# Repaso Precálculo

Departamento de matemáticas, Universidad de los Andes

12 Marzo 12022

# 1 Operaciones en los número reales

## 1.1 Propiedades de los número reales

Para números arbitrarios reales $a, b, c$ la operación de suma $+$ y producto $\cdot$ definidos normalmente cumplen las siguientes propiedades:

- **Conmutatividad de la suma**: $a + b = b + a$
- **Conmutatividad del producto**: $ab = ba$
- **Asociatividad de la suma**: $(a + b) + c = a + (b + c)$
- **Asociatividad del producto**: $(ab)c = a(bc)$
- **Propiedad distributiva de la suma**: $a(b + c) = ac + bc$
- **Propiedad distributiva del producto**: $(a + b)c = ac + bc$

# 2 Exponentes y radicales

## 2.1 Exponentes

**Definición**: Si $a$ es cualquier número real y $n$ es un entero positivo, definimos la potencia $n$-ésima de a como: $a^n = \underbrace{a \cdot ... \cdot a}_{n\ veces}$. El número a es llamado la *base* y $n$ el *exponente*.

**Leyes de exponentes:**

1. $a^m a^n = a^{m+n}$
2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
3. $(a^m)^n = a^{mn}$
4. $(ab)^n = a^n b^n$
5. $(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$
6. $(\frac{a}{b})^{-n} = (\frac{b}{a})^n$
7. $\frac{a^{-n}}{b^{-m}} = \frac{b^m}{a^n}$

## 2.2 Radicales

**Definición**: Si $a$ es cualquier número real y $n$ es un entero positivo, definimos la $n$-raíz principal de a como $\sqrt[n]{a} = b \quad \rightarrow \quad b^n = a$. En ocasiones es conveniente expresar esta raíz como $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$.
**Propiedades de raíces:**

1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\,\sqrt[n]{b}$
2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

3. $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

4. $\sqrt[n]{a^n} = a$ si n es impar.

5. $\sqrt[n]{a^n} = |a|$ si n es par.

# 3 Expresiones algebráicas

**Definición**:Un polinomio en la variable $x$ es una expresión de la forma

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0 \tag{1}$$

donde $a_n ... a_0$ son números reales y $n$ es un entero positivo. Si $a_n \neq 0$ el polinomio tiene grado $n$. Los monomios $a_k x^k$ que componen la expresión son llamados términos.
**Producto notable**

1. Diferencia de cuadrados: $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$
2. Cuadrado de un binomio: $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
3. Cubo de un binomio: $(A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3$
4. Producto de binomios: $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + (ab)x$

**Factorización**

1. Diferencia de cuadrados: $A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$
2. Trinomio cuadrado perfecto: $A^2 \pm 2AB + B^2 = (A \pm B)^2$
3. Suma o diferencia de cubos: $A^3 \pm B^3 = (A \pm B)(A^2 \mp AB + B^2)$
4. Factorizar $x^2 + bx + c$: $x^2 + bx + c = (x+r)(x+s)$ donde $r + s = b$ y $rs = c$.

# 4 Expresiones racionales

**Definición**:Definimos una expresión racional como el cociente de dos polinomios, es decir, una fracción donde el numerador y el denominador son expresiones algebráicas.

## 4.1 Dominio de una expresión racional

**Definición**:Definimos el dominio de una función algebráica como el conjunto de todos los valores reales que la variable puede tomar.Para encontrar el dominio debemos de tener en cuenta las siguientes restricciones:

1. Para $\frac{1}{p(x)}$ el dominio es el conjunto $\{x \ : \ p(x) \neq 0\}$.
2. Para $\sqrt{p(x)}$ el dominio es el conjunto $\{x \ : \ p(x) \geq 0\}$.
3. Para $\frac{1}{\sqrt{p(x)}}$ el dominio es el conjunto $\{x \ : \ p(x) > 0\}$.