

禁書目錄

三角函數本

Index Librorum Prohibitorum

Trigo functions

Paco Index

Last updated: 23 Jan 2025



Eli, Eli, lema sabachthani?
主！為什麼離棄我？《聖經·馬太福音》

Chapter 1 任意角與弧度制

1.1 角

Definition:

一條射綫繞其端点逆時針方向旋轉形成的角叫**正角**

反之, 順時針方向旋轉形成的角叫**負角**

若它沒有做任何旋轉, 我們則稱它為**零角**

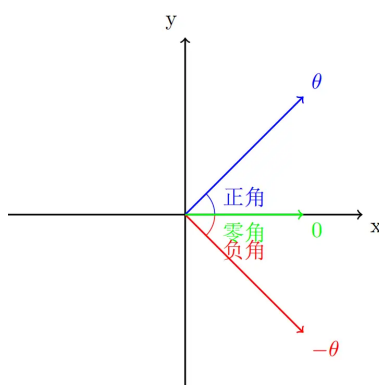


Figure 1:

不難知, 若我們想得到 $\alpha + \beta$ 角, 可以先逆時針旋轉 α , 再逆時針旋轉 β .

同理, 若我們想得到 $\alpha - \beta$ 角, 可以先逆時針旋轉 α , 再順時針旋轉 β (即逆時針旋轉 $(-\beta)$).

我們也注意到了任何角旋轉 360° 後, 其終邊位置不變. 故我們知所有與 α 終邊相同的角的集合為 $S = \{\theta : \theta = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

1.2 弧度制

Definition:

長度等於半徑長的圓弧所對的圓心角, 叫做弧度 1 rad 的角 (rad 通常忽略不寫)

上述 Definition 其實並不好用, 我們其實可以理解成: 在半徑為 r 的圓中, 圓心角 α 所對圓弧 l . 那麼便有:

$$|\alpha| = \frac{l}{r}$$

故一個單位圓中, 我們易知: $360^\circ = 2\pi \Rightarrow 180^\circ = \pi$

度數與弧度的轉換:

以度數表示的角，把數字乘以 $\frac{\pi}{180^\circ}$ 便轉換成弧度；以弧度表示的角，乘以 $\frac{180^\circ}{\pi}$ 便轉換成度數。

Example:

$$60^\circ = 60^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{3} \quad \frac{3\pi}{2} = \frac{3\pi}{2} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 270^\circ$$

角度	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

Table 1: 相同角度的轉換表

Exercise:

求証下面扇形公式:

$$(1) l = \alpha R \quad (2) S = \frac{1}{2}\alpha R^2 \quad (3) S = \frac{1}{2}lR$$

以上公式推唔到就背 LA

Chapter 2 三角函數的概念