第六章 恒定磁场

主要内容

6.1 恒定电流

6.2 毕萨定律

6.3高斯定理

环路定理

6.4 磁力，磁力矩

6.5 物质的磁性

6.0　基本磁现象

历史上，磁学和电学独立发展，
曾被认为是两种现象。

库伦猜想：
磁极之间的相互作用，也具有平方反比关系。

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\mu_0}\frac{q_{m1}q_{m2}}{r^2}\vec{e}_r$$

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\vec{e}_r$$

$\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m\cdot A^{-1}}$　真空磁导率

真空介电常数
（真空电容率）

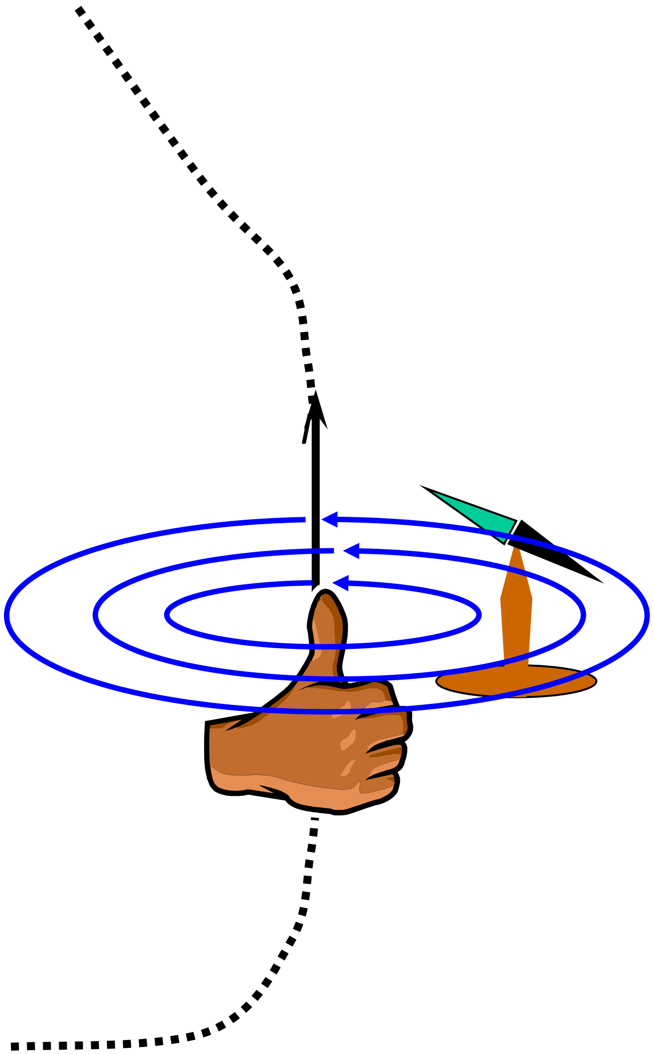
磁场强度:

$$\vec{H} = \frac{q_m}{4\pi\mu_0 r^2}\vec{e}_r$$

试探磁荷受到的力

1731年 英国商人发现：雷电击后，刀叉带磁性！

6.0　基本磁现象



1820年，哥本哈根大学，奥斯特在一次演讲中，碰巧在一根金属丝下方放置了一个小磁针，在给金属丝通电的瞬间，他发现小磁针抖动了一下。

(1777-1851)丹麦物理学家奥斯特，发现了电流的磁效应。

6.0 基本磁现象

静止电荷之间： 库仑力

静止电荷 $\rightleftarrows$ 电场 $\rightleftarrows$ 静止电荷

运动电荷之间： 库仑力+ 磁力

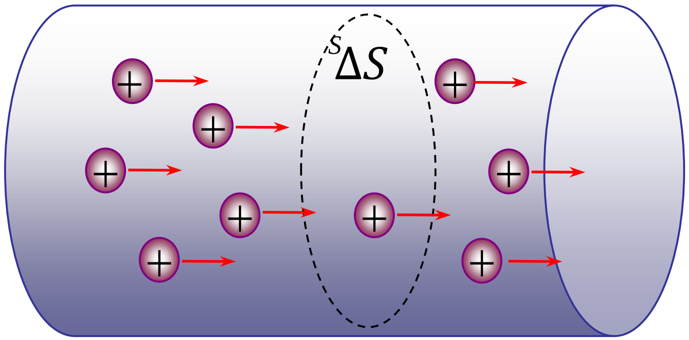
运动电荷 $\rightleftarrows$ 磁场 $\rightleftarrows$ 运动电荷

运动电荷除了在周围产生电场外，还产生磁场。
磁场只对运动电荷起作用。
恒定磁场： 恒定电流产生的磁场。

6.1.1 电流密度

电流： 大量电荷的定向移动

方向： 正电荷定向移动的方向



电流强度（电流）： 单位时间内通过截面ΔS的电荷量

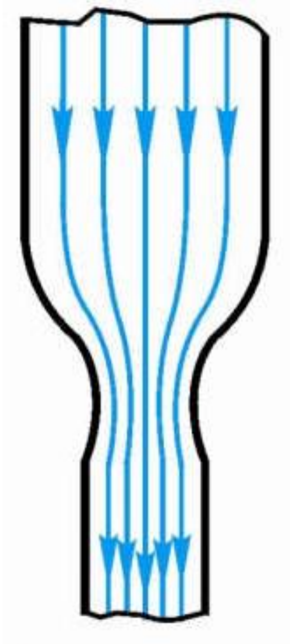
$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

单位：安培 **A**　　**1A=C/s**

6.1.1 电流密度

不同截面，电流大小不一定相同。

电流密度：垂直穿过单位面积的电流



$$\vec{J} = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_{\perp}}\vec{e}_{\mathrm{n}}$$

矢量

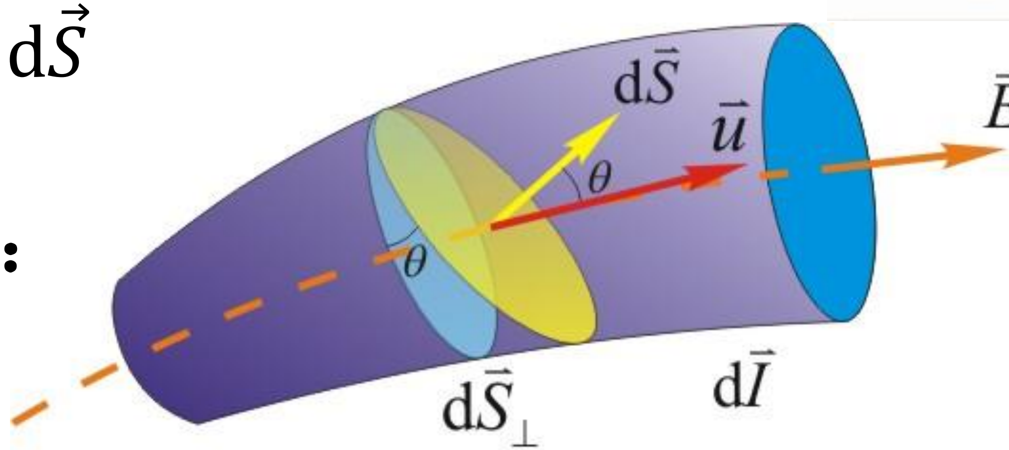
$$\mathrm{d}I = J\mathrm{d}S_{\perp}$$

通过任意面元的电流：

$$\mathrm{d}I = J\cos\theta\,\mathrm{d}S = \vec{J}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

通过任意曲面的电流：

$$I = \int_S \vec{J}\cdot d\vec{S}$$



6.1.1 电流密度

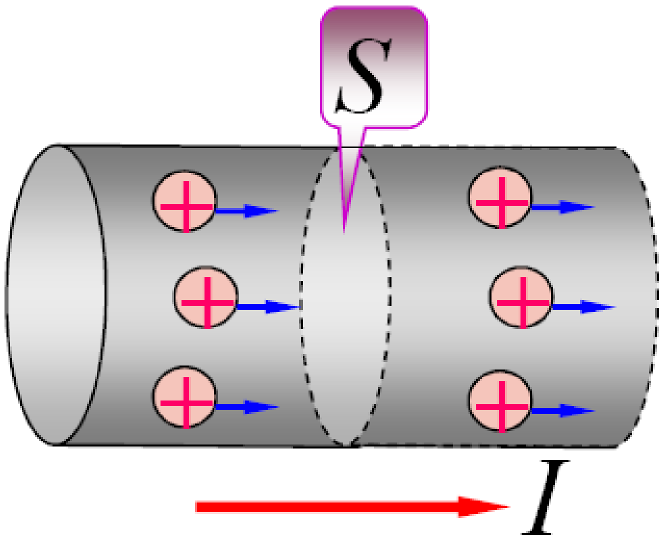
电流密度与电荷漂移速度关系：

正电荷密度： $\boldsymbol{n}$

每个正电荷所带电量： $\boldsymbol{q}$

正电荷漂移速度$\vec{u}$

dt内通过垂直截面的电荷量



$$\mathrm{d}q = q_0 n \mathbf{d}\boldsymbol{V} = q_0 n \boldsymbol{u}\mathbf{d}\boldsymbol{t}\mathbf{d}\boldsymbol{S}_{\perp}$$

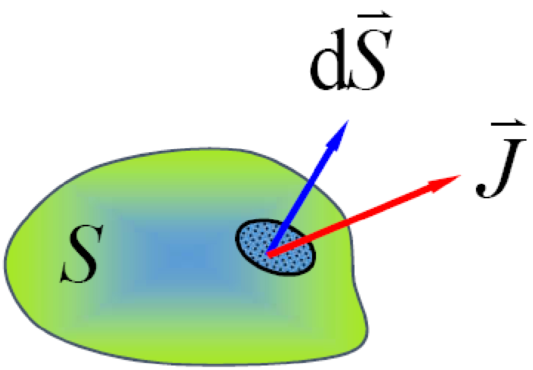
$$\vec{J} = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}S_{\perp}\mathrm{d}t}\vec{e}_{\mathrm{n}} \Rightarrow \vec{J} = q_0 n u \vec{e}_{\mathrm{n}} = q_0 n \vec{u}$$

电流密度与电荷漂移速度关系

6.1.2 电流连续性方程（了解）

根据电荷守恒：从高斯面**流出的电流**等于单位时间内**面内电荷**减少量。

$$\oint_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$ （积分形式）



$$\oint_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = -\int_V \frac{\partial\rho}{\partial t}\mathrm{d}V$$ （电荷连续分布）

散度公式：

$$\oint_S \vec{J}\cdot \mathrm{d}\vec{s} = \int_V \nabla\cdot\vec{J}\,\mathrm{d}V$$

$$\nabla\cdot\vec{J} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}$$ （微分形式）

电流密度的散度，为局域内**电荷体密度**的改变率 。

6.1.2 恒定电流（了解）

恒定电流： 流入高斯面内的电流等于流出电流。

$$\oint_S \vec{J} \cdot \mathrm{d}\vec{s} = 0 = -\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$

即高斯面内的电荷不随时间变化。

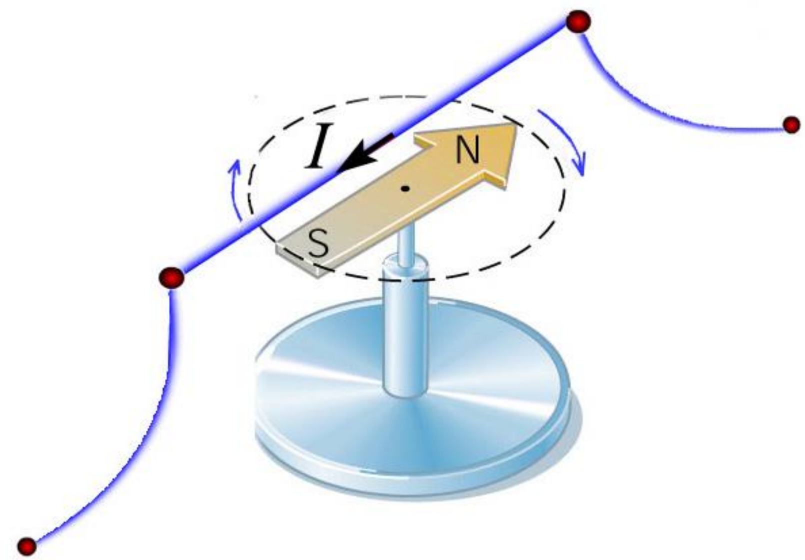
$$\nabla \cdot \vec{J} = 0$$

局域内电荷体密度的不随时间改变。

6.2.1 磁场和磁感应强度

永磁体

载流导线附近磁场



1821年，安培磁性本质假说：

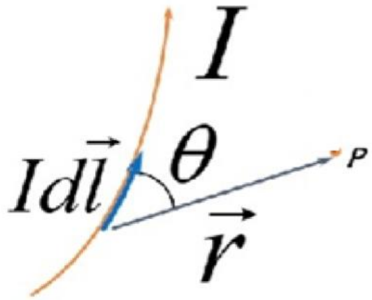
一切磁现象的根源是电流。

磁性物质中存在分子电流

6.2.2 毕-萨定律

毕奥-萨伐尔定律:

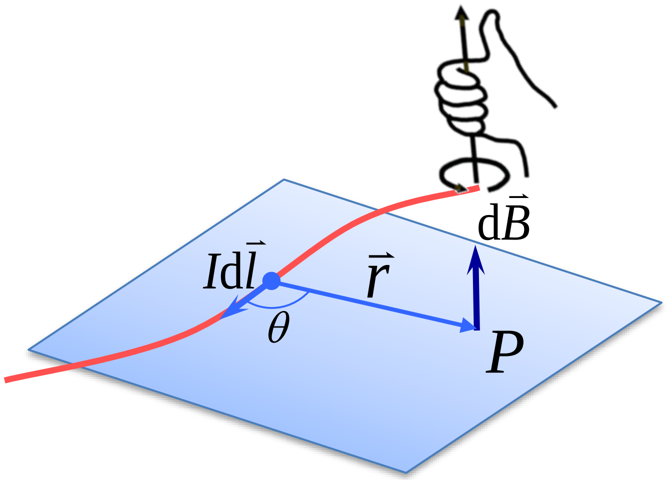
$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\boldsymbol{I}\mathbf{d}\vec{\boldsymbol{l}} \times \vec{\boldsymbol{e}}_{\boldsymbol{r}}}{r^2} \qquad \mathrm{B} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{\boldsymbol{Idl}}{r^2}\sin(\theta).$$



$\mu_o = 4\pi\times10^{-7}\ \mathrm{T\cdot m\cdot A^{-1}}$ 真空磁导率

$I\mathrm{d}\vec{l}$：电流元。方向为电流方向

$\vec{e}_r$： 沿径向矢量$\vec{r}$ 的单位矢量

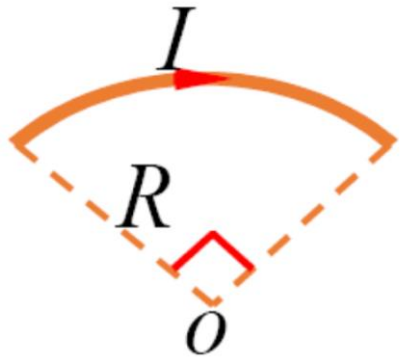


$$\vec{B} = \int \mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{e}_r}{r^2}$$

磁感应强度可以矢量叠加

6.2.2 毕-萨定律

例： 一段半径为R弧度为ϕ的圆弧形导线，当其中通有电流为I时，求中心处磁感应强度.



解：

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2},$$

各处的电流元与其到中心的径矢垂直

$$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{R^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IRd\phi}{R^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\phi}{R}$$

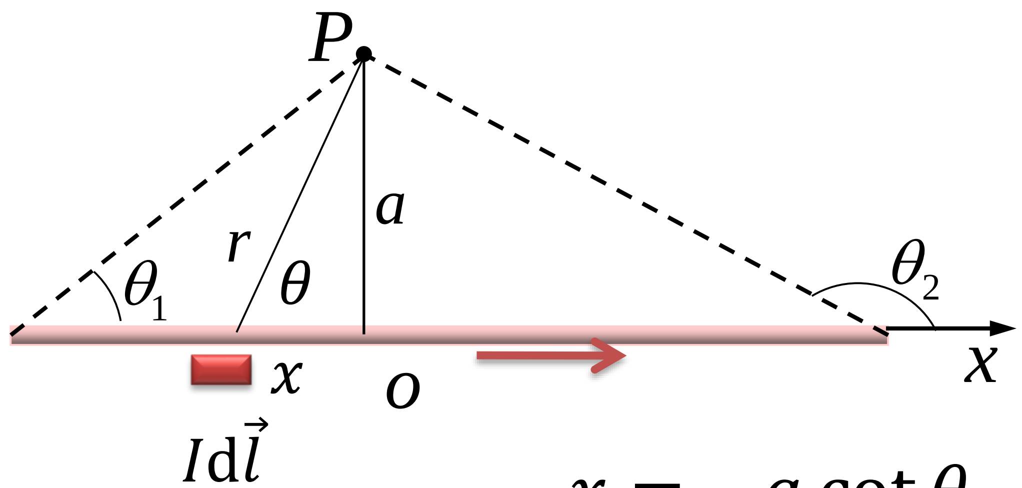
整段弧形导线积分：

$$B=\int_0^{\phi}\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Id\phi}{R}=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\phi$$

记住结果

6.2.2 毕-萨定律

例：载流长直导线，电流强度*I*，*P* 点距导线*a*，导线两端到*P* 点的连线与导线的夹角分别为θ_1和θ_2。求*P* 点的磁感应强度。



$$\mathbf{d}\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\mathbf{d}\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}$$

大小：$\mathrm{d}B = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{I\mathbf{d}x\sin\theta}{r^2}$

方向：纸面向外

$$x = -a\cot\theta$$

$$\mathbf{d}x = \frac{a\,\mathbf{d}\theta}{\sin^2\theta}$$

$$r = \frac{a}{\sin\theta}$$

$$B = \int \mathbf{d}B = \int \frac{\mu_o I}{4\pi}\frac{a}{\sin^2\theta}\frac{\sin^2\theta}{a^2}\sin\theta\,\mathbf{d}\theta$$

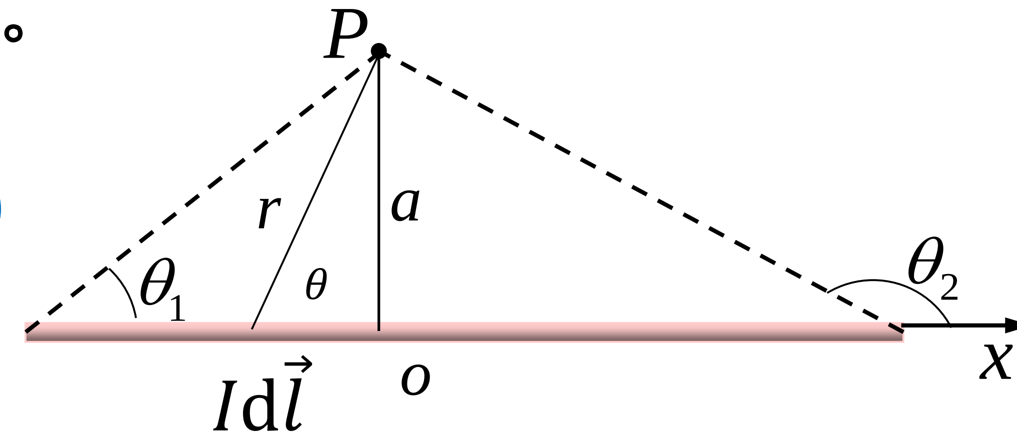
$$= \frac{\mu_o I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

统一成角度变量

6.2.2 毕-萨定律

载流长直导线磁感应强度。

$$B = \frac{\mu_o I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$



无限长

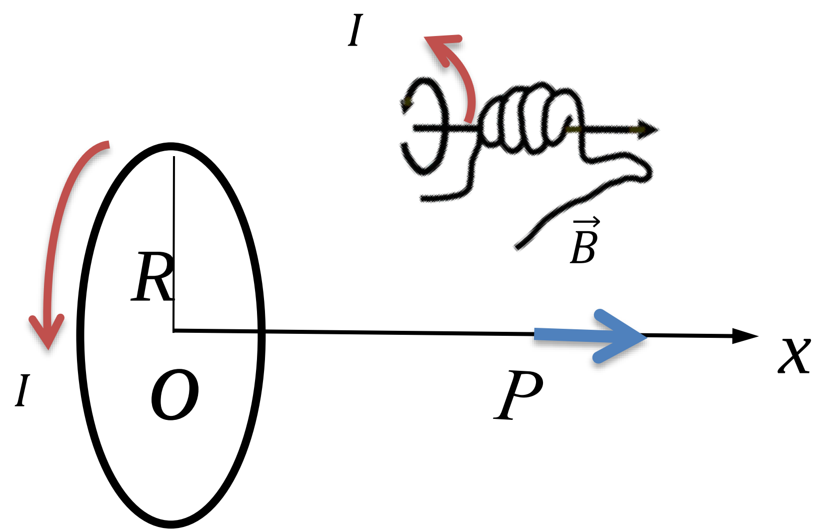
$$\theta_1 = 0, \theta_2 = \pi \qquad B = \frac{\mu_o I}{2\pi a}$$

半无限长

$$\theta_1 = \pi/2, \theta_2 = \pi \qquad B = \frac{\mu_o I}{4\pi a}$$

6.2.2 毕-萨定律

通有电流***I***，半径为***R***的载流圆环形导线在其对称轴上某点处的磁感应强度***B***。



$$\vec{B}=\frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2+x^2)^{3/2}}\vec{i}$$

环中央：$x=0$

$$\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{2R}\vec{i}$$

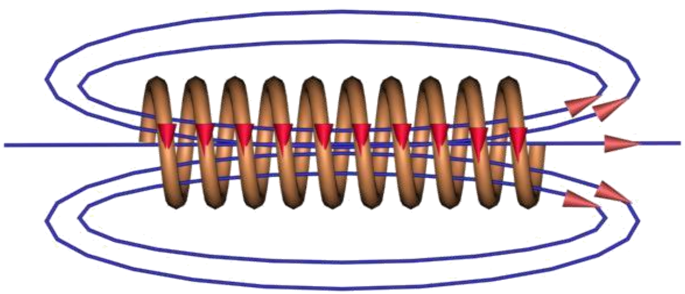
B与 I 满足右手螺旋关系：

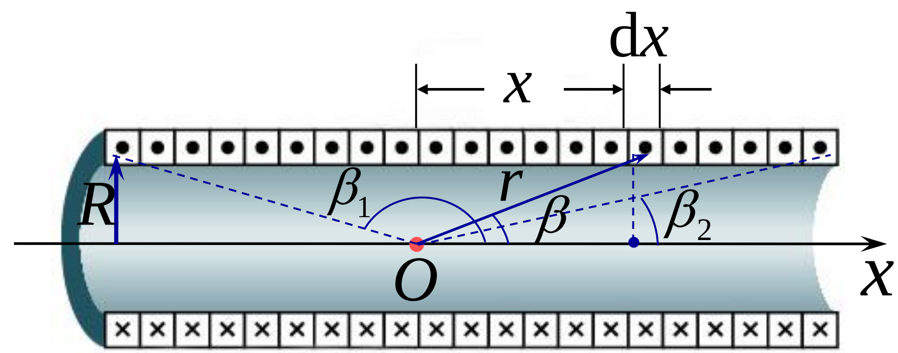
四指→ I

拇指→B

6.2.2 毕-萨定律

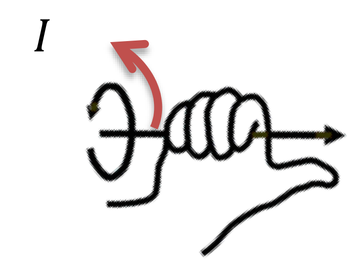
例：求长直载流螺线管在其轴线的磁感应强度。已知螺线管长为L，截面半径为R，单位长度上线圈匝数为n，通过电流为I





$$B=\frac{1}{2}\mu_0 nI(\cos\beta_2-\cos\beta_1)$$

无限长： $\boldsymbol{B=\mu_0 nI}$

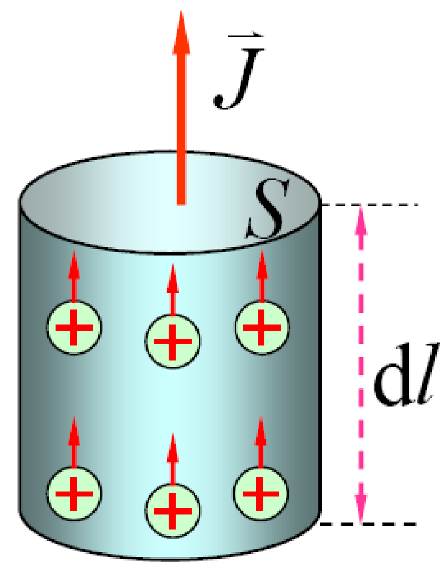


（知道普遍情况，可用毕-萨求解。无限长的结果，通过安培环路定理求解）

6.2.3 运动电荷的磁场(了解)

电流元的磁感强度：

$$d\vec{B}=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{Id\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}$$



dt时间内通过dS面的电荷量：

$$dQ=qdN$$

柱体内的电荷数： $dN=dl\,dS\,n=vdt\,dS\,n$

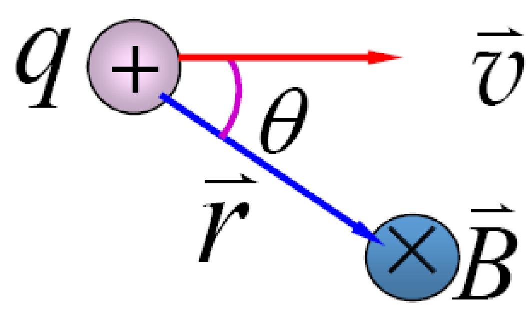
$d\vec{l}=\vec{v}$ *dt

$$I=\frac{\mathrm{d}Q}{dt}=\frac{q\,(vdtdSn)}{dt}=q\,(v\,\mathrm{d}S\,n)$$

$$d\vec{B}=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{q\,(vdSn)\,d\vec{l}\times\vec{e}_r}{r^2}=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{q(dldSn)\vec{v}\times\vec{e}_r}{r^2}$$

单个电荷产生的磁感强度：

$$\frac{d\vec{B}}{\mathrm{d}N}=\frac{\mu_o}{4\pi}\frac{q\vec{v}\times\vec{e}_r}{r^2}$$



6.2. 作 业

6.16

6.17