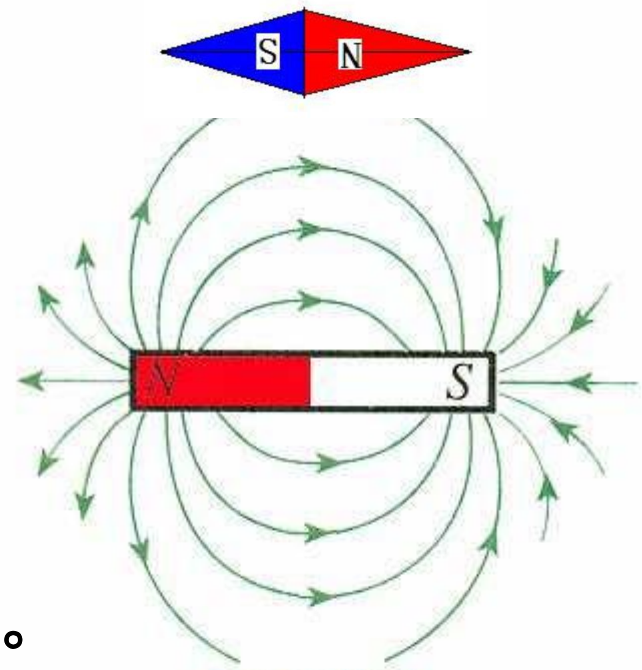
6.3.1 磁感应线

磁感应线： 描述磁场的空间分布。

1. 磁感应线上任一点的切线方向都与该点的磁感应强度的方向一致。

2. 垂直通过单位面积的磁感应线条数等于该处磁感应强度B的大小。



条形磁铁

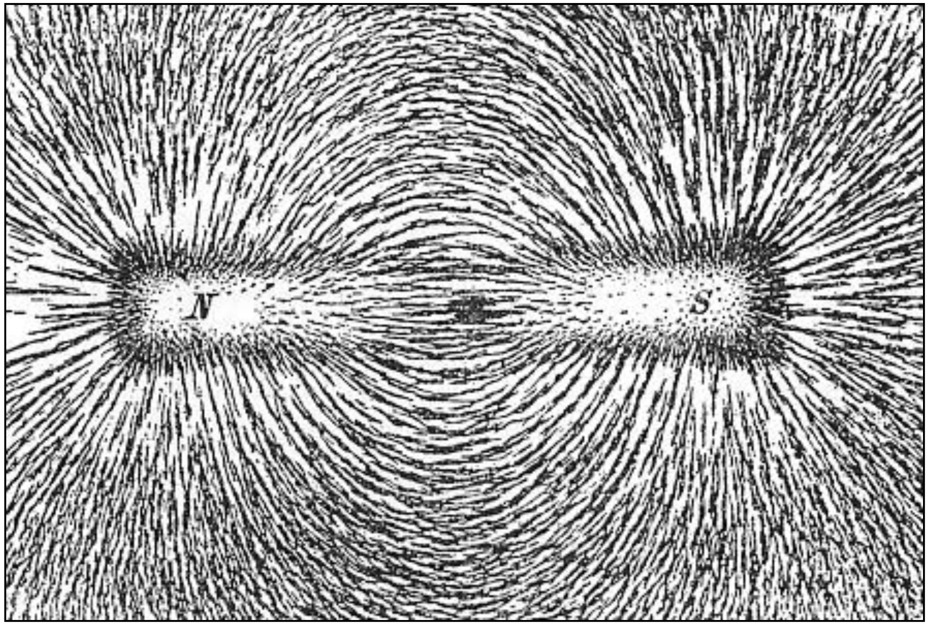
磁针N极受力方向，为磁感线方向。

6.3.1 磁感应线

磁感应线的特点：

1、磁感应线是连续的，不相交。

2、磁感应线是围绕电流的一组闭合曲线，无始无终。



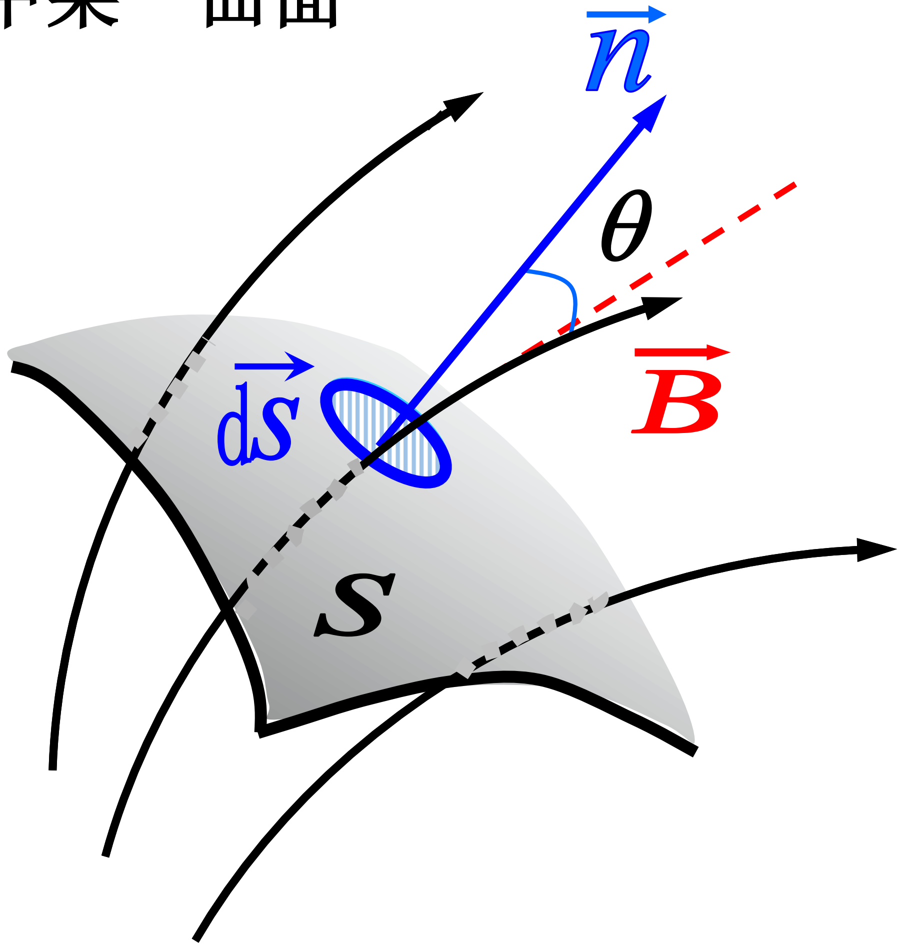
6.3.1 磁通量

磁通量Φ： 垂直穿过磁场中某一曲面的磁感应线条数。

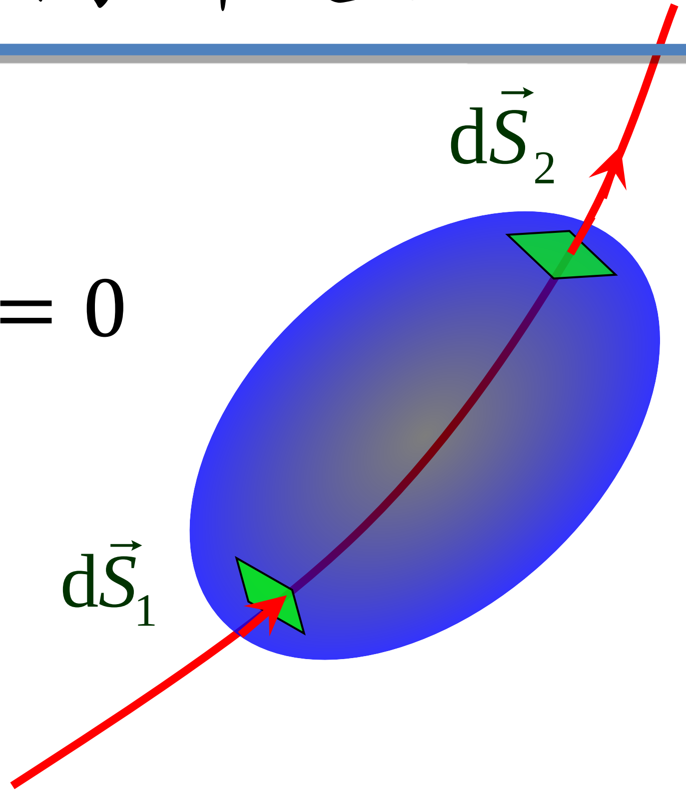
$$\mathrm{d}\Phi = B\mathrm{d}S_{\perp} = \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

单位：**Wb, 1Wb=1T m^2**

$$\Phi = \int_S \vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$



6.3.1磁场中的高斯定理



磁场线都是闭合曲线

$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0 \qquad \oint_S \vec{H}\cdot d\vec{S} = 0$$

磁场的高斯定理： 通过任意闭合曲面的磁通量等于零。

磁场是无源场（涡旋场）。

电场有电荷，而磁场无磁单极子。

1982年2月14日，在美国斯坦福大学物理系做研究的布拉斯·卡布雷拉宣称他利用超导线圈发现了磁单极粒子，但无法重复。

6.3.1磁场中的高斯定理例题

恒定磁场散度为零：

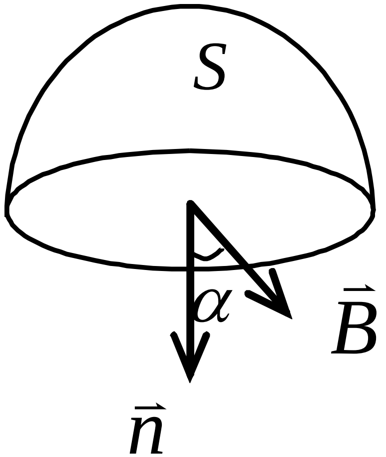
$$\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S}=0 \qquad \oint_S \vec{H}\cdot d\vec{S}=0$$

静电场的旋度为零：

$$\oint \vec{D}\cdot d\vec{l}=0 \qquad \oint \vec{E}\cdot d\vec{l}=0$$

例题：在磁感强度为B 的均匀磁场中作一半径为r的半球面S，S边线所在平面的法线方向单位矢量与磁感应强度的夹角为α，则通过半球面S的磁通量(取弯面向外为正)为

$$-\pi r^2 B\cos\alpha$$

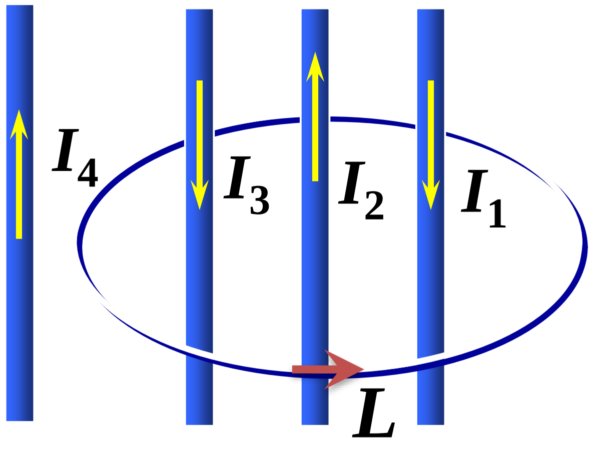


6.3.2 安培环路定理

恒定磁场的环路积分：(可由毕-萨定律推导）

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = \sum \mu_0 I_i \qquad \oint_L \vec{H}\cdot d\vec{r} = \frac{1}{\mu_0}\sum \mu_0 I_i \qquad (\vec{B} = \mu\,\vec{H})$$

电流的方向：电流方向与积分绕行方向构成右手螺旋关系时电流为正。



复习，静电场的通量：

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \sum_{i=1}^{n} q_i \qquad \oint_S \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i \qquad \vec{D} = \varepsilon\vec{E}$$

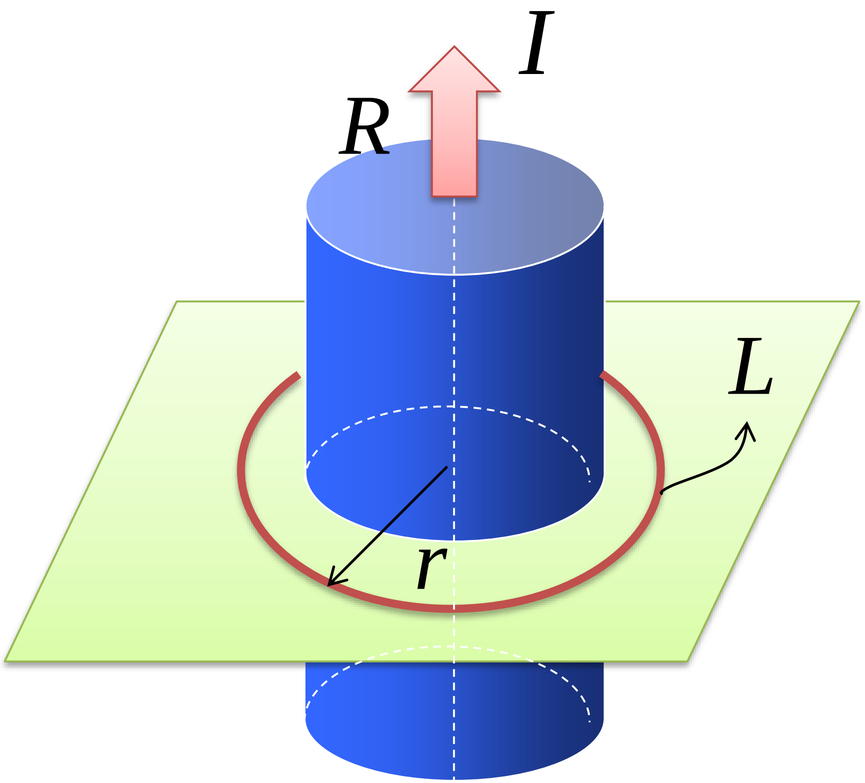
6.3.3 安培环路定理应用

例： 横截面半径为R的“无限长”柱形导体，求在均匀通过恒定电流 *I* 时，在导体内外所激发的磁感应强度*B*。

(1) r > R

$$\oint_L \vec{B} \cdot d\vec{r} = B \cdot 2\pi r = \mu_o I$$

$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi r}$$



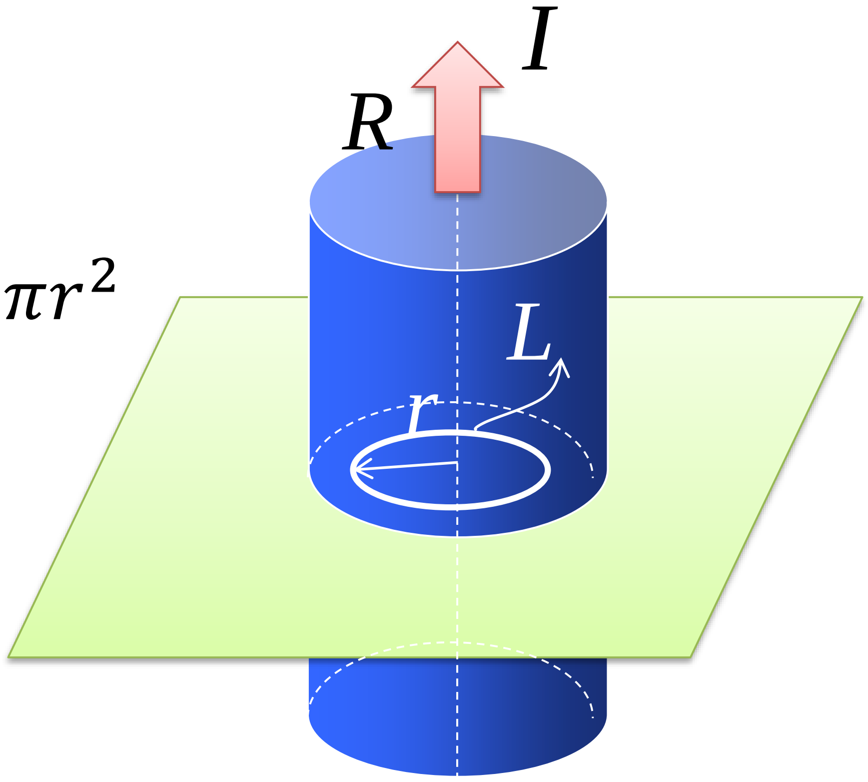
6.3.3 安培环路定理应用

例： 横截面半径为R的“无限长”柱形导体，求在均匀通过恒定电流 I 时，在导体内外所激发的磁感应强度B。

(2) r < R

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{r} = B\cdot 2\pi r = \mu_o \frac{I}{\pi R^2}\pi r^2$$

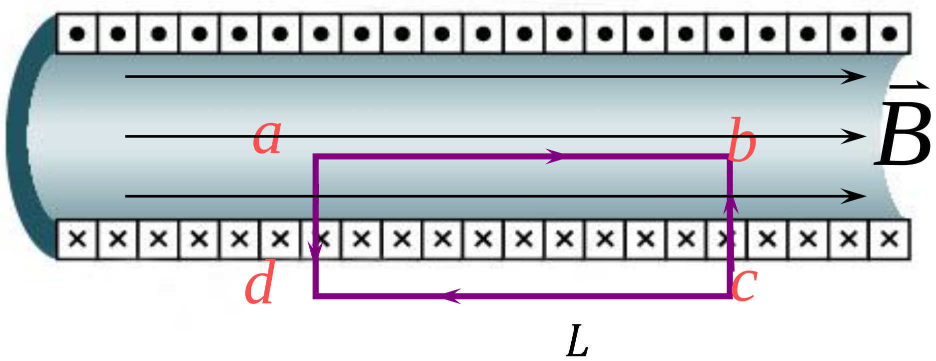
$$B = \frac{\mu_o I}{2\pi R^2} r$$



6.3.3 安培环路定理应用

例：求“无限长”直载流螺线管内部的磁感应强度。

已知单位长度上线圈匝数为n，通过电流为I。



电流分布具有对称性，管内磁场平行轴线方向，管内外与轴等距离处B相等，管外磁场近似为零。

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathbf{d}\vec{r} = \int_a^b \vec{B}\cdot \mathbf{d}\vec{r} + \int_b^c \vec{B}\cdot \mathbf{d}\vec{r} + \int_c^d \vec{B}\cdot \mathbf{d}\vec{r} + \int_d^a \vec{B}\cdot \mathbf{d}\vec{r}$$

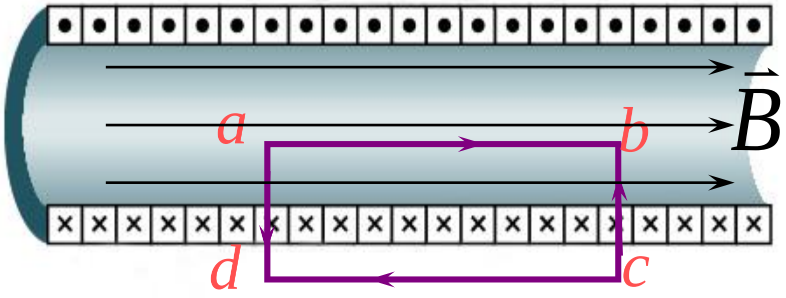
$\vec{B} \perp \mathrm{d}\vec{r}$ $\quad$ $\vec{B} = 0$ $\quad$ $\vec{B} \perp \mathrm{d}\vec{r}$

6.3.3 安培环路定理应用

$$\oint_L \vec{B}\cdot \mathbf{d}\vec{r} = \int_a^b \vec{B}\cdot \mathbf{d}\vec{r} = BL$$

穿过矩形环路的电流强度： $\sum I_i = InL$

安培环路定理： $\oint_L \vec{B}\cdot \mathbf{d}\vec{r} = \mu_o \sum I_i$



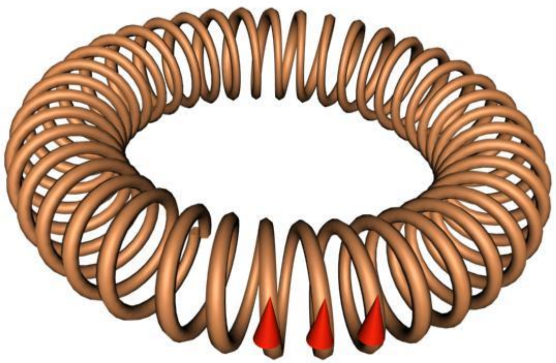
$$BL = \mu_o InL$$

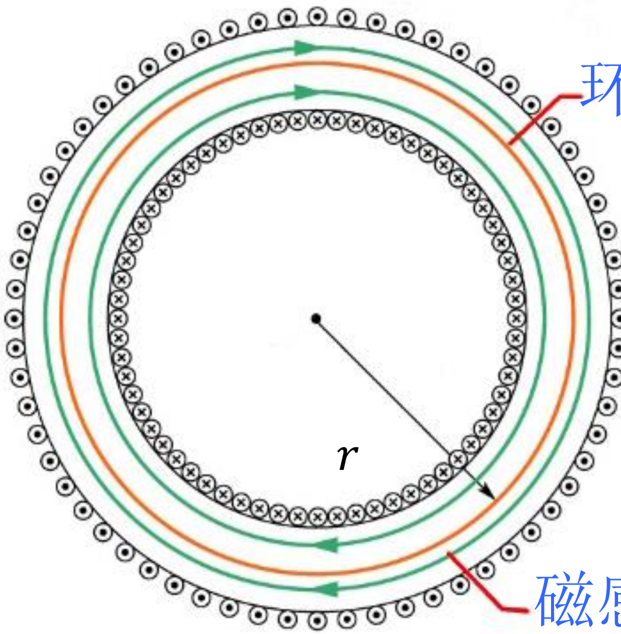
$$\Downarrow$$

$$B = \mu_o nI$$

6.3.3 安培环路定理应用

例：求密绕而成的螺线环内部的磁感应强度。





$$\oint_L \vec{B} \cdot \mathbf{d}\vec{r} = \mu_o \sum I_i$$

$$B \cdot 2\pi r = \mu_o N I$$

$$\boxed{B = \mu_o n I}$$

$$n = \frac{N}{2\pi r}$$

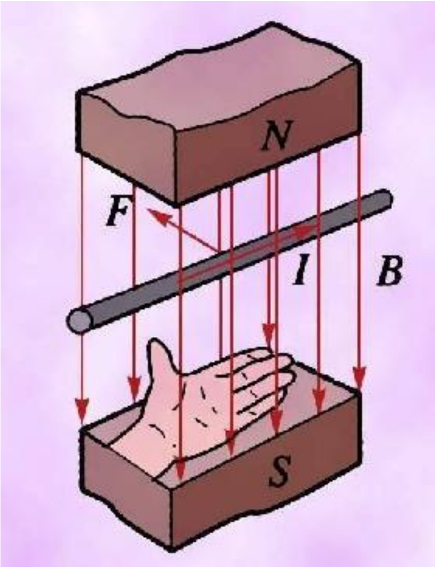
6.3 安培环路定理作业

6.22
6.25

6.4.1 安培力

安培力：磁场对通电导线的作用力

安培定律： $\mathbf{d}\vec{F} = I\mathbf{d}\vec{l} \times \vec{B}$ $\quad\quad$ $\vec{F} = \int_L I\mathbf{d}\vec{l} \times \vec{B}$



导线∥ $\vec{B}$， $F = 0$.

导线⊥ $\vec{B}$， $F = F_{\mathrm{max}} = ILB$.

类比电场力， $F = qE$

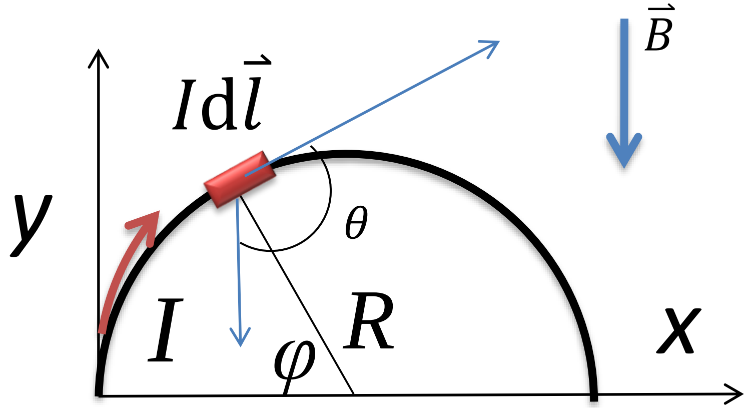
6.4.1 安培力

例： 在竖直向下的均匀磁场B中，有一个半径为R的半圆形导线，通过该导线的电流为I。求导线受力。

1. 判断安培力方向： $\otimes$

2. 求安培力的大小：

$$\mathrm{d}F = I\mathbf{d}\vec{l} \times \vec{B}$$
$$= I\mathrm{d}l\, B \sin\theta$$
$$= IB \sin\varphi\, R\mathrm{d}\varphi$$



$$\theta = \pi - \varphi$$
$$\mathrm{d}l = R\mathrm{d}\varphi$$

$$F = \int \mathrm{d}F = \int_0^{\pi} IBR \sin\varphi\, \mathrm{d}\varphi = 2IBR$$

推广： 平面载流导线在均匀磁场中受到的力，与其始点和终点相同的**载流直导线**所受的磁场力相同

6.4.1 安培力

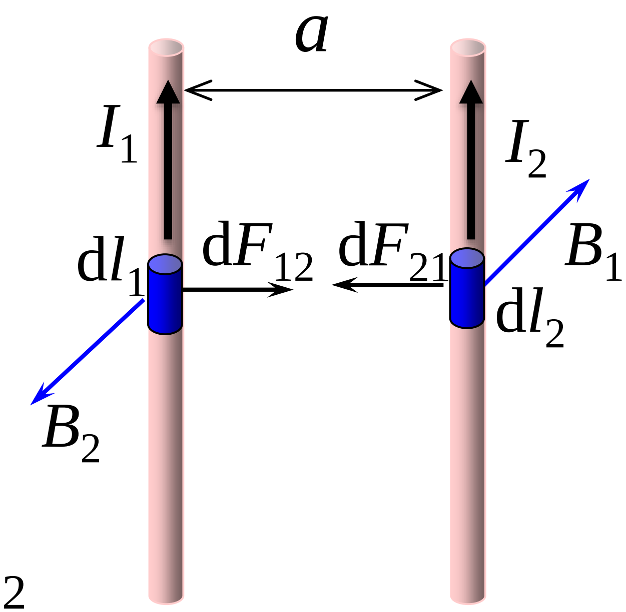
例： 两根平行放置的无限长直载流导线分别通有电流 I_1，I_2

求：单位长度上的导线所受的安培力。

$$B_2=\frac{\mu_o I_2}{2\pi a} \qquad B_1=\frac{\mu_o I_1}{2\pi a}$$

$$dF_{12}=I_1 dl_1 B_2=\frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi a}dl_1$$

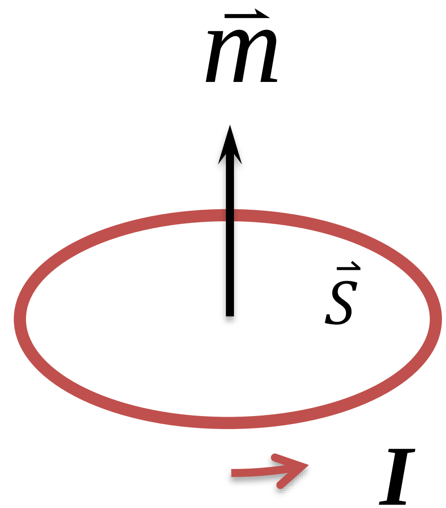
$$\frac{dF_{12}}{dl_1}=\frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi a} \qquad \frac{dF_{21}}{dl_2}=\frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi a}$$

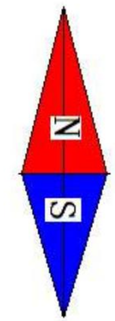


电流反向？

6.4.2 磁场对载流线圈的力矩

通电线圈自身也激发磁场，相当于指南针，“磁偶极子”。





磁偶极矩（磁矩）：

$$\vec{m} = I\vec{S}$$

S方向： 右手螺旋

均匀外磁场下磁力矩：

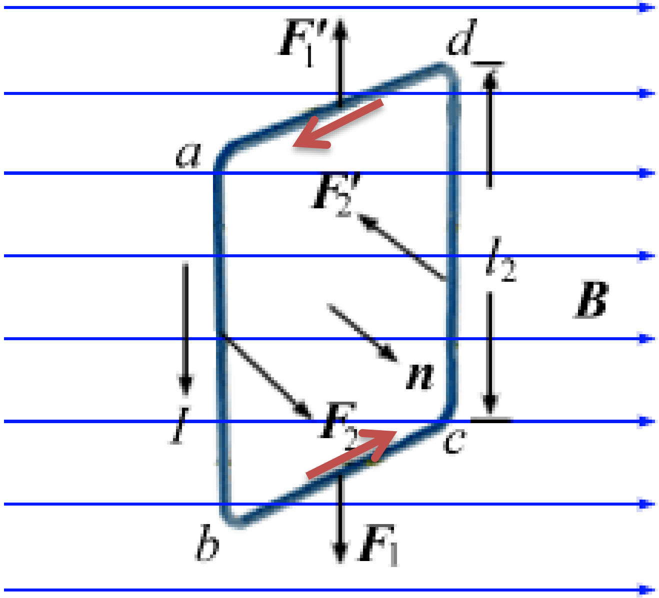
$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

电偶极子的电矩： $\vec{p}_e = q\vec{l}$

电力矩： $\vec{M} = \vec{p}_e \times \vec{E}$

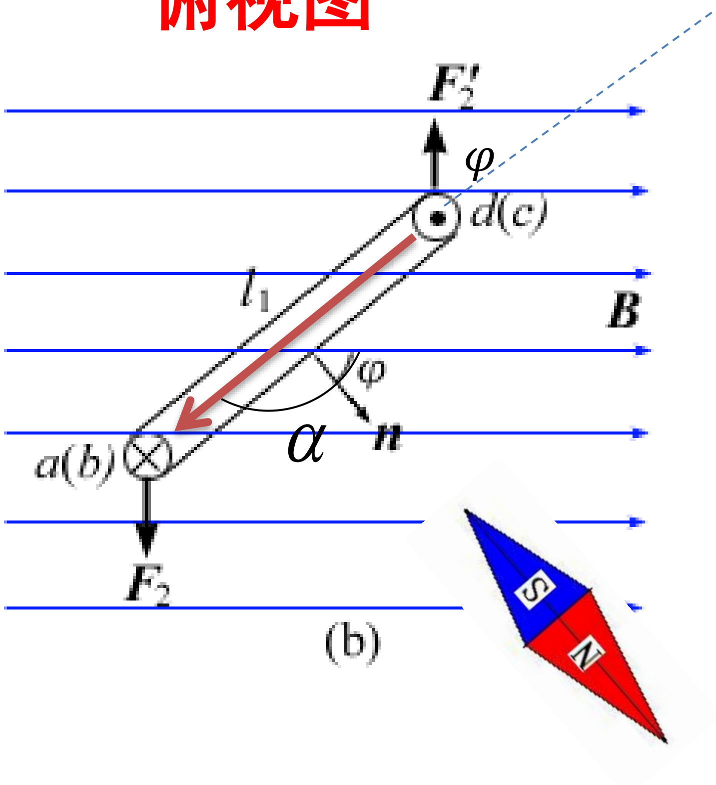
6.4.2 磁场对载流线圈的力矩

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$



(a)

俯视图



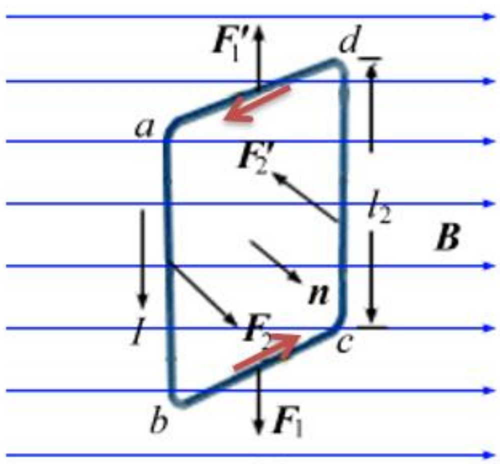
(b)

6.4.2 磁场对载流线圈的力矩

$$F_1 = \int \mathrm{d}F = \int_0^{l_1} I\mathrm{d}l \cdot B \cdot \sin\alpha = \int_0^{l_1} I\mathrm{d}l \cdot B \cdot \cos\varphi = Il_1 B\cos\varphi$$ 向上

$$F_1{}' = \int_0^{l_1} I\mathrm{d}l \cdot B \cdot \sin(\pi - \alpha) = \int_0^{l_1} I\mathrm{d}l \cdot B \cdot \cos\varphi = Il_1 B\cos\varphi$$ 向下

F_1与$F_1{}'$大小相等，方向相反，且共线，抵消



$$F_2 = F_2' = \int \mathrm{d}F = \int_0^{l_2} I\mathrm{d}l \cdot B = Il_2 B$$

F_2与$F_2{}'$大小相等，方向相反，但不共线，形成力矩

6.4.2 磁场对载流线圈的力矩

线圈所受的力矩：

$$M_2 = \frac{1}{2} l_1 F_2 \sin\varphi = \frac{1}{2} I l_1 l_2 B \sin\varphi$$

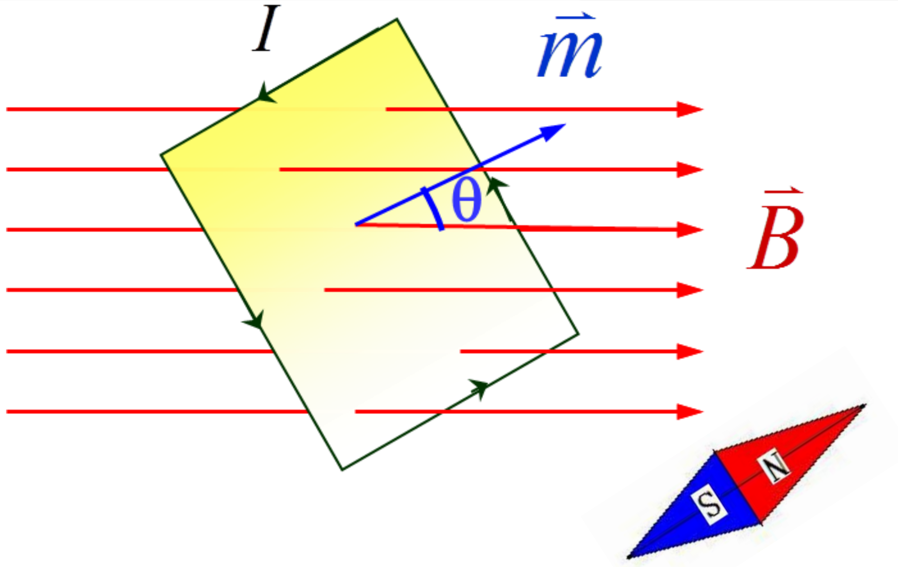
$$M_2' = \frac{1}{2} l_1 F_2' \sin\varphi = \frac{1}{2} I l_1 l_2 B \sin\varphi$$

$$M = M_2 + M_2' = I l_1 l_2 B \sin\varphi = ISB \sin\varphi = mB \sin\varphi$$

一个载流线圈 $\boxed{\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}}$ 任意形状成立

N个载流线圈 $\vec{M} = N\vec{m} \times \vec{B}$

6.4.2 磁场对载流线圈的力矩



线圈磁矩：

$$\vec{m} = IS\vec{e}_n$$

磁力矩：

$$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$$

力矩的大小：与本身磁矩，外磁场，两者夹角有关

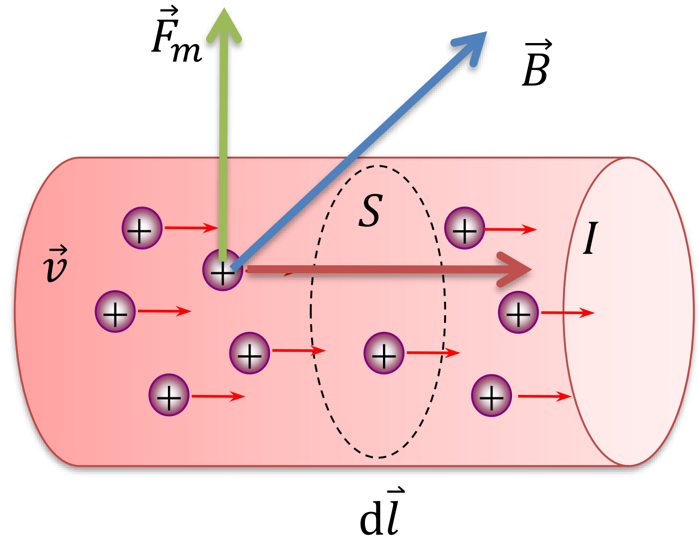
$\vec{m} \perp \vec{B} \quad \rightarrow \quad M = mB$ 最大 $\boxed{\theta = \pi / 2}$

$\vec{m} // \vec{B} \quad \rightarrow \quad M = 0$ 最小 $\boxed{\theta = 0 \text{或} \theta = \pi}$

电动机：通电线圈在磁场中受力矩作用。

6.4.3 磁场对运动电荷的作用

洛仑兹力： 速度 v 运动的带电量 q 的运动电荷在磁场中受到的磁场力



$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

既有电场，也有磁场：

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

洛伦兹力不做功： 始终与力垂直，只改变运动方向。

导体内大量电子受**洛仑兹力**是电流受**安培力的原因。？！**

正电荷向右运动，洛伦兹力向上移动电子，**做正功。**

正电荷向上运动，洛伦兹力产生向左分量，**做负功。**

洛伦兹力的总功为零，**电能转化为导体的机械能。**

6.4.3 磁场对运动电荷的作用

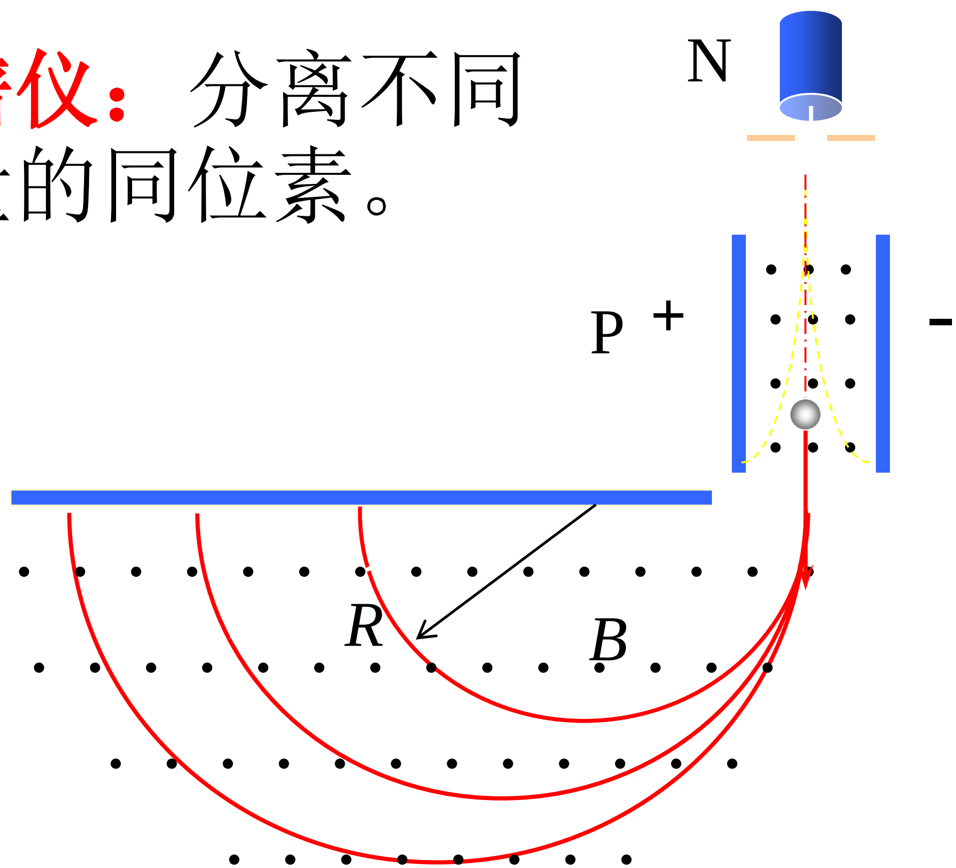
电荷在均匀磁场中运动

质谱仪：分离不同质量的同位素。

$$v = \frac{E}{B'}$$

$$qvB = m\frac{v^2}{R}$$

$$R = \frac{m\mathrm{v}}{qB}$$



可用半径来区分质量

$$T = \frac{2\pi R}{\mathrm{v}} = \frac{2\pi m}{qB}$$

周期与速度无关

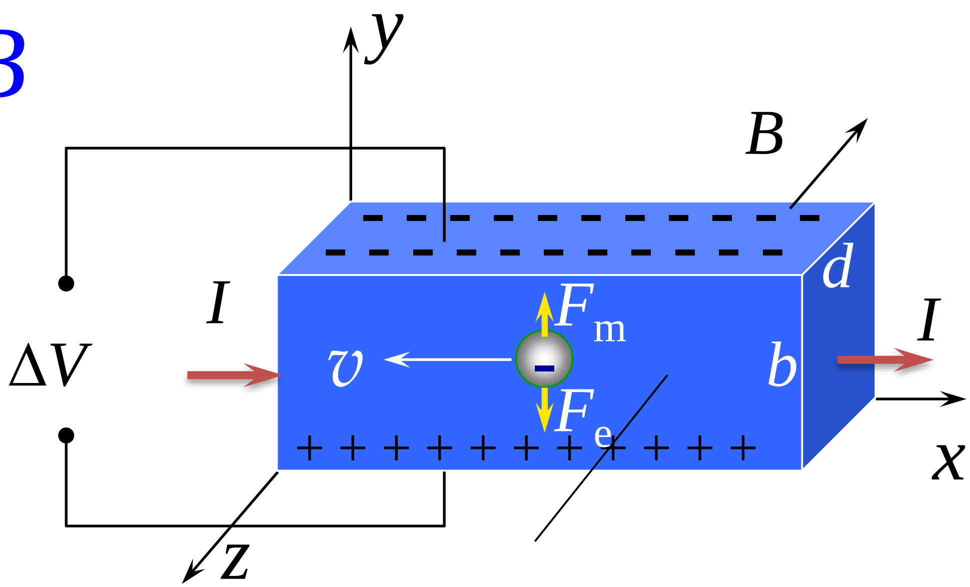
6.4.3 磁场对运动电荷的作用

霍尔效应：通电金属片放入与电流垂直的均匀磁场后，与电流和磁场垂直的两端产生电势差。

$$F_e = eE_H \qquad F_m = evB$$

霍尔电场和**洛伦兹力**平衡时：

$$eE_H = evB$$



两极板间的电压：

$$U_H = E_H b = vBb$$

运动信息→ 电压

速度传感器、测磁场、判断载流子类型等

6.4 作业

6.29

6.30