

Ejemplos PIA

Paco Mora

23 de septiembre de 2022

Sustituciones

$$\begin{aligned} & \lambda y.(yz)[y/z] \\ & \lambda a.(yz)[a/y][y/z] \\ & \lambda a.(az)[y/z] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (\lambda y.x(\lambda x.x)z)[\lambda v.vy/z] \\ & \lambda a.(x(\lambda x.x)z)[a/y][(\lambda v.vy/z)] \\ & \lambda a.(x(\lambda x.x)z)[\lambda v.vy/z] \\ & \lambda a.x(\lambda x.x)(\lambda v.vy) \end{aligned}$$

// Así sería paso a paso pero es un lío

$$\begin{aligned} & (\lambda y.(\lambda f.fx)y)[fy/x] \\ & \lambda a.((\lambda f.fx)y)[a/y][fy/x] \\ & \lambda a.((\lambda f.fx)a)[fy/x] \\ & \lambda a.((\lambda f.fx)[fy/x])(a[fy/x]) \\ & \lambda a.\lambda b.(fx)[b/f][fy/x] \\ & \lambda a.(\lambda b.(bx)[fy(x)])a \\ & \lambda a.(\lambda b.b(fy))a \end{aligned}$$

// Se puede hacer a troncho más fácil

$$\begin{aligned} & (\lambda y.(\lambda f.fx)y)[fy/x] \\ & (\lambda a.(\lambda b.bx)a)[fy/x] \\ & \lambda a.(\lambda b.b(fy))a \end{aligned}$$

Alfa, beta y eta reducción

$$(\lambda x.\lambda z.x + z)y \xrightarrow{\beta} \lambda z.y + z$$

$$(\lambda x.\lambda z.x + z)z \xrightarrow{\beta} \lambda a.z + a$$

$$\begin{aligned} & (\lambda x.x(\lambda y.xyy)x)(\lambda z.\lambda w.z) \xrightarrow{\beta} (\lambda z.\lambda w.z)(\lambda y.(\lambda z.\lambda w.z)yy)(\lambda z.\lambda w.z) \\ & \xrightarrow{\beta} (\lambda z.\lambda w.)(\lambda y.(\lambda w.y)y)(\lambda z.\lambda w.z) \xrightarrow{\beta} (\lambda z.\lambda w.z)(\lambda y.y)(\lambda z.\lambda w.z) \xrightarrow{\beta} (\lambda w.(\lambda y.y))(\lambda z.\lambda w.z) \xrightarrow{\beta} \lambda y.y \end{aligned}$$

Vemos ahora un ejemplo en el que hay que usar renombramiento:

$$(\lambda ab.ab)(\lambda x.bx)c \xrightarrow{\beta} (\lambda z.(\lambda x.bx)z)c \xrightarrow{\beta} (\lambda z.bz)c \xrightarrow{\beta} bc$$

$$(\lambda x.(\lambda y.x)y(\lambda z.z))(\lambda y.yz)$$

Vamos a ver el orden normal y el aplicativo. Empezamos por el normal:

$$(\lambda y.y\lambda y.yz)y(\lambda z.z) \xrightarrow{\beta} (\lambda y.yz)(\lambda z.z) \xrightarrow{\beta} (\lambda z.z)z \xrightarrow{\beta} z$$

Y el aplicativo:

$$(\lambda x.x(\lambda z.z))(\lambda y.yz) \xrightarrow{\beta} (\lambda y.yz)(\lambda z.z) \xrightarrow{\beta} (\lambda z.z)z \xrightarrow{\beta} z$$