientras que para cada motor tipo II invierte 4 horas de mano de obra y 2 kg de materiales. A la semana se dispone de 1000 horas de mano de obra y 1200 kg de materiales. Una vez estudiada la demanda se ha decidido no fabricar más de 200 motores de tipo II a la semana. Los beneficios que se obtienen por la venta de un motor tipo 1 es de 30 u.m y 80 u.m.por la venta de un motor de tipo II.

(a) ¿Cuál es la mejor combinación productiva? ¿Cuál es el beneficio máximo?

X1=numero de motores del tipo 1, X2= numero de motores del tipo 2

Maximizar 30x1+80x2

2x1+4x2<=1000

6x1+2x2<=1200

X2<=200

X1,x2>=0

Operaciones intermedias **(mostrar/ocultar detalles)**

Tabla 3			30	80	0	0	0
Base	**C_b**	**P_0**	**P_1**	**P_2**	**P_3**	**P_4**	**P_5**
P_1	30	100	1	0	0.5	0	-2
P_4	0	200	0	0	-3	1	10
P_2	80	200	0	1	0	0	1
Z		19000	0	0	15	0	20

☐ Mostrar resultados como fracciones.

La solución óptima es Z = 19000
X_1 = 100
X_2 = 200

El beneficio máximo es producir 100 motores del tipo 1 y 200 del tipo 2 a la semana.

(b) ¿Cuánto se estaría dispuesto a pagar por una hora más de trabajo a la semana?¿y por 1 kg más de materiales disponible a la semana?¿y por ampliar en una unidad la cantidad límite a fabricar de motores tipo II?

Problema de dualidad

Y1=numero de beneficio que se perdería por incrementar en 1 el numero de motores 1 producidos

Y2= número de beneficio que se perdería por incrementar en 1 el número de motores 2 producidos

Minimizar 1000y1+1200y2+200y3

2y1+6y2>=30

4y1+2y2+y3>=80

Y1,y2,y3>=0

Operaciones intermedias **(mostrar/ocultar detalles)**

Tabla 2			-1000	-1200	-200	0	0
Base	**C_b**	**P_0**	**P_1**	**P_2**	**P_3**	**P_4**	**P_5**
P_1	-1000	15	1	3	0	-0.5	0
P_3	-200	20	0	-10	1	2	-1
Z		-19000	0	200	0	100	200

☐ Mostrar resultados como fracciones.

La solución óptima es Z = 19000
$X_1 = 15$
$X_2 = 0$
$X_3 = 20$

Se estaría dispuesto a pagar 15 por una hora mas de trabajo semanal. Se estaría dispuesto a pagar 0 por 1kg mas de materiales y 20 por aumentar el limite de motores tipo 2 en 1.

(c) Para cada recurso, ¿cuál es el rango de tolerancia en el que son válidos los precios sombra?

Tabla 3			30	80	0	0	0
Base	**C_b**	**P_0**	**P_1**	**P_2**	**P_3**	**P_4**	**P_5**
P_1	30	100	1	0	0.5	0	-2
P_4	0	200	0	0	-3	1	10
P_2	80	200	0	1	0	0	1
Z		19000	0	0	15	0	20

1.(80+Δp)-(80+Δp)>=0
2.(30*(-2)+80+Δp)>=0

20Δp>=0;
Δp>=20->p>=60

2.-En una empresa se quieren utilizar los recursos 1 y 2 en la producción de los productos A, B y C. La cantidad unitaria necesaria de cada recurso para cada tipo de producto, la cantidad disponible de cada recurso y el beneficio unitario de cada producto vienen dados en la Tabla siguiente

Recursos	Productos A	B	C	Disponibilidad de recursos
1	4	2	3	40
2	2	2	1	30
Beneficio	3	2	1	

a) Plantear y resolver un modelo lineal que permita maximizar el beneficio obtenido por el uso de los recursos en la producción.

X1=cantidad de productos A generados

X2=cantidad de productos B generados
X3=cantidad de productos C generados

Maximizar 3x1+2x2+x3
4x1+2x2+3x3<=40
2x1+2x2+x3<=30
X1,x2,x3>=0

Operaciones intermedias **(mostrar/ocultar detalles)**

Tabla 3			3	2	1	0	0
Base	**C_b**	**P_0**	**P_1**	**P_2**	**P_3**	**P_4**	**P_5**
P_1	3	5	1	0	1	0.5	-0.5
P_2	2	10	0	1	-0.5	-0.5	1
Z		35	0	0	1	0.5	0.5

☐ Mostrar resultados como fracciones.

La solución óptima es $Z = 35$
$X_1 = 5$
$X_2 = 10$
$X_3 = 0$

La solución más optima será producir 5 unidades del producto A y 10 del producto B.

b) Supongamos que sobre el problema del enunciado decidimos subir los precios y por tanto los beneficios de los Productos A, B y C pasan a ser 4, 3 y 1 respectivamente, encontrar la producción óptima y compara los resultados. Y si decidiéramos bajarlos de forma que los beneficios respectivos serían 1, 1 y 1 respectivamente, ¿qué ocurrirá?

Maximizar 4x1+3x2+x3
4x1+2x2+3x3<=40
2x1+2x2+x3<=30
X1,x2,x3>=0

Operaciones intermedias **(mostrar/ocultar detalles)**

Tabla 3			3	2	1	0	0
Base	**C_b**	**P_0**	**P_1**	**P_2**	**P_3**	**P_4**	**P_5**
P_1	3	5	1	0	1	0.5	-0.5
P_2	2	10	0	1	-0.5	-0.5	1
Z		35	0	0	1	0.5	0.5

☐ Mostrar resultados como fracciones.

La solución óptima es Z = 35
$X_1 = 5$
$X_2 = 10$
$X_3 = 0$

En caso de aumentar los precios la combinación mas rentable seria la misma pero el beneficio seria 15 unidades mayor.

c) ¿Qué ocurriría si para el producto C se decide usar 4 unidades de recurso 1 y 2 unidades de recurso 2? Y si se usaran ½ unidad del recurso 1 y 1 del recurso 2?

Tabla 1			3	2	1	0	0
Base	**C_b**	**P_0**	**P_1**	**P_2**	**P_3**	**P_4**	**P_5**
P_4	0	40	4	2	3	1	0
P_5	0	30	2	2	1	0	1
Z		0	-3	-2	-1	0	0

Tabla 3			3	2	1	0	0
Base	**C_b**	**P_0**	**P_1**	**P_2**	**P_3**	**P_4**	**P_5**
P_1	3	5	1	0	1	0.5	-0.5
P_2	2	10	0	1	-0.5	-0.5	1
Z		35	0	0	1	0.5	0.5

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow B^{-1} = \begin{pmatrix} 0'5 & -0'5 \\ -0'5 & 1 \end{pmatrix}$$

Cuando los recursos son 4, 2

$$\begin{pmatrix} 0'5 & -0'5 \\ -0'5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$z_3 = 2$ ya tenemos una sol óptima

Cuando los recursos son 0'5, 1

$$\begin{pmatrix} 0'5 & -0'5 \\ -0'5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0'5 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0'25 \\ 0'75 \end{pmatrix}$$

$z_3 = -0'25$ debemos buscar una sol óptima

Tabla 3			3	2	1	0	0
Base	**C_b**	**P_0**	**P_1**	**P_2**	**P_3**	**P_4**	**P_5**
P_1	3	5	1	0	-0'25	0.5	-0.5
P_2	2	10	0	1	0'75	-0.5	1
Z		35	0	0	-0'25	0.5	0.5

Tabla 3			3	2	1	0	0
Base	**C_b**	**P_0**	**P_1**	**P_2**	**P_3**	**P_4**	**P_5**
P_1	3	25 / 3	1	1 / 3	0	1 / 3	-1 / 6
P_3	1	40 / 3	0	4 / 3	1	-2 / 3	4 / 3
Z		115 / 3	0	1 / 3	0	1 / 3	5 / 6

Según las nuevas tablas la nueva solución más óptima es producir 8'3 del tipo A; 11,3 del tipo B y produciendo beneficios de 38'3

d) Se quiere producir un nuevo producto D, siendo los recursos necesarios 1 para el recurso 1 y 2 para el recurso 2 y el beneficio 1. ¿Es rentable?. Y si se usan 3 y 2 unidades de los recursos correspondientes y el beneficio fuera 3?

Tabla 1			3	2	1	0	0
Base	C_b	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_4	0	40	4	2	3	1	0
P_5	0	30	2	2	1	0	1
Z		0	-3	-2	-1	0	0

Tabla 3			3	2	1	0	0
Base	C_b	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
P_1	3	5	1	0	1	0.5	-0.5
P_2	2	10	0	1	-0.5	-0.5	1
Z		35	0	0	1	0.5	0.5

$$B = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow B^{-1} = \begin{pmatrix} 0'5 & -0'5 \\ -0'5 & 1 \end{pmatrix}$$

Cuando los recursos 1,2 y un beneficio 1

$$\begin{pmatrix} 0'5 & -0'5 \\ -0'5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0'5 \\ 1'5 \end{pmatrix}$$

$$z_6 = (3 \cdot (-0'5) + 2 \cdot (1'5)) - 1 = 0'5$$ no es solución óptima

Cuando los recursos valen 3'2 y producen 3:

$$\begin{pmatrix} 0'5 & -0'5 \\ -0'5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0'5 \\ 0'5 \end{pmatrix}$$

$$z_6 = (3 \cdot 0'5 + 2 \cdot 0'5) = -0'5$$ hay otra solución óptima

Tabla 3			3	2	1	3	0	0
Base	C_b	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
P_4	3	40 / 3	4 / 3	2 / 3	1	1	1 / 3	0
P_6	0	10 / 3	-2 / 3	2 / 3	-1	0	-2 / 3	1
Z		40	1	0	2	0	1	0

Existen infinitas soluciones

d.2) Ahora se decide usar un nuevo tipo de materia prima para la producción de los productos A, B y C de la tabla. De este nuevo recurso se tiene 20 unidades y se requiere 1 unidad para producir cada uno de los productos ¿Mejora la producción?

Maximizar $3x_1 + 2x_2 + x_3$

$$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 40$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 30$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \leq 20$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Tabla 3			3	2	1	0	0	0
Base	C_b	P_0	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
P_1	3	5	1	0	1	0.5	-0.5	0
P_2	2	10	0	1	-0.5	-0.5	1	0
P_6	0	5	0	0	0.5	0	-0.5	1
Z		35	0	0	1	0.5	0.5	0

☐ Mostrar resultados como fracciones.

La solución óptima es Z = 35
$X_1 = 5$
$X_2 = 10$
$X_3 = 0$

Seguimos teniendo la misma solución que al principio siendo esta la producción de 5 unidades del tipo A, 10 del tipo B y 0 del tipo C