Ejercicios de Ampliación de Probabilidad

Paco Mora Caselles

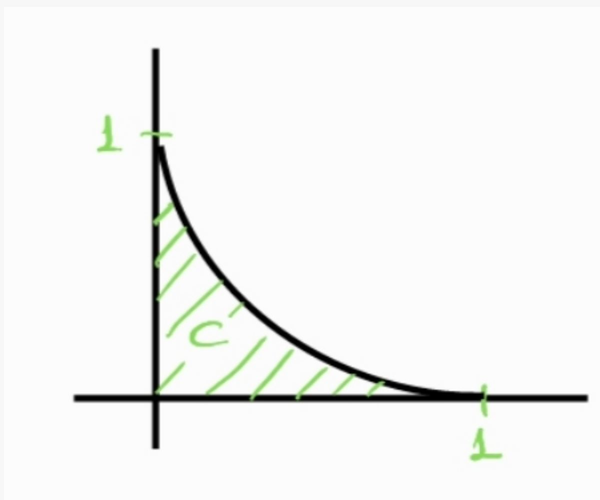
27 de enero de 2022

CAPÍTULO 1

Relación 1

Ejercicio 1.

$$C = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ 0 < x < 1, \ 0 < y < 1, \ y < (1-x)^2\}$$



Dejamos por ahora f en función de k, más tarde calculamos su valor:

$$f(x,y) = \begin{cases} k & (x,y) \in C \\ 0 & (x,y) \notin C \end{cases}$$

Para $x \in (0,1)$:

$$f_1(x) = \int f(x,y)dy = \int_0^{(1-x)^2} kdy = k(1-x)^2$$

Entonces tenemos:

$$f_1(x) = \begin{cases} k(1-x)^2 & x \in (0,1) \\ 0 & x \notin (0,1) \end{cases}$$

Pasamos ahora a $f_2(y)$, cuando $y \in (0,1)$:

$$f_2(y) = \int f(x,y)dx = \int_0^{1-y^{1/2}} = k(1-y)^{1/2}$$

Calculamos ahora $E(X^n(1-X)^m)$ usamos $f_1(x)$:

$$E(X^n(1-X)^m) = \int x^n(1-x)^m f_1(x)dx = \int_0^1 x^n(1-x)^m k(1-x)^2 dx = k\int_0^1 x^n(1-x)^{m+2} =$$

$$= kB(n+1, m+3) = k\frac{\Gamma(n+1)\Gamma(m+3)}{\Gamma(n+m+4)} = k\frac{n!(m+2)!}{(n+m+3)!}$$

Los momentos de orden n respecto del origen, la esperanza y la varianza de X las podemos calcular con esta expresión. Para los primeros casos tomamos $m = 0$ y para la varianza podemos usar que $Var(X) = E(X^2) - E(X)^2$