

禁書目錄

# 三角函數本

Index Librorum Prohibitorum

**Trigo functions**

Paco Index

Last updated: 23 Jan 2025



Eli, Eli, lema sabachthani?  
主！為什麼離棄我？《聖經·馬太福音》

# Chapter 1 任意角與弧度制

## 1.1 角

### Definition:

一條射綫繞其端点逆時針方向旋轉形成的角叫**正角**

反之, 順時針方向旋轉形成的角叫**負角**

若它沒有做任何旋轉, 我們則稱它為**零角**

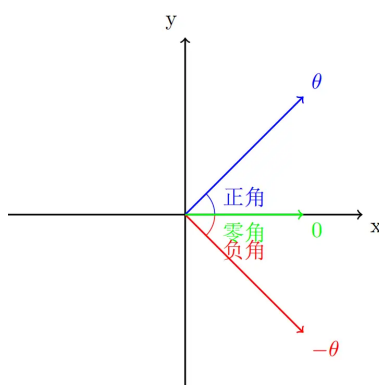


Figure 1:

不難知, 若我們想得到  $\alpha + \beta$  角, 可以先逆時針旋轉  $\alpha$ , 再逆時針旋轉  $\beta$ .

同理, 若我們想得到  $\alpha - \beta$  角, 可以先逆時針旋轉  $\alpha$ , 再順時針旋轉  $\beta$  (即逆時針旋轉  $(-\beta)$ ).

我們也注意到了任何角旋轉  $360^\circ$  後, 其終邊位置不變. 故我們知所有與  $\alpha$  終邊相同的角的集合為  $S = \{\theta : \theta = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

## 1.2 弧度制

### Definition:

長度等於半徑長的圓弧所對的圓心角, 叫做弧度 1 rad 的角 (rad 通常忽略不寫)

上述 Definition 其實並不好用, 我們其實可以理解成: 在半徑為  $r$  的圓中, 圓心角  $\alpha$  所對圓弧  $l$ . 那麼便有:

$$|\alpha| = \frac{l}{r}$$

故一個單位圓中, 我們易知:  $360^\circ = 2\pi \Rightarrow 180^\circ = \pi$

**度數與弧度的轉換:**

以度數表示的角，把數字乘以  $\frac{\pi}{180^\circ}$  便轉換成弧度；以弧度表示的角，乘以  $\frac{180^\circ}{\pi}$  便轉換成度數。

**Example:**

$$60^\circ = 60^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{3} \quad \frac{3\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 270^\circ$$

角度	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$

Table 1: 相同角度的轉換表

**Exercise:**

求証下面扇形公式:

$$(1) l = \alpha R \quad (2) S = \frac{1}{2}\alpha R^2 \quad (3) S = \frac{1}{2}lR$$

以上公式推唔到就背 LA

## Chapter 2 三角函數的概念