

Problem 21: Przejazdka po mieście

Punkty: 60

Autor: Anthony Vardaro, Dallas, Teksas, Stany Zjednoczone

Wprowadzenie

Systemy transportu publicznego często korzystają z różnych metod transportowych mających ułatwić ludziom lub ich grupom poruszanie się po mieście. Niezależnie od metody podróżowania każdy system transportu publicznego ma skończoną liczbę „przystanków”, na których podróżni zbierają się w oczekiwaniu na przyjazd autobusu lub pociągu. Podróżni nie powinni musieć iść zbyt daleko w celu dojścia na przystanek, dlatego często umieszcza się je w strategicznych miejscach w pobliżu atrakcji turystycznych, osiedli mieszkalnych i innych obszarów o dużej populacji, gdzie są użyteczne.

Lockheed Martin otrzymała kontrakt na zaprojektowanie pierwszego miejskiego systemu transportu publicznego. Firma dostarczy waszemu zespołowi położenie kilku istotnych punktów w mieście, ale potrzebuje waszej pomocy, by upewnić się, że proponowane przystanki autobusowe rozmieszczono w najlepszych lokalizacjach.

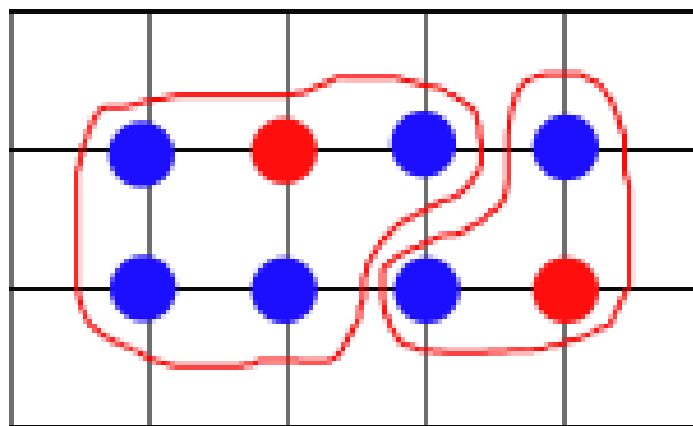
Opis problemu

Rada miasta orientuje się z grubsza, gdzie powinna umieścić przystanki, ale obawiają się, że ich położenie nie jest optymalne. Wasz inżynier prowadzący sugeruje skorzystanie z algorytmu heurystycznego o nazwie „k-means” w celu optymalizacji położenia przystanków.

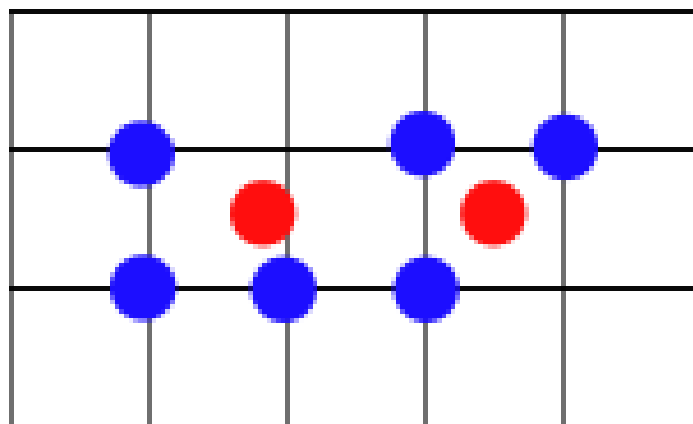
Algorytm k-means działa zbierając szeregi punktów w gromady. Każda gromada ma swój centroid - punkt, który leży w najmniejszej możliwej odległości od każdego punktu danych w danej gromadzie. Zwykle algorytm zaczyna od wybrania losowego zestawu centroidów, a następnie je optymalizuje; tutaj zaczniemy od proponowanych przez radę miejską przystanków: to one będą stanowić początkowy zestaw centroidów.

Algorytm pracuje przeprowadzając kilka iteracji; w każdej iteracji punkty (obiekty miejskie) są sortowane w gromady poprzez wskazanie, który proponowany centroid (przystanek autobusowy) jest najbliżej nich. (W przypadku remisu obiekty miejskie powinny preferować przystanek z najniższą współrzędną X; w przypadku dalszego remisu przystanek z najniższą współrzędną Y). Każda gromada wskazuje następnie nowy centroid uśredniając współrzędne wszystkich jej punktów. Gromady są następnie rozwiązywane, a proces się powtarza aż do momentu, gdy żaden z centroidów nie zmienia pozycji po iteracji.

Dla przykładu spójrzmy na poniższą siatkę współrzędnych. Punkty niebieskie przedstawiają obiekty miejskie, a czerwone przedstawiają proponowane przez radę miejską przystanki autobusowe.



Faliste czerwone linie wskazują, gdzie pogrupowano obiekty w gromady; ponownie wykonuje się to wskazując najbliższy proponowany przystanek autobusowy dla każdego obiektu. Po utworzeniu gromad możemy uśrednić współrzędne każdego obiektu w gromadzie, aby wskazać nowe lokalizacje przystanków. Przystanek autobusowy w lewej gromadzie przesunąłby się w rezultacie w dół i nieco na lewo; w prawej przesunąłby się dokładnie pomiędzy dwa obiekty tej gromady, jak widać na ilustracji.



Proces jest powtarzany, przy czym tworzą się nowe gromady, a przystanki ponownie ulegają przesunięciu. Zauważcie, że górny środkowy obiekt jest teraz bliżej prawego przystanku niż lewego; w rezultacie przesunie się on do prawej gromady. Te nowe gromady posłużą do wskazania nowych lokalizacji przystanków aż do wykonania iteracji, w której nie będzie żadnych zmian lokalizacji.

Poniższe równanie służące do ustalenia odległości w linii prostej między dwoma punktami będzie przydatne przy rozwiązywaniu problemu:

$$d = \sqrt{(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2}$$

Przykładowe dane wejściowe

Pierwszy wiersz danych wejściowych programu, otrzymanych przez standardowy kanał wejściowy, będzie zawierać dodatnią liczbę całkowitą oznaczającą liczbę przypadków testowych. Każdy przypadek testowy będzie zawierać:

- Wiersz zawierający dwie dodatnie liczby całkowite, oddzielone spacjami:

- L, liczbę obiektów miejskich wymagających dostępu do transportu publicznego
- S, liczbę proponowanych przystanków wskazanych przez radę miejską
- A wierszy zawierających dwie liczby całkowite, odpowiednio reprezentujące współrzędne X i Y danego obiektu miejskiego
- S wierszy zawierających dwie liczby całkowite, odpowiednio reprezentujące współrzędne X i Y proponowanego przystanku

```
1
6 2
0 1
2 1
3 1
0 0
1 0
2 0
1 1
3 0
```

Przykładowe dane wyjściowe

W każdym przypadku testowym program musi wyświetlić współrzędne X i Y optymalnej lokalizacji każdego przystanku autobusowego. Współrzędne mają być zaokrąglone do jednego miejsca dziesiętnego, zawierać zera końcowe i być oddzielone spacjami; każdy przystanek powinien być wyświetlony w oddzielnym wierszu, w podanej kolejności.

```
0.3 0.3
2.3 0.7
```