2 Estimation du temps de transport d'approvisionnement des matériaux sur un chantier

L'approvisionnement commence par le mapping des fournisseurs autour de la zone du chantier suivant les critères recherchés, lequel aboutit au choix du fournisseur répondant aux attentes du client. Puis, les diligences liées au traitement de la commande sont effectuées. Au moment d'effectuer la livraison des matériaux, le véhicule prend la route et aborde le trajet avec une certaine vitesse $\boldsymbol{V}$. Au cours du trajet, les caractéristiques du circuit d'approvisionnement reliant le fournisseur et le chantier en termes de conditions de la route, de conditions météorologiques et de circulation ont un impact sur ce dernier, lequel se traduit par la modification de ses variables notamment la vitesse de parcours et par conséquent le temps de transport.

Cette partie s'attèle à effectuer une modélisation de ce temps de transport autour des étapes que sont la mise en place d'un graphe de voies associées au circuit d'approvisionnement, l'estimation du temps de trajet sur un itinéraire, et enfin l'agrégation des différents itinéraires du graphe.

2.2 Graphe de voies associées au circuit d'approvisionnement

Connaissant le point de départ (fournisseur retenu) et le point d'arrivée (chantier), le graphe des voies associées au circuit d'approvisionnement est obtenu à l'issu d'un prétraitement effectué à partir des logiciels de cartographie (Google Mapp, SIG ou ArcGis). Il permet de ressortir toutes les différentes options de parcours possibles. Les sommets de ce graphe sont les différentes intersections identifiées et les arcs les différents itinéraires. Ce graphe est orienté en raison de la nature de ses liens (arcs) et sera noté $G = (X, U)$ où $X = \{x_i,\ i = 1,2, \dots, n\ \in \mathbb{N}\}$ et $U = \left\{I_{pq},\ p, q = 1,2, \dots, n\ \in \mathbb{N}\right\}$, I_{pq} étant l'itinéraire entre deux intersections x_p et x_q, p et q étant des valeurs quelconques de i.

2.3 Estimation du temps de trajet sur un itinéraire

Pour déterminer le temps de trajet sur un itinéraire, il est important d'effectuer une décomposition de celui-ci en tronçons homogènes et de procéder à une caractérisation de ces derniers. Ce découpage consiste à la délimitation des tronçons à partir des points de référence comme un changement de type de route, de type de revêtement, de l'état de la route, un passage sur un pont ou un dalot, un changement de pente. L'intérêt de procéder à cette opération est la possibilité qu'un itinéraire puisse être hétérogène le long du parcours.

2.3.1 Description des paramètres caractéristiques du trajet

Les paramètres caractéristiques d'un trajet dépendent du mode de transport employé. Dans le cas d'un approvisionnement local, sur lequel s'appuie notre étude, le mode de transport fréquemment utilisé est le transport routier, support essentiel à la croissance des pays.

i. L'état de la route

Selon le critère technique (mode d'exécution des travaux de construction ou d'entretien), on distingue les chaussées suivantes :

- **Piste naturelle** : il n'y a pas de chaussée véritable, ni d'aménagement sur la voie. La circulation se fait à même le sol naturel, et suit le tracé le moins mauvais ouvert par les véhicules précédents. Difficilement praticable en saison de pluie, cette catégorie de route qui prend souvent le nom de piste est saisonnière, est principalement retrouvée dans les zones reculées du pays ;
- **Route en terre** : il s'agit d'une route dont la couche de roulement est en matériaux sélectionnés et dûment aménagée avec des ouvrages d'assainissement. Elle est capable d'assurer une circulation permanente dans les conditions décentes ; c'est-à-dire le confort, la sécurité, la vitesse de circulation sont acceptables et la praticabilité n'est interrompue qu'exceptionnellement ;
- **Route revêtue** : c'est une route dont la couche de roulement en béton bitumineux (chaussées souples) ou en béton compacté au rouleau (chaussées rigides), ou en pavés.

Les caractéristiques intéressantes d'une route lors d'un trajet sont sa capacité et son état de dégradation. Sa capacité d'écoulement est la quantité de véhicules qu'elle peut transiter en condition de circulation normale, dépendamment de ses caractéristiques géométriques. Elle est déterminée en attribuant une capacité de C_0 = 200 UVP par mètre de largeur de chaussée revêtue **(CETUR, 1986)** : $\boldsymbol{C = C_0 \times largeur}$. Tenant compte de l'occupation d'une partie de route due aux activités humaines (commerciales…), un coefficient de réduction $\boldsymbol{k}$ de la capacité de la route permettant de traduire cette réalité est défini par :

k = $largeur\ utile$ /$largeur\ initiale$

Ainsi, $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{C_0} \times \boldsymbol{k} \times \boldsymbol{largeur\ initiale} = \boldsymbol{C_0} \times \boldsymbol{largeur\ utile}$

Concernant l'état de dégradation d'une route, il est le résultat des répétitions de charges et des facteurs environnementaux changeants qui agissent sur la chaussée au fil du temps comme en témoignent les différents types de dégradations. Ces dégradations ont un impact sur la qualité du transport et influencent les comportements de conduite et la rentabilité du transport notamment :

- Les changements de vitesse, les manœuvres, le choix de l'itinéraire (Hashim H.et al., 2018) : la sévérité de la dégradation et suivant le type de véhicules affecte la vitesse à laquelle un véhicule peut et veut circuler. Dans le cas des véhicules lourds qui sont les plus sensibles (véhicules de transport de matériaux de construction dans notre cas), le conducteur arbore la section de route dégradée avec prudence tout en diminuant la vitesse moyenne pour assurer la sécurité des marchandises transportées et minimiser les dommages sur le véhicule conforté par une étude menée par **Jihanny J. et al., en 2022** ;
- Les coûts et les temps de déplacement **(Khurram K. et al., 2023)** qui se traduisent par une l'augmentation du temps de trajet.

Dans une étude conduite par l'American Society for Testing and Materials (ASTM) en 2011, l'indice PCI a été proposé pour l'évaluation des chaussées. Il utilise une échelle d'évaluation où 100 indique un état idéal de la chaussée et 0 un état défectueux, comme illustré à la figure 2.3. L'indice PCI est depuis devenu un indicateur numérique reconnu et largement accepté de l'état des chaussées. La figure ci-après présente l'échelle d'évaluation.

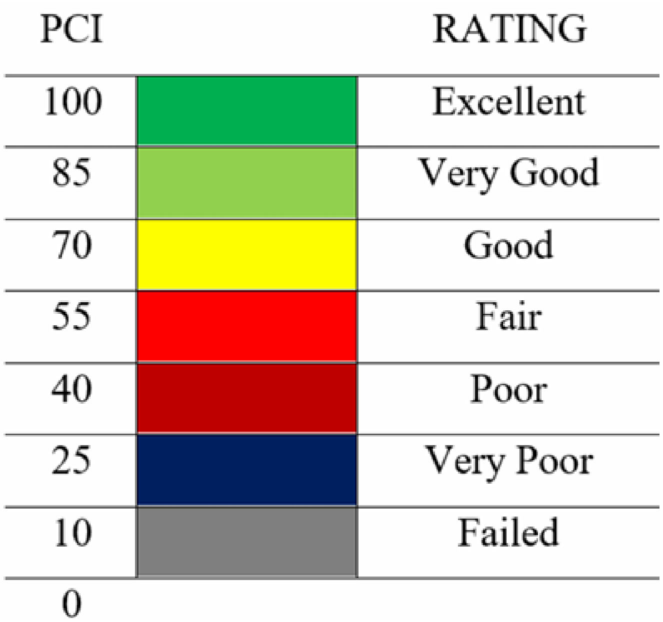

Figure **Erreur ! Il n'y a pas de texte répondant à ce style dans ce document.**-1. L’indice d’état de la chaussée (PCI) et l’échelle d’évaluation avec les couleurs correspondantes (ASTM, 2011)

Une diminution du PCI entraîne une diminution de la vitesse **Jihanny J. et al., en 2022**.

Cet indice d’état de la chaussée (PCI) sera déterminé dans le cas de notre étude par inspection visuelle. Les données recueillies comprendront les dimensions, l'état et la gravité de la route. Celles-ci permettront de définir au moyen du PCI l’état de dégradation de la route que l’on notera $\boldsymbol{E} \in \{\boldsymbol{bon}\ \text{é}\boldsymbol{tat}, \boldsymbol{moyen}\ \text{é}\boldsymbol{tat}, \boldsymbol{mauvais}\ \text{é}\boldsymbol{tat}\}$**,** lequel se conforme à la classification des routes suivant l’état de dégradation au Cameroun **(MINTP, 2016)**.

Tableau 1. Présentation des catégories d’état de surface des routes (Fandjio, 2020)

Type de route	**Piste naturelle**	**Route en terre**	**Route revêtue**
Bon état	 Route secondaire de borne 12 (Odza)	 Route Oyak (Odza)	 Route de Nkolda – Nsimalen
Moyen état	 Route à Bikok	 Route Nkolmekoun	 Route secondaire à Ekié
Mauvais état	 Route Etenga sur la route de barrière	 Route secondaire à Nsimeyon terre rouge	 Route secondaire à Nkolbisson

ii. L’état du trafic

Le trafic sur une route représente l’état de la circulation visible pendant une période donnée. C’est le facteur le plus courant et le plus significatif influençant le trajet d’un véhicule surtout en zone urbanisée. Il varie suivant les périodes de l’année (période de classe, période de vacances), les jours de la semaine (jours ouvrables, jours fériés) et les heures de la journée (heures de pointe, heures creuses). Augmentation du temps de trajet et des coûts d’exploitation chercher les références pour montrer son impact.

Plusieurs théories ont été bâties pour modéliser l’écoulement de la circulation routière en empruntant des outils à différentes disciplines (la physique, les mathématiques appliquées, et récemment l’informatique et l’automatique) et ont été adaptés pour reproduire les caractéristiques du trafic routier. Ces travaux scientifiques ont conduit à définir des paramètres caractéristiques, des variables descriptives et des équations mathématiques reliant ces différentes variables et paramètres, établissant ainsi des modèles de trafic qui permettent de traduire le comportement de la circulation aux différents niveaux de détails sur une section de route considérée. Ces modèles de trafic sont principalement classés en deux catégories : les modèles macroscopiques et les modèles microscopiques.

Les modèles macroscopiques permettent de décrire le comportement dynamique global de la circulation en considérant la circulation comme un phénomène continu par analogie avec la mécanique des fluides. Les variables mises en jeu permettant de décrire l'état du flux du trafic sont les suivantes (Ré-Mi Hage, 2012) :

- **Le débit du trafic** : il représente la quantité moyenne du flux q mesuré en nombre de véhicules N qui passent au point x de la section de route considérée, entre deux instants de temps t_1 et t_2. Il permet de décrire la distribution des véhicules dans le temps, on peut le définir par sens de circulation : $q(x, t_1, t_2) = \frac{N}{t_2 - t_1}$
- **La densité moyenne :** encore appelée concentration spatiale, la densité moyenne ρ est définie par le nombre de véhicules N qui se trouvent à l'instant t dans la section délimitée par les points x_1 et x_2. Elle décrit la distribution des véhicules dans l'espace, on peut également la définir par sens de circulation : $\rho(t, x_1, x_2) = \frac{N}{x_2 - x_1}$
- **La vitesse du flot** qui représente la vitesse équivalente V à laquelle un ensemble de véhicules traversent une section de route. De façon générale, on la définit en un point x et à un temps t par le rapport entre le débit instantané et la densité spatiale instantanée :

$$V(x,t) = \frac{q(x,t)}{\rho(x,t)} : \textit{équation de la vitesse de flot}$$

- **L'équation de conservation :** le principe de conservation des véhicules intervient entre deux points x_A et x_B lorsqu'il n'y a ni de fuite ni de source de flux entre eux. Il dit que l'évolution du nombre de véhicules entre deux instants t_1 et t_2 est égale à la différence entre le flux entrant en x_A et le flux sortant en x_B.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 : \textit{équation de conservation du nombre de véhicule}$$

- **Le diagramme fondamental :** il représente les différentes relations qu'entretiennent les variables macroscopiques que sont le débit, la densité et vitesse. L'équation de la vitesse à l'état d'équilibre proposée par Greenshield à partir de données expérimentales.

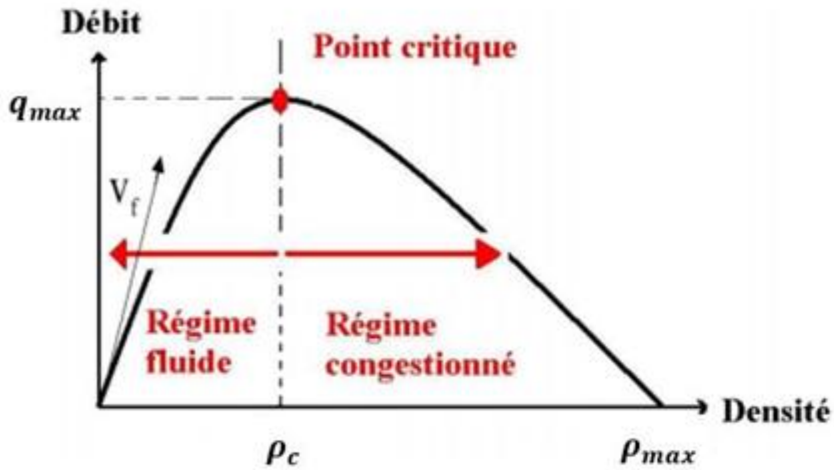

Figure. Diagramme fondamental (Ré-Mi Hage, 2012)

En première approximation, ce diagramme simule bien la réalité de la circulation routière. En effet lorsque la concentration des véhicules ρ est faible, ces derniers roulent à leur vitesse maximale autorisée (fixée par la réglementation) qui correspond à la vitesse libre du flux, notée V_f. Plus cette concentration dans la zone donnée de la route augmente, plus le débit de circulation q augmente. Cette augmentation se poursuivra jusqu'à atteindre le débit maximal q_{max} désignant la capacité de la section étudiée. Ce point est appelé point critique (ρ_c), et marque le début de la saturation de la section de route étudiée : c'est la congestion. Quand la concentration augmente, cette saturation se traduit par une diminution du débit et, par conséquent, de la vitesse. La densité maximale est obtenue dans le cas où tous les véhicules sont immobiles, ce qui désigne le nombre maximal de véhicules en arrêt complet qu'une route peut contenir.

Quant aux modèles microscopiques, ils décrivent le comportement individuel des véhicules en fonction des conditions de trafic rencontrées. Les variables sont donc exprimées pour chaque véhicule et sont étroitement liées à sa dynamique. Sa principale variable est la vitesse individuelle.

Au niveau microscopique, la vitesse moyenne v_m d'un véhicule est définie sur une durée T par :

$v_m = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v(t)dt$, où v_i désigne la vitesse instantanée du véhicule i.

La mesure de la vitesse instantanée d'un véhicule individuel nécessite des observations sur un intervalle d'espace $[x_1, x_2]$ et un intervalle de temps $[t_1, t_2]$. Cette vitesse est définie par :

$$v = \frac{dx}{dt} = \lim_{t_2 \to t_1} \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

L'étude du trafic permettra de fournir les meilleures fenêtres de livraison selon le scénario dans lequel on se trouve : heure du jour de la semaine de la période de l'année en zone urbaine (où les déplacements domicile-travail et domicile-école sont forts représentés) comme en rase campagne. Plus il y'a de véhicules sur la route, plus la vitesse moyenne diminue en passant d'une vitesse de flux libre à une vitesse de congestion, où la route devient saturée à l'atteinte d'un certain seuil de volume de véhicules, la circulation est quasi à l'arrêt et la vitesse tend vers 0.

Ainsi, le trafic peut être représenté par un vecteur $\boldsymbol{Trafic}$ défini par :

$$Trafic = \begin{pmatrix} Fluide \\ Dense \\ Embouteillé \end{pmatrix}$$

iii. Les conditions météorologiques

Les conditions météorologiques sont liées au climat qu'il fait dans une zone géographique donnée à un moment donné. Elles sont généralement observables périodiquement au cours d'une année. Dans les pays de l'équateur comme c'est le cas du Cameroun, le climat tropical y règne avec deux principales saisons : la saison sèche te la saison de pluie. Parmi ces deux phénomènes, la pluie est celui qui a un impact significatif sur le trajet d'un véhicule sur une route, et ses effets multiples et parfois amplificateur se combinent pour réduire la vitesse. La modification de la vitesse comme mesure de sécurité est le résultat de la réduction de la praticabilité de la route suite à la diminution de l'adhérence (coefficient de friction) entre les pneus et la surface de la route lors de la conduite, de la visibilité traduit par une difficulté de perception (diminution de la luminosité ambiante, brouillard…). Par ailleurs, ces conditions météorologiques amplifient l'impact des dégradations existantes. Par exemple, les nids-de-poule remplis d'eau deviennent invisibles et dangereux. Trouver un auteur pour appuyer l'argumentaire de l'effet de la pluie

Dans cette situation, le véritable enjeu réside dans la prévision de la météo qui fait appel à d'importantes ressources matérielles et humaines. Les moyens existants ne sont pas suffisamment précis quant au lieu exact où il pleuvra. La prévision est pour toute une ville pourtant il ne pleut presque jamais sur une ville tout entière au même moment. Elle est donc une source d'incertitudes. On sait à priori que la probabilité d'avoir un jour de pluie ou qu'il pleuve est plus grande en saison de pluie qu'en saison sèche. Il est donc important de connaitre comment varie les pluies en moyenne pour une région donnée pour une saison donnée afin d'évaluer son effet sur la vitesse en conditions d'adhérence et de visibilité dégradées. Néanmoins, la loi fixe des vitesses à arborer en cas de conditions météorologiques défavorables sur les différents axes routiers.

Au Cameroun, l'ONACC (Observatoire National sur les Changements Climatiques) mène des recherches et publie des bulletins sur les tendances climatiques, les évènements extrêmes et leurs impacts. Leurs rapports sont une base de données qui fournissent selon chaque région du pays, les températures et précipitations moyennes pour chaque mois de l'année.

Dans le cadre de notre étude, nous définirons deux ensembles $\boldsymbol{S_{pluie}}$ et $\boldsymbol{S_{sec}}$ pour représenter les conditions météorologiques suivant les saisons. Les valeurs de ces derniers sont les différents mois appartenant à chaque saison.

$$S_{pluie} = \{Mars, Avril, Mai, Juin, Septembre, Octobre, Novembre\}$$

$$S_{sec} = \{Décembre, Janvier, Février, Juillet, Août\}$$

Ainsi, la probabilité qu'il pleuve durant le trajet dépend fortement de la saison. Cette dernière pourrait être déterminée grâce à un arbre de probabilité pour capturer l'effet cumulé des probabilités d'avoir un jour de pluie pour un mois donné pour une saison considérée.

La météo peut être représentée par un vecteur $\boldsymbol{Météo}$ défini par

$$Météo = \begin{pmatrix} Sec \\ Pluie \end{pmatrix}$$

iv. La performance de l’engin de transport

La performance d’un engin désigne l’efficacité avec laquelle il remplit sa fonction de transport ou simplement sa capacité à fonctionner efficacement et de manière fiable. C’est un attribut fondamental dans les opérations de transport. Cette performance est garantie par une maintenance régulière qui permet d’assurer la disponibilité de l’engin, de réduire les perturbations au cours du trajet notamment les interruptions dues à la réparation des pannes et les coûts inhérents (immobilisation de l’engin), d’optimiser le temps de transport et augmenter la productivité. Ces engins (véhicules lourds) selon la réglementation camerounaise (Arrêté n°011/A/MINT du 23 février 1998 portant réglementation de la visite technique des véhicules) doivent faire l’objet de visites techniques régulières (tous les 12 mois) pour vérifier l’état de l’engin (fonctionnement, détection des éventuelles défaillances…). Les éléments intéressants pour caractériser la performance d’un engin de transport sont la vitesse maximale et l’âge.

Concernant la vitesse, la loi (Décret n°79 341 du 3 septembre 1989 portant réglementation de la circulation routière) fixe les vitesses réglementaires autorisées selon qu’on soit en agglomération ou pas. Elles sont de 30 km/h pour les véhicules lourds en agglomération et dépend du poids maximum en charge (PMC) en dehors des agglomérations comme suit :

- PMC<3500 kg : la vitesse égale la vitesse de référence de la route à l’exception des voitures de place et véhicules de transport ;
- PMC<PMC< 12500 kg : vitesse limitée à 60 km/h ;
- PMC>12500 kg : vitesse limitée à 50 km/h ;
- Tout autre engin y compris les convois exceptionnels : vitesse limitée à 30 km/h ;

La masse des convois de matériaux étant généralement au-dessus de 15 tonnes, on peut donc considérer à priori une vitesse de référence valant 50 km/h.

Par ailleurs, les composants mécaniques sont soumis dès le début de leur vie au phénomène d’usure ou de vieillissement **(Belloaouar A. et al., 2014)**. Leur cycle de vie présente deux phases : (i) la période de mortalité infantile décrite par une décroissance progressive du taux de défaillance $\boldsymbol{\lambda}(\boldsymbol{t})$ avec le temps dû à une amélioration des caractéristiques internes (caractéristiques de défauts) et des interfaces, par un rodage préalable des pièces ; (ii) la période de vieillissement qui comporte la majorité de la vie du dispositif caractérisée par une augmentation progressive du taux de défaillance représenté par la figure ci-après :

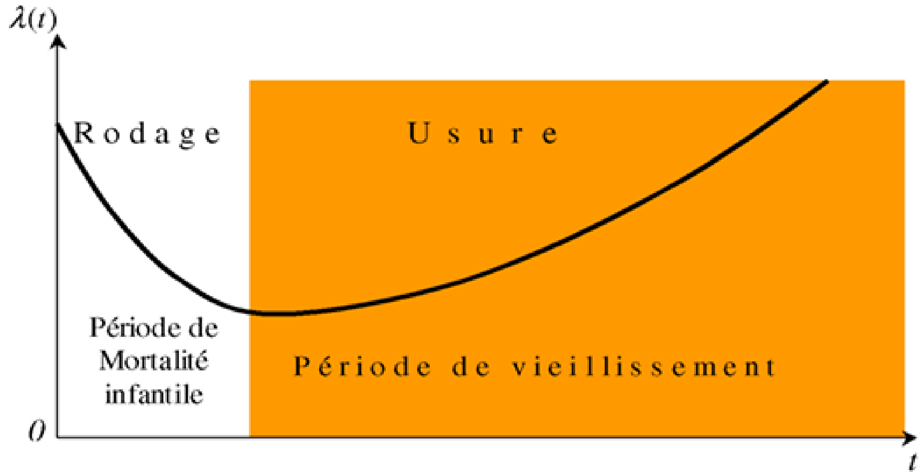

Figure **Erreur ! Il n'y a pas de texte répondant à ce style dans ce document.**-2. Courbe du taux de défaillance en mécanique (Belloaouar A. et al., 2014)

Par conséquent, la performance d'un engin diminue au fur et à mesure qu'il est utilisé et que le temps passe, du fait de ses pièces mécaniques qui sont soumises à des phénomènes de vieillissement multiples qui peuvent agir en combinaison : corrosion, usure, déformation, fatigue, et finalement perte de résilience ou fragilisation ; lesquelles dégradations conduisent à l'occurrence des pannes qui, selon le cas, peuvent être mineures ou majeures. Le calcul de la fiabilité de ses composants mécaniques peut se faire en utilisant des lois de probabilité dont le taux de défaillance est fonction du temps telles que la loi Log-normale, la loi Weibull… etc. Ainsi, plus un engin a de l'âge (compté en termes d'années d'utilisation), plus la probabilité de tomber en panne est élevée.

v. Le conducteur

Le conducteur n'est pas qu'un simple opérateur mais un acteur décisionnel dont le comportement est influencé par une multitude de facteurs personnels (besoins physiologiques) et contextuels (ravitaillement, péage, contraintes externes…). Pour les véhicules lourds, les contraintes liés aux spécificités de ces derniers (la charge, la taille, le poids et la mission) ajoutées aux paramètres sus-évoqués influencent directement le comportement du conducteur. La perception du risque ou de l'effet de ces facteurs au cours du trajet est souvent lié à l'expérience (conscience des contraintes du véhicule, connaissance de l'itinéraire, conduite sous conditions défavorables), à la productivité (atteinte des objectifs de livraison) et à la sécurité. De plus, l'on peut admettre qu'il conduise difficilement au premier camionnage, ce qui est négligeable par rapport du nombre total d'approvisionnements généralement réalisés au cours du projet.

2.3.2 Modélisation du trajet sur un tronçon

On qualifiera de tronçon supposé homogène, toute section de route qui partage des caractéristiques similaires : le type de route (routes urbaines, autoroute, route en rase campagne), le type de revêtement, la géométrie et le même état de dégradation de la route ; supposé suffisamment uniforme pour être considérée comme unité d'analyse.

Au cours du trajet, les caractéristiques du tronçon en termes de conditions de la route, de conditions météorologiques et de circulation font varier la vitesse de parcours : le tronçon se trouve dans un certain « *état* ». L'intérêt est de déterminer le temps de séjour dans chaque état susceptible d'être pris par le tronçon tout au long du parcours

Considérons un arc de parcours $\left(I_{pq}\right)$; $p, q = 1,2, \ldots$ localisé géographiquement et décomposer en n tronçons $(T_i)_{1 \leq i \leq n}$ eux également bien définis.

$\boldsymbol{T_i} \in \{\boldsymbol{Route\ en\ terre}\ (\mathbf{1}),\ \boldsymbol{Route\ urbaine}(\mathbf{2}), \boldsymbol{Autoroute}\ (\mathbf{3})\ \}$. Cet ensemble est obtenu par la composition des différents critères cités à la section 2.4.2 et dont les plus pertinents ont été retenus. En effet, un itinéraire peut être constitué de plusieurs tronçons de type « *route urbaine* » séparés par des croisements, la présence d'un dalot ou d'une infrastructure hétérogène. La suite de la modélisation portera sur ces trois cas de figures suscités.

Chaque tronçon T_i est un système caractérisé par :

- Ses caractéristiques propres que sont le type de revêtement, la largeur, la longueur ;
- Son état de dégradation et la vitesse associée ;
- Ses états et la vitesse de parcours dans ces derniers : c'est l'ensemble des situations possibles dans lesquelles peut se trouver le tronçon. Ils sont déterminés par identification des facteurs susceptibles de l'impacter ;

i. Formulation des hypothèses

Pour mener à bien notre étude, il est indispensable de définir les considérations retenues pour notre modèle, entre autres :

- **H1** : ‘L’impact de la dégradation est moins prépondérant en présence d’un trafic dense’
- **H2** : ‘La pluie intensifie l’effet des dégradations de la route sur le trajet’
- **H3** : ‘Le conducteur ne prend pas de risques démesurés et privilégie la sécurité des marchandises’
- **H4** : ‘Le véhicule fait l’objet de visites techniques tel que recommandé par la réglementation’

ii. Définition des états d’un tronçon

Les états sont définis suivant le niveau de congestion, le type de météo sachant l’état de dégradation. Ils sont liés à la praticabilité et l’impraticabilité d’une route. En effet, une route est dite « *Praticable* » lorsque le véhicule en bon état roule à la vitesse moyenne autorisée, sur une route en bon état dans un flux de trafic fluide sous de bonnes conditions climatiques. Par contre, elle est « *Difficilement praticable* » lorsque le véhicule en état de défaillance roule sur une route dégradée pour un flux de trafic dense en présence d’intempéries. Néanmoins, toutes les conditions nécessaires à l’obtention de ces deux situations ne seront pas toujours réunies. Il est donc nécessaire de définir des états plus explicites qui traduisent de manière plus réaliste les différentes conditions ou situations dans lesquelles le tronçon peut se trouver.

A partir des paramètres décrits à la section 2.4.2.1 et suivant les hypothèses formulées, les états possibles pour un tronçon T_i ayant un état de dégradation noté E_i, sont définis de la manière suivante.

Rappelons que les différents états individuels des paramètres ‘trafic’ et ‘météo sont :

$$S_{Trafic} = \begin{Bmatrix} Fluide\ (F) \\ Dense\ (D) \\ Embouteillé\ (E) \end{Bmatrix}, \text{ et } S_{Météo} = \begin{Bmatrix} Sec\ (S) \\ Pluie\ (P) \end{Bmatrix}$$

Les états du tronçon T_i sont la combinaison des états de trafic et de météo. Cet espace d'états est le produit cartésien de S_{Trafic}et $S_{Météo}$ défini ci-contre :

- **Etat 1** : Le tronçon se trouve dans un état de circulation fluide sous un temps sec noté $(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{S})$.
- **Etat 2** : Le tronçon se trouve dans un état de circulation dense sous un temps sec noté $(\boldsymbol{D}, \boldsymbol{S})$.
- **Etat 3** : Le tronçon se trouve dans un état de circulation embouteillé sous un temps sec noté $(\boldsymbol{E}, \boldsymbol{S})$.
- **Etat 4** : Le tronçon se trouve dans un état de circulation fluide sous une pluie noté $(\boldsymbol{F}, \boldsymbol{P})$.
- **Etat 5** : Le tronçon se trouve dans un état de circulation dense sous une pluie noté $(\boldsymbol{D}, \boldsymbol{P})$.
- **Etat 6** : Le tronçon se trouve dans un état de circulation embouteillé sous une pluie noté $(\boldsymbol{E}, \boldsymbol{P})$.

NB : La numérotation « Etat 1 » ou « Etat 2 » ne signifie pas que ces états sont successifs. Ils permettent simplement d'effectuer un indiçage des états pour la détermination des transitions entre ces derniers.

L'ensemble des états possibles est donc donné tel qu'il suit pour un tronçon T_i pour tout i:

$$\boldsymbol{S} = \{(F, S, E_i)^1; (D, S, E_i)^2; (E, S, E_i)^3; (F, P, E_i)^4;\ (D, P, E_i)^5; (E, P, E_i)^6\}$$

iii. Temps de séjour et temps de parcours dans un état

On considère que le présent dicte l'avenir immédiat c'est-à-dire que les conditions actuelles du trafic (densité, vitesse) et les conditions météorologiques du moment sont les facteurs prédominants qui influencent ce qui va se passer dans un prochain temps $\boldsymbol{t}$. ; et que les mémoires sont intégrées dans l'état actuel.

Le temps de séjour $\boldsymbol{\tau_j}$ dans l'état $\boldsymbol{e_j}$ est la durée pendant laquelle le système reste dans les conditions (trafic, météo) qui définissent l'état actuel du tronçon avant de transiter vers un autre état $\boldsymbol{e_k}$. Ce temps est distribué exponentiellement de paramètre $\boldsymbol{\lambda_j}$ qui représente le taux de sortie dans l'état e_j (propriété des CMTC). Il représente l'inverse du temps moyen de séjour dans cet état et est indépendant du véhicule qui traverse le tronçon. Par exemple, le tronçon peut rester « Trafic dense, Temps pluvieux » pendant 30 minutes, peu importe si les véhicules le traversent ou non.

Le temps de parcours par état $\boldsymbol{t_{pij}(T_i\,, e_j)}$ quant à lui représente le temps qu'il faut à un véhicule donné pour traverser complètement le tronçon T_i si nous sommes au début du parcours ou la partie restante du tronçon sous la persistance de l'état e_j pendant tout ce parcours. Ce temps dépend de la vitesse associée à l'état e_j. Il est donné par :

$$\boxed{\boldsymbol{t_{pij}(T_i\,, s_j) = \frac{L_{T_i}}{V_{e_j}}}}$$

Où L_{T_i} est la longueur du tronçon T_i et V_{e_j} la vitesse moyenne attendue lorsque le tronçon T_i est dans l'état e_j

En effet, lorsqu'un véhicule traverse un tronçon :

- Le système (le tronçon) est dans un certain état e_j. Une vitesse de parcours V_{e_j} est associée à cet état.
- Le véhicule commence à parcourir le tronçon (ou la partie restante du tronçon) à cette vitesse V_{e_j}
- Simultanément, le "chronomètre" du temps de séjour de l'état e_j est en marche. On enregistre un temps de séjour τ_j selon la loi exponentielle de paramètre λ_j
- Deux situations peuvent se produire :
  (i) Le véhicule termine sa portion de tronçon avant que l'état e_j ne change : dans ce cas, le temps de parcours pour cette portion est simplement $\boldsymbol{Distance\_parcourue/V_{e_j}}$. Le véhicule a terminé son trajet sur le tronçon, ou passe à un autre tronçon sous la persistance de l'état e_j qui continue d'exister sur le tronçon (potentiellement) après le départ du véhicule.
  (ii) L'état e_j change vers un nouvel état e_k avant que le véhicule ne termine sa portion de tronçon : dans ce cas, le temps de parcours du véhicule dans l'état e_j est limité par le temps de séjour $\boldsymbol{\tau_j}$. La distance parcourue dans l'état e_j est $\boldsymbol{V_{e_j}} \times \boldsymbol{\tau_j}$. Ensuite, le véhicule se

retrouve dans le nouvel état e_k, avec sa nouvelle vitesse V_{e_k} et le processus recommence avec un nouveau temps de séjour τ_k pour l'état e_k.

En somme, le temps de séjour décrit la persistance des conditions du tronçon tandis que le temps de parcours décrit la progression du véhicule à travers ces conditions : le véhicule se déplace à une certaine vitesse dictée par l'état actuel du tronçon, mais cet état est lui-même dynamique, avec une durée de vie aléatoire donnée par sa distribution de temps de séjour.

Par ailleurs, étant donné qu'un état résulte de la combinaison d'aléas, le temps de séjour dans un état dépendra de l'aléa qui fait transiter à un autre état du fait d'une variation ou d'un changement de sa valeur.

iv. Détermination de la matrice génératrice et des probabilités de transition

Dans une chaîne de Markov, lorsque le passage d'un état e_j à un état e_k ne dépend pas du pas de temps, les transitions sont fixes et on parle de chaine de Markov homogène. Cependant, dans le trafic routier, les transitions entre les états de congestion (fluide, dense, embouteillé) varient considérablement au cours de la journée (heures de pointe, heures creuses) ou de la semaine (jours ouvrés, week-end) et l'occurrence d'apparition d'une pluie, de la saison dans laquelle on se trouve (saison de pluie, saison sèche). Dans ce cas, la chaîne de Markov est dite non homogène car les transitions dépendent du temps. Elles donnent lieu à des matrices $Q(t)$ et $P(t)$ complexes et dont l'estimation peut souvent faire recours à des méthodes statistiques d'inférence pour les processus stochastiques, ou à l'utilisation de covariables dépendantes du temps (i.e. les variables externes comme l'heure de la journée, les conditions météorologiques, les évènement spéciaux).

Au regard de cette complexité, nous procèderons dans le cadre de notre étude à la discrétisation du temps par intervalles/périodes ; ce qui nous permettrait de supposer les matrices de transition constantes sur des intervalles/périodes de temps spécifiques, suivant la variabilité des paramètres dans le temps.

Une chaine de Markov à temps continu non homogène comporte deux types de matrices : la matrice génératrice Q ou matrice des taux de transition et la matrice de transition P ou matrice des probabilités de transition.

- **La matrice génératrice Q**

Elle décrit les taux de transition entre les états de la chaîne et caractérise comment le système est susceptible de changer d'état sur un très petit intervalle de temps, sa tendance à changer d'état à un moment précis. En considérant Q constante, cela signifie que la propension du système à passer de l'état i à l'état j est la même, quel que soit le moment t où le système se trouve dans l'état i. Cette matrice est définie par :

$$Q = (q_{ij})$$

Où q_{ij} représente le taux de transition de l'état i vers l'état j ; exprimée en unités de transitions par unité de temps. Plus il est grand, plus la transition est probable sur un court laps de temps.

Ses propriétés :

- $q_{ij} \geq 0 \; pour \; i \neq j$;
- $q_{ii} = -\sum_{j \neq i} q_{ij} \leq 0$, autrement dit q_{ii} est négatif ou nul ;
- La somme des éléments de chaque ligne est nulle : $\sum_{j \in S} q_{ij} = 0$.

La valeur $|q_{ii}|$ est le paramètre de la loi exponentielle qui gouverne le temps de séjour dans l'état i, i.e. $\lambda_i = |q_{ii}|$.

Un grand $|q_{ii}|$ signifie que le système ne reste pas longtemps dans l'état i.

- **La matrice de transition**

Elle décrit les probabilités d'état ou de transition après un certain temps fini t et représente la conséquence des dynamiques instantanées sur cette période. Cette matrice $P(t)$ est comme la position future ou probable ou la distribution de probabilité des positions futures après un certain temps. Elle est définie par :

$$P(t) = (P_{ij}(t))$$

Où $P_{ij}(t)$ représente la probabilité que le système se trouve dans l'état j à l'instant $s + t$, sachant qu'il était dans l'état i à l'instant s.

Ses propriétés **:**

- $0 \leq P_{ij}(t) \leq 1$;
- La somme des éléments de chaque ligne est égale à 1 : $\sum_{j \in S} P_{ij}(t) = 1$.
- $P(0) = I$ (Matrice identité), car en un temps nul, le système reste dans son état actuel.
- Elle satisfait les équations de Chapman-Kolmogorov : $P(t+s) = P(t)P(s)$, dont la solution formelle est $\boldsymbol{P(t) = e^{Qt}}$, où e^{Qt} est l'exponentielle de matrice

La matrice génératrice Q est le générateur de la matrice de transition P(t). Pour une chaîne de Markov à temps continu homogène elle peut être approximée par :

$$P(t) = e^{Qt} = \sum_{n}^{\infty} \frac{(Qt)^n}{n!} = I + Qt + \frac{(Qt)^2}{2!} + \cdots$$

Par ailleurs, dans une chaîne de Markov, la distribution de probabilité des états est donnée par un vecteur ligne de probabilités noté $\pi(t) = (\pi_1(t), \ldots, \pi_n(t))$ où $\pi_i(t)$ représente la probabilité que le tronçon soit dans l'état i à l'instant t. Le nombre de colonnes de $\pi(t)$ est le cardinal de l'espace des états. Ainsi, $\pi(t) = \pi(s)P(s,t)$. $\pi(s+t) = \pi(s)P(t)$.

Dans le cadre de notre étude, soit l'espace d'états S tel que :

$$\boldsymbol{S} = \{(F,S,E_i)^1; (D,S,E_i)^2; (E,S,E_i)^3; (F,P,E_i)^4;\ (D,P,E_i)^5; (E,P,E_i)^6\}$$

Ou encore

$$\boldsymbol{S} = \{(F,S)^1; (D,S)^2; (E,S)^3; (F,P)^4;\ (D,P)^5; (E,P)^6\}$$

Car l'état de dégradation E_i n'intervient pas dans la dynamique de changement d'état mais a un impact sur la vitesse nominale du tronçon T_i.

La matrice génératrice Q ordonnée par les états de S est une matrice d'ordre 6x6 donnée par :

$$Q = \begin{pmatrix} q_{FS,FS} & q_{FS,DS} & q_{FS,ES} & q_{FS,FP} & q_{FS,DP} & q_{FS,EP} \\ q_{DS,FS} & q_{DS,DS} & q_{DS,ES} & q_{DS,FP} & q_{DS,DP} & q_{DS,EP} \\ q_{ES,FS} & q_{ES,DS} & q_{ES,ES} & q_{ES,FP} & q_{ES,DP} & q_{ES,EP} \\ q_{FP,FS} & q_{FP,DS} & q_{FP,ES} & q_{FP,FP} & q_{FP,DP} & q_{FP,EP} \\ q_{DP,FS} & q_{DP,DS} & q_{DP,ES} & q_{DP,FP} & q_{DP,DP} & q_{DP,EP} \\ q_{EP,FS} & q_{EP,DS} & q_{EP,ES} & q_{EP,FP} & q_{EP,FP} & q_{EP,EP} \end{pmatrix}$$

De même, on définit :

- Pour la météo, les périodes « *saison sèche* » et « *saison de pluie* »
- Pour le trafic, les épisodes de temps « *heure de pointe* » et « *heure creuse* » regroupant respectivement les intervalles de temps suivants : $[6h - 9h], [16h - 21h]$ et $]16h - 21h[,]21h - 6h[$

La combinaison de ces épisodes de temps (météo, trafic) permet de séquencer dans le temps les matrices de la manière suivante :

- $Sèche \left| \begin{matrix} heure\ de\ pointe \\ heure\ creuse \end{matrix} \right.$
- $Pluie \left| \begin{matrix} heure\ de\ pointe \\ heure\ creuse \end{matrix} \right.$

Par ailleurs, en observant la matrice Q, on constate :

- **Des taux de trafic sous météo constante** : par exemple $q_{FS,DS} = q_{FD,Sec}$, $q_{FS,ES} = q_{FE,Sec}$ ou encore $q_{FP,DP} = q_{FD,Pluie}$, $q_{FP,EP} = q_{FE,Pluie}$. Ainsi, nous pouvons considérer les matrices Q_{Sec} et Q_{Pluie} pour les transitions entre états de trafic au sein des blocs ‘‘*Sec*’’ et ‘‘*Pluvieux*’’ indépendamment de la saison à laquelle on se trouve.
- **Des taux météo sous trafic constant** : par exemple $q_{FS,FP}$, $q_{DS,DP}$ ou encore $q_{FP,FS}$, $q_{EP,ES}$ qui dépendent respectivement du taux de passage de ‘*Sec à Pluvieux*’ et de ‘*Pluvieux à Sec*’. Or, le passage de ‘*Pluie à Sec*’ est rattaché à la durée moyenne de la pluie tandis que celui de ‘*Sec à Pluie*’ est rattaché à la probabilité qu’une pluie survienne, laquelle dépend de la saison.

Ce qui nous conduit donc à définir la matrice Q de la manière suivante :

- $Q^{Ss} = \begin{pmatrix} & & & \lambda^{s}_{SP} & q_{FS,DP} & q_{FS,EP} \\ & Q_{Sec} & & q_{DS,FP} & \lambda^{s}_{SP} & q_{DS,EP} \\ & & & q_{ES,FP} & q_{ES,DP} & \lambda^{s}_{SP} \\ \lambda^{s}_{PS} & q_{FP,DS} & q_{FP,ES} & & & \\ q_{DP,FS} & \lambda^{s}_{PS} & q_{DP,ES} & & Q_{Pluie} & \\ q_{EP,FS} & q_{EP,DS} & \lambda^{s}_{PS} & & & \end{pmatrix}$
- $Q^{Sp} = \begin{pmatrix} & & & \lambda^{p}_{SP} & q_{FS,DP} & q_{FS,EP} \\ & Q_{Sec} & & q_{DS,FP} & \lambda^{p}_{SP} & q_{DS,EP} \\ & & & q_{ES,FP} & q_{ES,DP} & \lambda^{p}_{SP} \\ \lambda^{p}_{PS} & q_{FP,DS} & q_{FP,ES} & & & \\ q_{DP,FS} & \lambda^{p}_{PS} & q_{DP,ES} & & Q_{Pluie} & \\ q_{EP,FS} & q_{EP,DS} & \lambda^{p}_{PS} & & & \end{pmatrix}$

Où : Q^{Ss} et Q^{Sp} sont les matrices génératrices en saison sèche et de pluie respectivement

λ^{s}_{SP} et λ^{p}_{SP} les taux de passage en saison sèche et de pluie respectivement

En conséquence, la matrice $P(t)$ est donnée par :

$$\begin{cases} P^{Ss}(t) = e^{Q^{Ss}.\ t} \\ P^{Sp}(t) = e^{Q^{Sp}.\ t} \end{cases}$$

v. Détermination du temps de trajet sur un tronçon

Dans notre chaîne de Markov, deux sortes de temps ont été élucidées : le temps de séjour et le temps de parcours dans l'état. En suivant la trajectoire du véhicule de transport de bout en bout au travers de ses différents états, il est possible, dans un processus de simulation itératif, d'apprécier l'interaction entre ces deux grandeurs.

Pour chaque pas de simulation, le véhicule est dans une certaine position sur le tronçon, et le tronçon est dans un certain état.

Simulation sur un tronçon

Initialisation

$\boldsymbol{d = 0}$ (Le véhicule commence au début du tronçon) ;

$\boldsymbol{t_t = 0}$ (Le temps de transport sur le tronçon) ;

$\boldsymbol{e = S_{actuel}}$ (L'état initial du tronçon) ;

$\boldsymbol{\lambda_e = \lambda_{S_{actuel}}}$ (Taux de sortie de l'état actuel)

$\boldsymbol{V_e = V_{S_{actuel}}}$ (Vitesse associée à l'état actuel) ;

$\boldsymbol{L}$ La longueur du tronçon, $\boldsymbol{d_r = 0}$ distance restante

Traitement

$\tau \leftarrow 1/\lambda_{S_{actuel}}$; $\quad t_p \leftarrow L/V_{S_{actuel}}$

Si $\tau < t_p$, // L'état du tronçon a changé avant que le véhicule n'atteigne la fin du tronçon : Le tronçon passe à un nouvel état. On utilise la matrice de transition pour déterminer le prochain état et la simulation continue.

$t_t = \tau;\quad d = \tau \times V_{S_{actuel}};\quad d_r = L - d$

Sinon

//Le véhicule a atteint la fin du tronçon avant que l'état du tronçon ne change. La simulation est terminée. Le temps de parcours total du tronçon est le résultat pour cette simulation.

$t_t = t_p$

Au regard de la simulation, on constate que le temps réellement passé sur un tronçon dans un état e_j est $\boldsymbol{min}\ (\boldsymbol{\tau_j, t_{p_j}})$

Cependant, cela n'est possible qu'en suivant le tronçon en temps réel ; ce qui n'est pas forcément le cas dans une perspective de prédiction. Pour un calcul simple du temps moyen, on peut considérer les **probabilités stationnaires** (ou d'état d'équilibre du système) des chaînes de Markov qui représentent la proportion de temps que le tronçon passe dans chaque état à long terme. Elles sont obtenues en résolvant le système d'équations :

$$\begin{cases} \pi Q = 0 \\ \sum \pi_i = 1 \end{cases}$$

Le résultat est un vecteur $\pi_{stationnaire} = (\pi_{FS}, \pi_{DS}, \pi_{ES}, \pi_{FP}, \pi_{DP}, \pi_{EP})$, où chaque π_i est la proportion de temps que le système passe dans l'état i à long terme.

Le temps de parcours total du tronçon est la somme des temps obtenus pour chaque état dans lequel le tronçon pourrait passer, attaché de la probabilité d'être dans ces derniers à long terme. Soit un tronçon T_i, ce temps est donné par :

$$\boldsymbol{t_{m,\ i} = \sum_{j=1}^{6} \pi_j \,.\, min\ (\tau_j, t_{p_j})}$$

Ainsi, pour chaque itinéraire retenu, le temps de transport moyen est donné par la somme des temps moyen de parcours des tronçons qui le composent. Soit un itinéraire I_k composé de tronçons $T_1 \to T_2 \to \cdots \to T_n$, le temps de transport moyen attendu est simplement :

$$\boldsymbol{t_{t_k} = \sum_{i=1}^{n} t_{m,\ i}}$$

vi. Temps d'attente

Le temps d'attente ou d'arrêt est une donnée qui suit les modalités pratiques en termes de contrôles routiers, de péages et de régulation de la circulation par des feux de signalisation. Ces temps perdus sont à peu près constants à tout voyage.et peuvent être négligés étant de l'ordre de quelques minutes.

2.3.3 Agrégation des itinéraires

L'agrégation des itinéraires est l'étape finale de l'estimation du temps de transport des matériaux dans un circuit d'approvisionnement. C'est le pont entre la modélisation détaillée de chaque segment de route et la fourniture d'une estimation globale et pertinente du temps de transport pour l'utilisateur final. Connaissant les temps de transport sur chaque itinéraire, $G = (X, U)$ devient un graphe valué à valeurs positives car le temps est une valeur toujours positive, dont il sera question de rechercher le chemin optimal minimisant ce dernier. En recherche opérationnelle, plusieurs algorithmes sont proposés pour le problème de recherche du chemin le plus court selon sa nature. Dans notre cas, nous utiliserons l'algorithme de Dijkstra qui permet de rechercher le chemin le plus court chemin d'un sommet à l'autre dans le cas des valuations positives **(Tamo T., 2024)**. Ce qui correspond bel et bien à notre modélisation.

Principe

L'algorithme comporte une phase d'initialisation. À chaque sommet on attribue un poids qui vaut 0 pour le sommet de départ et infini pour les autres sommets. Le traitement de l'algorithme consiste à examiner les sommets les uns après les autres et à sélectionner le sommet x auquel est affecté le plus petit temps de transport du sommet de départ jusqu'à x. On recommence tant qu'il reste des sommets à sélectionner.

Soit G notre graphe de voies connexe dont les arcs sont pondérés par des nombres positifs (temps de transport).

Notations :

X la liste des sommets du graphe

F le sommet du graphe qui désigne le fournisseur à partir duquel on veut déterminer le plus court chemin au sommet C qui désigne le chantier

$l\ (x, y)$ le poids de l'arc entre deux sommets x et y

$\delta_s(x)$ la longueur d'un chemin du sommets F au sommet x

$V^+(x)$ la liste des successeurs du sommet x

$p(x)$ le prédécesseur du sommet x

S liste des sommets restant à traiter.

E liste des sommets déjà traités.

Initialisation :

Pour chaque $x \in X$, faire $\delta_s(x) = \infty$ *On attribue un poids ∞ à chacun des sommets x*

$\delta_s(x) = 0$ *Le poids du sommet F est nul*

$S = X$ *La liste des sommets restant est initialisée à X*

$E = \emptyset$ *La liste des sommets déjà traités est vide*

Traitement

Tant que $x \neq C$ Faire *Tant que le sommet x est différent du sommet C*

Sélectionner dans la liste S le sommet x avec $\delta_s(x)$ minimum

Retirer le sommet x de la liste S

Ajouter le sommet x à la liste E

Pour chaque $y \in V^{+}(x) \cap S$, Faire *On examine tous les successeurs y du sommet x non traités*

Si $\delta_s(y) > \delta_s(x) + l\ (x, y)$ Alors,

$\delta_s(y)$ prend la valeur $\delta_s(x) + l\ (x, y)$ *La distance du sommet F au sommet y est minimale*

$p(y) = x$ *Le sommet x est le prédécesseur du sommet y*

Fin Si

Fin Pour

Fin Tant que

L'exécution de l'algorithme de Dijkstra simulé ci-haut nous fournit la durée du plus court chemin du sommet F origine de notre graphe au sommet C.

2.3.4 Collecte des données et méthodes de résolution

Pour rattacher la théorie à la pratique, l'estimation des valeurs de la matrice Q se fera sur la base des données et des hypothèses dérivées de nos observations et des avis de transporteurs expérimentés.

La vitesse moyenne sur un tronçon suivant l'état de dégradation est donnée par l'ensemble suivant :

$$V_E = \{V_{bon\ \text{état}}, V_{moyen\ \text{état}}, V_{mauvais\ \text{état}}\}$$

Pour l'estimation des taux de transition, pour chaque période et épisode de temps, on compte :

- Le temps total passé dans chaque état i.
- Le nombre de transitions de l'état i à l'état j.

Cette estimation peut être donnée comme :

$$q_{ij} = \frac{Nombre\ de\ transitions\ de\ i\ vers\ j\ observées.}{Temps\ total\ passé\ dans\ l'état\ i}$$

Et $q_{ii} = -\sum_{j \neq i} q_{ij}$

Par ailleurs, le calcul analytique de l'exponentielle de la matrice Q est complexe pour les matrices de grande taille. Il est indispensable d'utiliser un logiciel de calcul scientifique. Parmi l'éventail de logiciels qui existe nous opterons pour Python qui est le plus courant et facilement accessible.

Les paramètres d'entrée et de sortie du programme qui sera réalisé sont présentés dans le tableau ci-après :

Tableau 2. Tableau des paramètres du programme

Paramètres d'entrée	**Paramètres de sortie**
• Période de l'année (le mois) • Heure de départ (en h) • Météo (pluie ou soleil) • Vitesse moyenne du tronçon (km/h) • Longueur du tronçon (km)	• Temps de transport du tronçon (en h) •