

# 書面報告

姓名：胡茗翔 | 學號：41247059s

在終端機執行 make 之後，就能產生 phw4 的執行檔

---

## 1. 實作解法說明

- 從使用者提供的扣環連結資料 ( 可視為圖的邊 )，找出圖中的 connected components 以及判斷是否有 cycle。
- 計算「為了將所有扣環串成一條長鏈 ( 不含任何 cycle、且是單一連通 )」需要拆解扣環的最少次數。此次數計為 min\_open。
- 由使用者再輸入要開啟的扣環清單，判斷實際開啟的扣環數是否足以達成目標，並輸出 Yes 或 No，同時回報最少應開啟扣環數。

### 解法的主要步驟

#### 1. 輸入與資料結構

- 讀取 N、M，其中
  - N：最終想要串成長鏈的總扣環數
  - M：現有的已連結扣環數對 ( edges )

- 讀入  $M$  條連接資料  $(u, v)$ ，並將它們存進 Adjacent List。程式使用 0-based index 來處理扣環編號。

## 2. 補足扣環數量

- 若現有的扣環（包含在已連結的組合中最大編號）不足  $N$ ，則補上足夠的獨立扣環（沒有任何連結）。

## 3. Connected component 與 cycle 計算

- 使用 DFS 逐一找出所有 connected component，並在過程中統計：
  - node\_count：該 connected component 中的扣環數
  - edge\_count：該 connected component 中的邊數（無向邊會重複計數，故最後要除以 2）
  - cycles：計算方式為  $\text{cycles} = \text{edge\_count} - (\text{node\_count} - 1)$ ，若  $> 0$  表示有 cycle
- 將每個 component 的 cycle 數累加為 sum\_cycles；組件總數計為 components。

## 4. 計算最少需開啟的扣環數 min\_open

- 若想把所有扣環合為一條長鍊，需要同時：

1. 破壞所有 cycle  $\rightarrow$  至少需要開啟與 cycle 數相同的扣環數
2. 將所有 connected component 串成一條  $\rightarrow$  若有  $k$  個組件，需要至少  $k - 1$  次「連接」
  - 開一個扣環可同時破壞一個 cycle、且能拿來接上其他扣環做連接，因此最少需要開扣環數為  $\max(\text{sum\_cycles}, \text{components} - 1)$
5. 使用者輸入欲開啟的扣環清單
  - 程式再讀入使用者欲「開啟」的扣環編號，並記錄其數量 `opened_count`。
  - 簡化判斷：若 `opened_count >= min_open`，印出 Yes，否則 No。

## 2. 主要 Procedure 功能說明

### 1. 讀取並初始化

- 功能：讀取  $N, M$ 、初始化 Adjacent List (`adj`)
- 關鍵點：將 1-based 編號轉成 0-based；追蹤最大扣環編號 `max_node`，以便補足扣環。

### 2. 補足扣環 (若 `existing_rings < N`)

- **功能：**若現在圖中扣環數不足  $N$  ( 可能  $M=0$  或扣環編號都是非常小等 )，就補空白的鄰接向量  $\{ \}$  直到達到  $N$ 。

### 3. DFS 計算 (Connected Components & Cycles)

- **功能：**
  - 建立 visited 陣列，初始為 false。
  - 對每個未被造訪過的節點做 DFS，將同一 connected component 內所有節點做遍歷。
  - 在遍歷過程中累積：
    - 該 component 的 node\_count
    - 該 component 的 edge\_count ( 會先暫時加總，每條邊在無向情況下會被計到兩次 )
  - 結束 DFS 後， $\text{edge\_count}/=2$ 。
  - 計算該 component 的 cycle 數  $\text{cycles} = \text{edge\_count} - (\text{node\_count} - 1)$ ；若小於 0 則視為 0。
  - 全部加總到 sum\_cycles；組件數量加 1。

### 4. 計算最少需開啟扣環數 (min\_open)

- 功能：計算  $\max(\text{sum\_cycles}, \text{components}-1)$

#### 5. 讀取使用者輸入的「要開啟的扣環」

- 功能：
  - 從鍵盤輸入一串扣環編號 ( 用空白分隔 )，存入 `opened_rings`。
  - 計算 `opened_count = opened_rings.size()`。

#### 6. 比對判斷

- 功能：
  - 若 `opened_count >= min_open`，則輸出 Yes；否則輸出 No。
  - 同時輸出 `min_open` 作為參考值。

### 3. 測試資料及結果

測試 1：完全沒有連線

N=3, M=0

```

padawan@padawan-VirtualBox:~/git-repo/ds$ ./phw4
Please input N (total number of rings) and M (number of existing connections), separated by a space: 3 0
Number of connected components: 3
Please input the ring indices you plan to open (space-separated), then press ENTER.
(Leave it blank if you do not wish to open any ring.)
1
You chose to open 1 ring(s).
No
Minimum rings to open (min_open): 2

```

測試 2 : 單一鏈 (無 cycle)

N=4, M=3

1 2

2 3

3 4

```

padawan@padawan-VirtualBox:~/git-repo/ds$ ./phw4
Please input N (total number of rings) and M (number of existing connections), separated by a space: 4 3
Now input the M connections (each connection in a separate line, e.g. "1 2"):
1 2
2 3
3 4
Number of connected components: 1
Please input the ring indices you plan to open (space-separated), then press ENTER.
(Leave it blank if you do not wish to open any ring.)
2
You chose to open 1 ring(s).
Yes
Minimum rings to open (min_open): 0

```

測試 3 : 2 component · 無 cycle

N=5, M=2

1 2

4 5

```
padawan@padawan-VirtualBox:~/git-repo/ds$ ./phw4
Please input N (total number of rings) and M (number of existing connections), separated by a space: 5 2
Now input the M connections (each connection in a separate line, e.g. "1 2"):
1 2
4 5

Number of connected components: 3
Please input the ring indices you plan to open (space-separated), then press ENTER.
(Leave it blank if you do not wish to open any ring.)
3

You chose to open 1 ring(s).
No
Minimum rings to open (min_open): 2
```

測試 4：單一 component，有 cycle

N=3, M=3

1 2

2 3

3 1

```
padawan@padawan-VirtualBox:~/git-repo/ds$ ./phw4
Please input N (total number of rings) and M (number of existing connections), separated by a space: 3 3
Now input the M connections (each connection in a separate line, e.g. "1 2"):
1 2
2 3
3 1

Number of connected components: 1
Please input the ring indices you plan to open (space-separated), then press ENTER.
(Leave it blank if you do not wish to open any ring.)
2

You chose to open 1 ring(s).
Yes
Minimum rings to open (min_open): 1
```

測試 5：多 components，各自含 cycle

N=7, M=7

1 2

2 3

3 1

4 5

5 6

6 7

7 4

```
padawan@padawan-VirtualBox:~/git-repo/ds$ ./phw4
Please input N (total number of rings) and M (number of existing connections), separated by a space: 7 7
Now input the M connections (each connection in a separate line, e.g. "1 2"):
1 2
2 3
3 1
4 5
5 6
6 7
7 4

Number of connected components: 2
Please input the ring indices you plan to open (space-separated), then press ENTER.
(Leave it blank if you do not wish to open any ring.)
3 6

You chose to open 2 ring(s).
Yes
Minimum rings to open (min open): 2
```