

Una empresa produce dos tipos de ventiladores para ordenador: modelo A y modelo B. Por cada hora de trabajo se obtienen 20 ventiladores tipo A y 30 del modelo B. Por motivos de capacidad de la empresa no se pueden fabricar al día más de 600 ventiladores ni menos de 250. Además debido a las características de los dos modelos el coste por unidad producida del modelo A es de 4 € y 3 € por unidad producida del modelo B.

1.-Determinar las horas diarias óptimas de trabajo para invertir en la producción de los dos modelos de ventiladores que maximice el número de ventiladores diarios y minimice el coste total diario.

#### NOTA

Resolver el problema usando programación por compromiso

#### Maximización del número de ventiladores diarios

Por cada hora de trabajo se obtienen 20 ventiladores tipo A y 30 ventiladores tipo B, esto nos deja la función de la siguiente forma:

$$F(X_1, X_2): 20X_1 + 30X_2$$

Siendo  $X_1$  el número de horas de trabajo que se han invertido en la maquina A y  $X_2$  el numero de horas de trabajo que se han invertido en la maquina B.

#### Minimización del coste total diario

Sabiendo que el coste por unidad producida del tipo A es 4€, mientras que el del tipo B es de 3€ la función objetivo quedaría de la siguiente manera:

$$F(X_1, X_2): (20 \cdot 4)X_1 + (30 \cdot 3)X_2$$

Que simplificándose quedaría de la siguiente manera

Razón en su mínima expresión

$$\text{Dawson } F[X_1, X_2]: 80 X_1 + 90 X_2$$

Seguiremos la técnica de programación por compromiso.

Maximizar  $20X_1 + 30x_2$

Minimizar  $80X_1 + 90X_2$

Sujeto a:

$$20X_1 + 30X_2 \leq 600$$

$$20X_1 + 30X_2 \geq 250$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Considero los dos objetivos igual de importantes, es decir  $w_1=w_2=1/2$

Ahora podré obtener los valores ideales y anti-ideales de cada una de las funciones objetivo que tenemos.

	IDEAL	ANTI-IDEAL
F1	$F1^* = 600$	$F^*1=250$
F2	$F2^*=-750$	$F^*2=-2400$

Con estos valores la función compromiso nos queda de la siguiente forma:

$$\frac{600-2X_1-30X_2}{600-250} + \frac{-750+80X_1+90X_2}{-750+2400}$$

Que simplificado queda

$$\frac{1455-10X_1-36X_2}{1155}$$

Ahora ya tenemos la forma final del problema

**Minimizar  $-10X_1-36X_2$  = Maximizar  $10X_1+36X_2$**

Sujeto a:

$$20X_1 + 30X_2 \leq 600$$

$$20X_1 + 30X_2 \geq 250$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Que resolviéndolo con phpsimplex nos da lo siguiente

Operaciones intermedias (**mostrar/ocultar detalles**)

Tabla 2			10	36	0	0
Base	$C_b$	$P_0$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$P_4$	0	350	0	0	1	1
$P_2$	36	20	2 / 3	1	1 / 30	0
<b>Z</b>		<b>720</b>	14	0	6 / 5	0

☒ Mostrar resultados como fracciones.

La solución óptima es  $Z = 720$

$$X_1 = 0$$

$$X_2 = 20$$

Nos da que la solución es (0,20), es decir, lo óptimo es invertir 0 horas en la producción de ventiladores tipo A y 20 horas en la producción de ventiladores tipo B.

2.- Supongamos que la empresa se pone como objetivo adicional minimizar la diferencia de horas invertidas en la fabricación de cada tipo de ventiladores.

a) **Resolver el problema por metas ponderadas** si se fijan los siguientes niveles de aspiración tales que conducen a las siguientes metas

- El coste total diario no supere los 2000 €.
- Las horas de trabajo diarias invertidas en la fabricación de los dos tipos de ventiladores sean iguales.
- El número de piezas diarias sea mayor o igual a 800.

Comenzare formulando el problema con la información que tengo:

Maximizar  $20X_1 + 30X_2$

Sujeto a:

$$20X_1 + 30X_2 \leq 600$$

$$20X_1 + 30X_2 \geq 250$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Tenemos en cuenta las siguientes metas y niveles de aspiración:

Meta	Meta transformada	hi
$80X_1 + 90X_2 \leq 2000$	$80X_1 + 90X_2 + n_1 - p_1 = 2000$	p1
$X_1 - X_2 = 0$	$X_1 - X_2 + n_2 - p_2 = 0$	n2, p2
$20X_1 + 30X_2 \geq 800$	$20X_1 + 30X_2 + n_3 - p_3 = 800$	n3

Ahora resolveré el problema:

Minimizar  $p_1/2000 + n_3/800$

Sujeto a:

$$80X_1 + 90X_2 + n_1 - p_1 = 2000$$

$$X_1 - X_2 + n_2 - p_2 = 0$$

$$20X_1 + 30X_2 + n_3 - p_3 = 800$$

$$20X_1 + 30X_2 \geq 250$$

$$20X_1 + 30X_2 \leq 600$$

$$X_1, X_2, n_i, p_i \geq 0$$

Podemos ver que las soluciones satisfactorias están en la región:  $5/100000X_1$ ,  
 $125/100000X_2 = 1/4$

Resolviendo el sistema por el método simplex puedo ver que es factible puesto que tiene solución.

b) Determinar las horas diarias óptimas de trabajo para invertir en la producción de los dos modelos de ventiladores con las siguientes metas y prioridades:

- Prioridad 1. El coste total diario no supere los 2000 €.
- Prioridad 2. Las horas de trabajo diarias invertidas en la fabricación de los dos tipos de

ventiladores sean iguales.

- Prioridad 3. Maximizar el número de piezas diarias.

Empezaremos describiendo el problema:

Maximizar  $20X_1 + 30X_2$

Minimizar  $80X_1 + 90X_2$

Sujeto a:

$$20X_1 + 30X_2 \leq 600$$

$$20X_1 + 30X_2 \geq 250$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Ahora tengo que fijar los niveles de aspiración, las metas y las variables de desviación:

Meta	Meta transformada	hi
$80X_1 + 90X_2 \leq 2000$	$80X_1 + 90X_2 + n_1 - p_1 = 2000$	$p_1$
$X_1 - X_2 = 0$	$X_1 - X_2 + n_2 - p_2 = 0$	$n_2, p_2$
$20X_1 + 30X_2 \geq 800$	$20X_1 + 30X_2 + n_3 - p_3 = 800$	$n_3$

Ahora he de resolver la tabla por niveles

Minimizar  $n_4 + p_5$

Sujeto a:

$$20X_1 + 30X_2 + n_5 + p_5 \leq 600$$

$$20X_1 + 30X_2 + n_4 + p_4 \geq 250$$

$$X_1, X_2, n_i, p_i \geq 0$$

Si resolvemos el problema con php simplex, vemos que existe solución para la cual tanto  $n_4$  como  $p_5$  tienen un valor de 0 por lo que podemos pasar al nivel 1.

### Nivel 1

Minimizar  $p_1$

Sujeto a:

$$80X_1 + 90X_2 + n_1 - p_1 = 2000$$

$$20X_1 + 30X_2 > 250$$

$$20X_1 + 30X_2 < 600$$

$$X_1, X_2, n_i, p_i > 0$$

Si lo resuelvo con php simplex obtengo también una solución para la cual  $p_1$  tiene el valor de 0 lo cual me hace pasar al nivel 2.

## Nivel 2

Minimizar:  $n_2 + p_2$

Sujeto a:

$$80X_1 + 90X_2 + n_1 = 2000$$

$$X_1 - X_2 + n_2 - p_2 = 0$$

$$20X_1 + 30X_2 > 250$$

$$20X_1 + 30X_2 < 600$$

$$X_1, X_2, n_i, p_i > 0$$

Resolviendo el problema con simplex ahora obtengo un valor de  $n_2$  y de  $p_2$  igual a 0 lo cual me hace pasar al nivel 3

## Nivel 3

Minimizar  $n_3$

Sujeto a:

$$80X_1 + 90X_2 + n_1 = 2000$$

$$X_1 - X_2 = 0$$

$$X_1 - X_2 + n_3 - p_3 = 0$$

$$20X_1 + 30X_2 > 250$$

$$20X_1 + 30X_2 < 600$$

$$X_1, X_2, n_i, p_i > 0$$

Resolviendo el sistema la solución óptima dada es  $X_1=200/17$ ,  $X_2=200/17$ ,  $p_1=0$ ,  $p_2=0$ ,  $p_3=0$ ,  $n_1=0$ ,  $n_2=0$  y  $n_3=3600/17$