第一章 质点力学

1.1 质点运动学

1.2 质点动力学

1.3 动能定理

机械能守恒定律

主要内容

1.4动量定理

动量守恒定律

1.6质心运动定理

1.5角动量定理

角动量守恒定律

质点运动学和动力学重点

一、位置，速度，加速度的矢量表达，微积分

二、圆周运动的描述（极坐标），相对运动

三、牛顿第二定律，几种常见力

四、圆周运动的动力学

1.1 什么叫运动学

运动学：从几何观点来研究物体机械运动规律

运动绝对性：一切物质都处于永恒运动之中

运动学核心：运动方程

运动学：运动状态是什么样子的

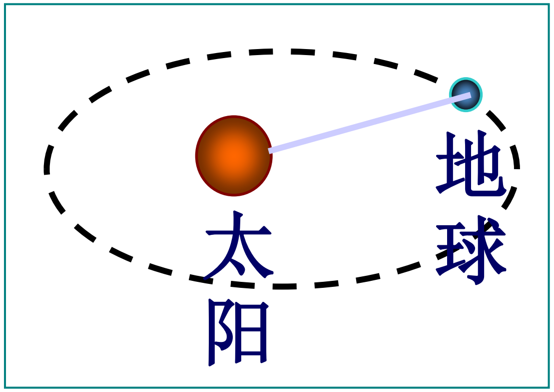
动力学：解释运动的方式和原因。

1.1 质点运动学

质点（particle）：

只具有质量而没有大小和形状的理想物体。

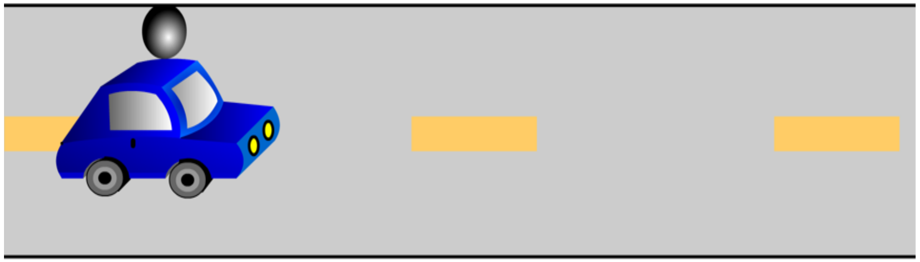
物体各点运动情况相同，物体尺度远小于运动范围。



参考系 (reference system)：

描述物体运动时被选作参考的物体

匀速行驶的汽车上，向上抛的小球



以地面为参考系：
小球做斜抛运动

以汽车为参考系：
小球做竖直上抛运动

1.1 质点运动学

坐标系：定量的描述物体相对于参考系位置

直角坐标系:　　坐标轴，坐标值
极坐标系:　　原点，引矢量
自然坐标系：　　已知确定轨迹，原点，轨道长度

描述质点运动：位置矢量，位移，速度，加速度

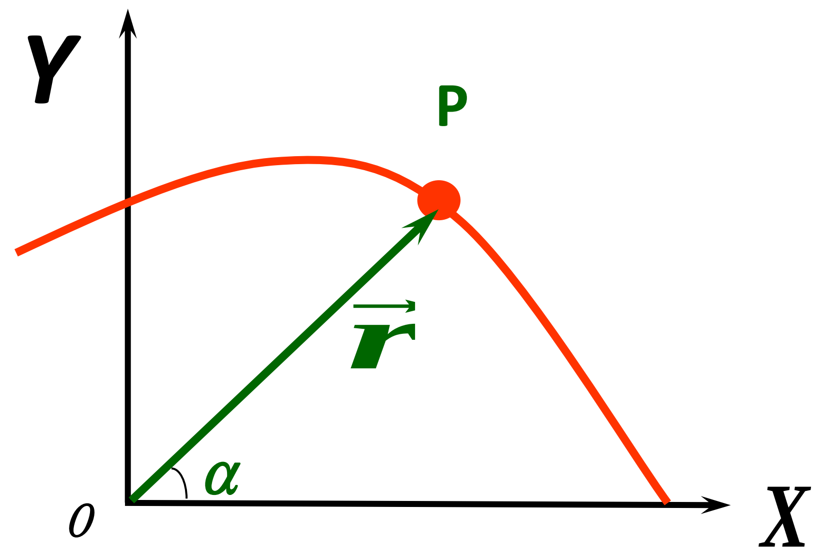
1.1.2 质点运动的描述-直角坐标系

位置矢量： 描述某时刻空间位置

位矢的大小（模）：

表示质点到坐标原点的距离

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$



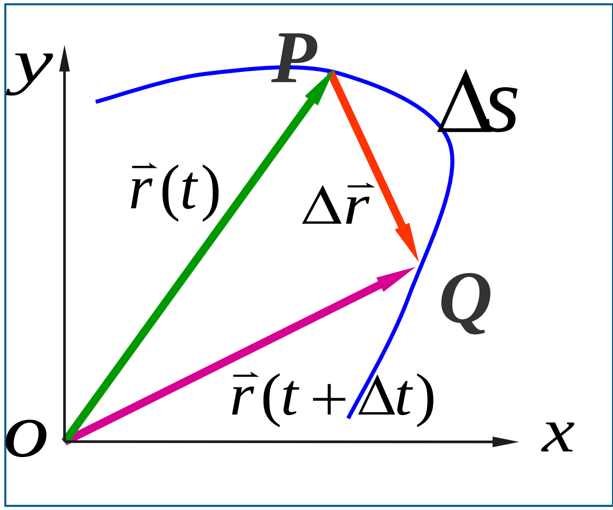
位矢的方向 ： 表示质点相对坐标原点的方位

$$\tan\alpha = \frac{y}{x}$$

1.1.2 质点运动的描述-直角坐标系

位移矢量：描述一段时间内，点的运动

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$
$$= (x_2 - x_1)\vec{i} + (y_2 - y_1)\vec{j}$$
$$= \Delta x\vec{i} + \Delta y\vec{j}$$



路程 Δs **：轨道长度，是标量。**

位移 $\Delta\vec{r}$ **是矢量** $|\Delta s| \geq |\Delta\vec{r}|$

1.1.2 质点运动的描述

速度：描述位矢随时间变化快慢及方向

平均速度：

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

大小： $|\vec{v}| = \dfrac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}$

方向： $\Delta\vec{r}$

平均速率

$$\bar{v} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

瞬时速度：

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\vec{r}(t+\Delta t)-\vec{r}(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

运动方向：沿轨道的切线指向

1.1.2 质点运动的描述

加速度：速度变化快慢

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$$

加速度大小：

$$|\vec{a}| = \sqrt{{a_x}^2 + {a_y}^2 + {a_z}^2}$$

加速度方向：

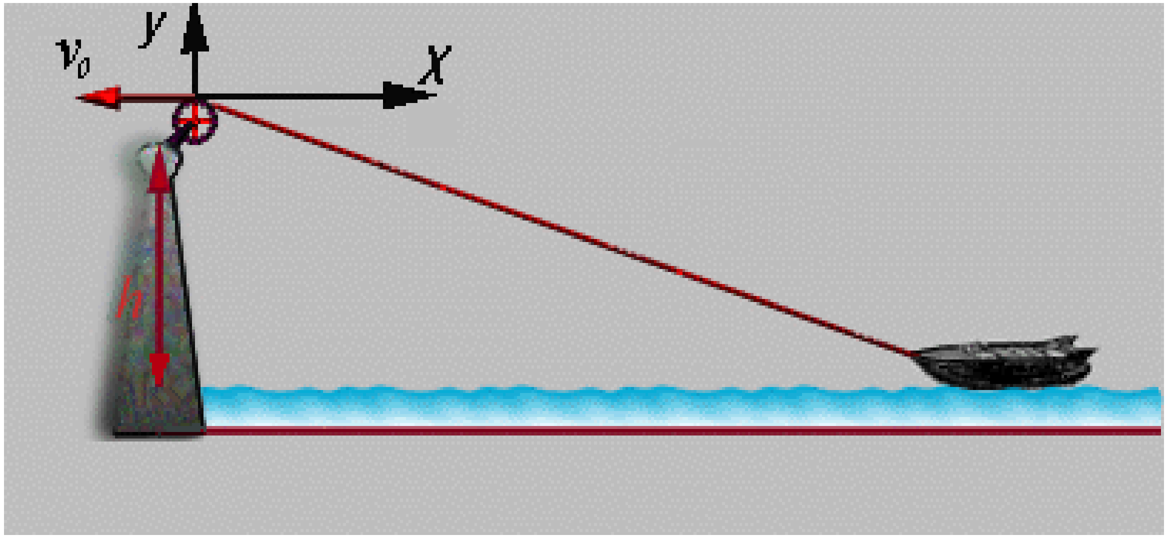
$$\vec{a}//\Delta\vec{v}$$

1.1.4 质点运动学的基本问题

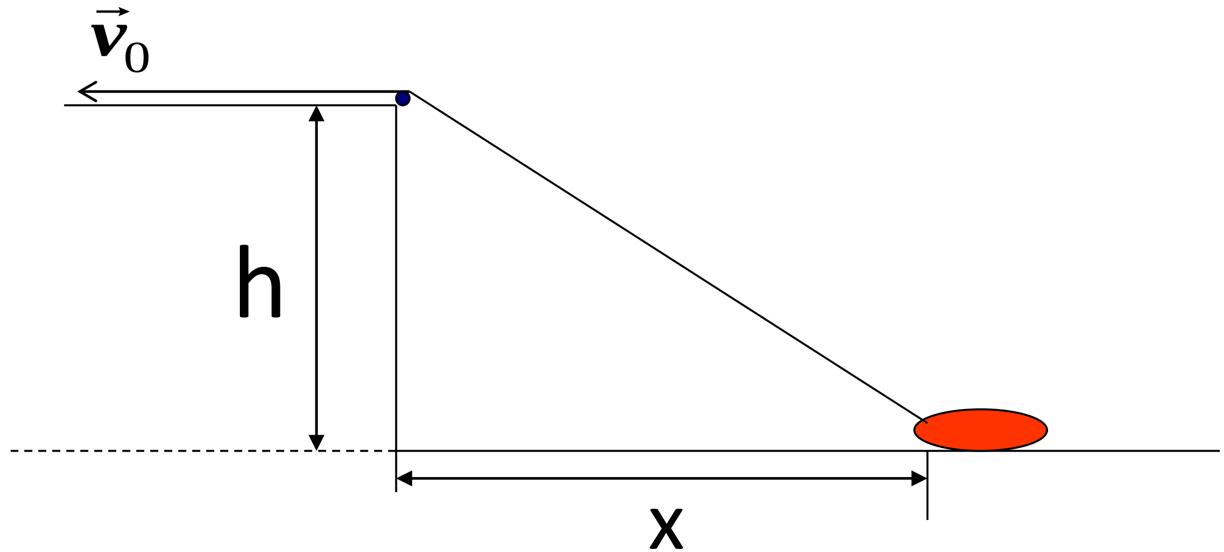
1. 已知运动方程求速度和加速度 （求微分）

例1 一人站在崖上, 用绳子通过一滑轮向岸边匀速拉一条小船, 如图, 假设崖高为h, 拉绳的速率为v_0.

求：船速度v和加速度a与船到岸边距离x的关系。



解:



绳子速度大小: $v_0 = -\dfrac{dl}{dt}$

某时刻船的位置: $x^2 = l^2 - h^2$

对时间求导: $2x\dfrac{dx}{dt} = 2l\dfrac{dl}{dt}$

船行速度: $v = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{l}{x}\dfrac{dl}{dt} = -\dfrac{\sqrt{x^2+h^2}}{x}v_0$

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{l}{x}\frac{dl}{dt} = -\frac{l}{x}v_0$$

船行加速度：

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(-\frac{l}{x}v_0\right) = -v_0\left(\frac{dl}{dt}\frac{1}{x} - \frac{l}{x^2}\frac{dx}{dt}\right)$$

$$= -v_0\left(\frac{-v_0 x - vl}{x^2}\right) = -v_0\frac{-v_0 x + \frac{v_0 l}{x}l}{x^2}$$

$$= v_0^2\frac{x^2 - l^2}{x^3} = -v_0^2\frac{h^2}{x^3}$$

2. 已知速度和加速度求运动方程（求积分）

一物体作直线运动，初速度为零，初加速度为$\boldsymbol{a_0}$,加速度表达式

$$a = a_0 + \frac{a_0}{2}t$$

求：t 秒后物体的速度大小和离开出发点的距离。

解：速度的大小：

$$v = \int_0^t a dt = \int_0^t (a_0 + \frac{a_0}{2}t)\, dt = a_0 t + \frac{a_0}{4}t^2$$

距离：

$$x = \int_0^t v dt = \int_0^t (a_0 t + \frac{a_0}{4}t^2) dt = \frac{a_0}{2}t^2 + \frac{a_0}{12}t^3$$

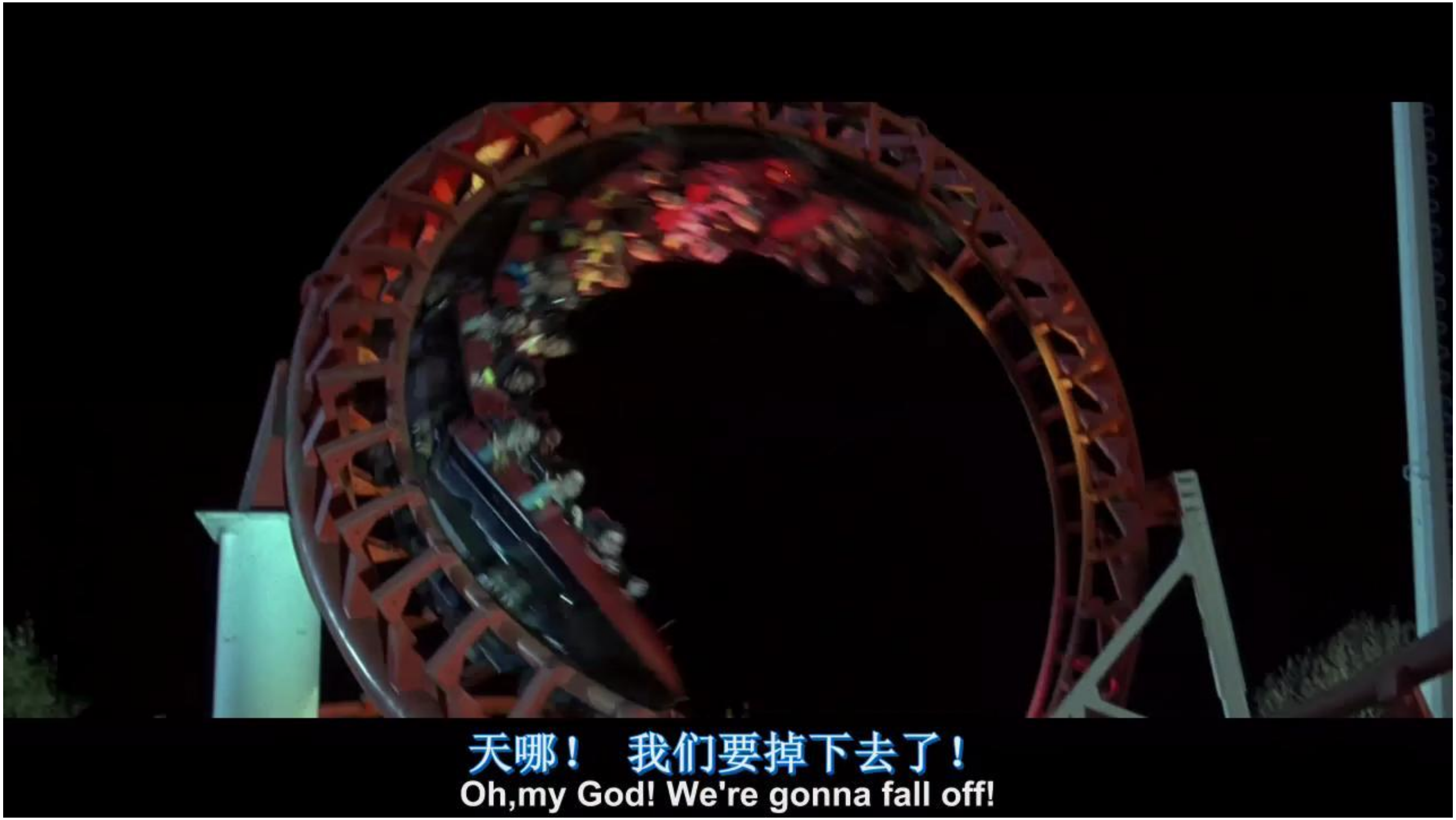
大学物理不再只处理匀加速运动，可是任意加速度形式。

作业

1.12题

1.18题

1.1.5 极坐标系-圆周运动



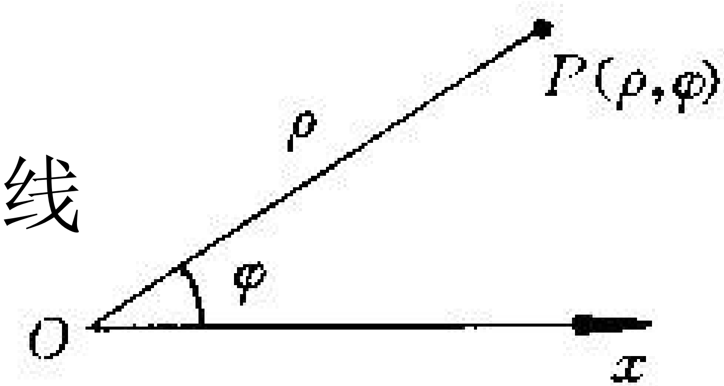
图片来源：死神来了 3

1.1.5 平面极坐标系

极坐标系：

极点： 原点

极轴： 固定于参考系的一条射线



坐标：

极径： 点P到原点O的距离

极角： OP与极轴间的夹角

极坐标系的单位矢量：

径向单位矢量： 沿着 OP向外 $\vec{e}_r$

横向单位矢量： 垂直OP，逆时针为正。$\vec{e}_\theta$

1.1.5平面极坐标系

例子：匀速率圆周运动的质点运动方程

直角坐标系：

$$\begin{cases} x = R\cos(\omega t) \\ y = R\sin(\omega t) \end{cases}$$

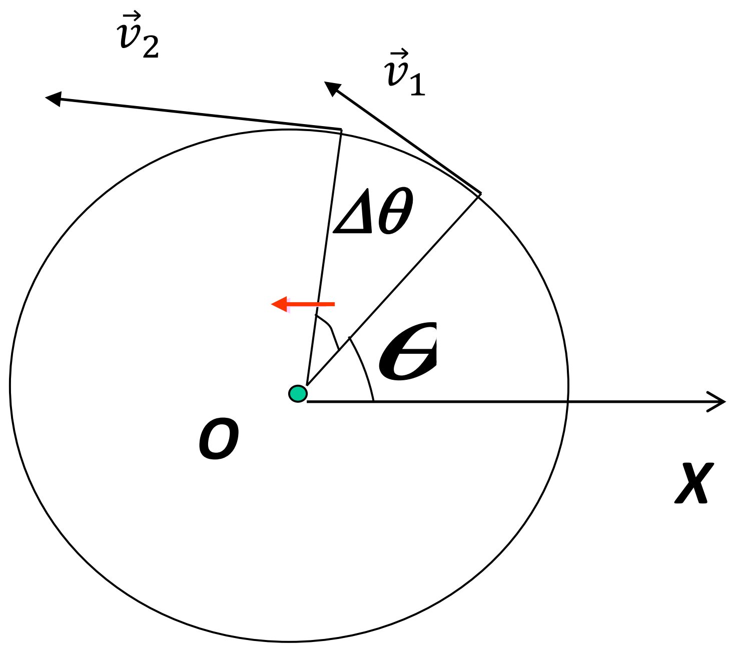
极坐标系：

$$\begin{cases} r = R \\ \theta = \omega t \end{cases}$$

1.1.5平面极坐标系

角速度：角位置对时间的一阶导数，方向：右手螺旋

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}$$



单位：rad/s

角加速度：角速度对时间一阶导数

$$\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

角位置：

沿逆时针为正

单位 **rad/s²**

1.1.5平面极坐标系（速度）

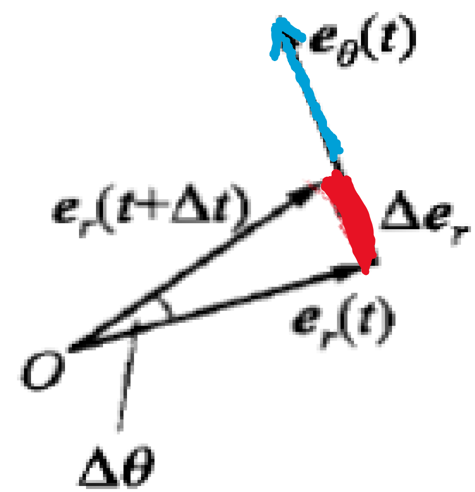
位置矢量： $\vec{r} = r\vec{e}_r$

速度矢量： $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(r\vec{e}_r) = \frac{dr}{dt}\vec{e}_r + r\frac{d}{dt}\vec{e}_r$

径向单位矢量变化率 （方向：半径与切线垂直）

$$\frac{d}{dt}\vec{e}_r = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{e}_r}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{(|\vec{e}_r|\Delta\theta)\vec{e}_\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt}\vec{e}_\theta = \omega\vec{e}_\theta$$

方向：半径和切线垂直，径向单位矢量变化方向是横向。
大小：弧长除以时间，弧长=弧度*1.



径向速度分量和横向速度分量：

$$v_r = \frac{dr}{dt} \qquad v_\theta = r\frac{d\theta}{dt} = r\omega$$

1.1.5平面极坐标系：速度

小结：线速度分解成径向速度和横向速度：

$$\vec{v} = \frac{dr}{dt}\vec{e}_r + r\frac{d\theta}{dt}\vec{e}_\theta$$

速度的大小（速率）：

$$|\vec{v}| = \sqrt{(\frac{dr}{dt})^2 + (r\omega)^2}$$

1.1.5平面极坐标系：加速度（了解）

加速度:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_r\vec{e}_r + a_\theta\vec{e}_\theta$$

径向加速度:

$$a_r = \frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

横向加速度:

$$a_\theta = r\left(\frac{d^2\theta}{dt^2}\right) + 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt}$$

匀速圆周运动的向心力： 径向加速度的第二项

1.1.6 自然坐标系

自然坐标系： 以原点和质点所在位置之间的**轨道长度**描述质点位置。

切向单位矢量： 沿质点所在点的轨道切线方向。

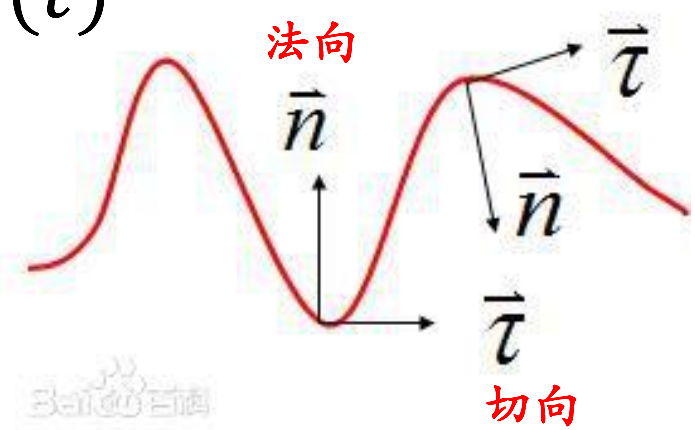
法向单位矢量：（先确定切线方向）

垂直于在同一点的切向单位矢量而指向曲线的凹侧。

两个单位矢量的方向，随质点位置不同而变换。

质点的弧坐标：轨道长度 $s = s(t)$

轨道方程已知的条件下，运动规律只用一个方程描述。



1.1.6 自然坐标系

速度： 只有切向分量。

$$\vec{v} = v\vec{e}_t = \frac{ds}{dt}\vec{e}_t$$

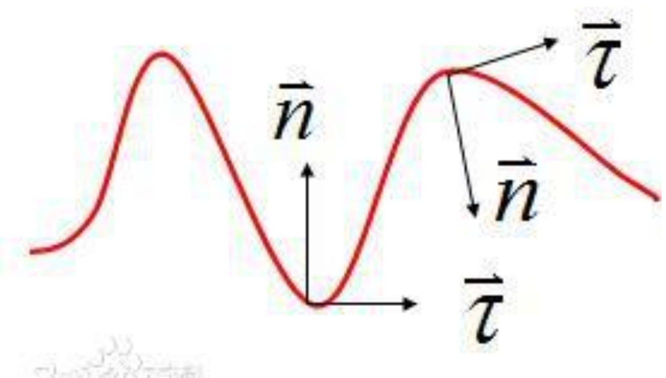
$$\frac{d\vec{e}_t}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\vec{e}_n$$

加速度：

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(v\vec{e}_t)}{dt} = a_t\vec{e}_t + a_n\vec{e}_n$$

切向加速度： 只改速率，不改方向

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$



1.1.6 自然坐标系

法向加速度：

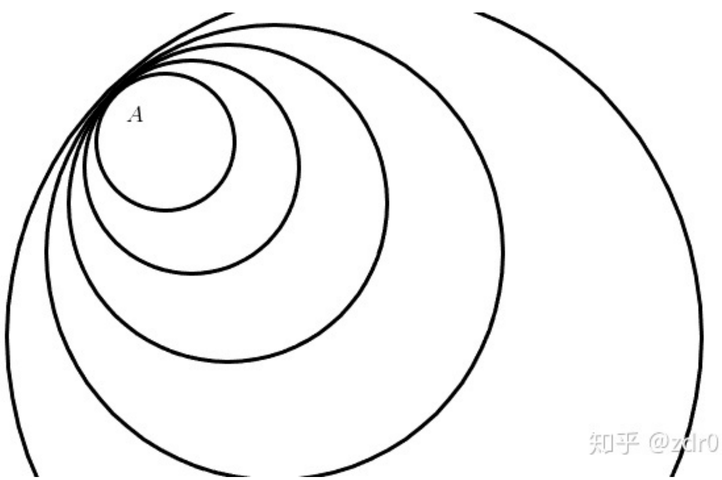
只改方向，不改速率

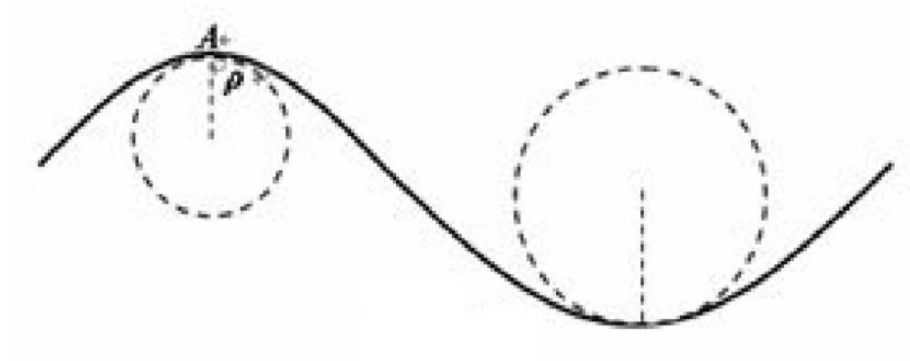
$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

曲率半径：

$$\rho = \frac{ds}{d\theta}$$

近似圆弧的半径。





1.1.6 自然坐标下的圆周运动

线速率与角速率的关系：

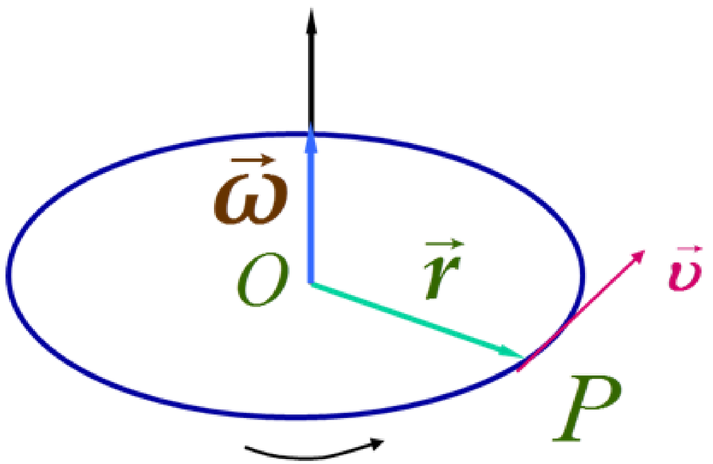
$$v = \rho\omega$$

只有切线方向

线加速度与角加速度的数值关系：

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \rho\frac{d\omega}{dt} = \rho\beta$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \rho\omega^2$$



一汽车在半径R=200 m 的圆弧形公路上行驶，其运动学方程为$s=20t-0.2t^2$ (SI) .

求 汽车在 $t=1$ s 时的速度和加速度大小。

解 根据速度和加速度在自然坐标系中的表示形式，有

$$v=\frac{ds}{dt}=20-0.4t \qquad v(1)=19.6\ \mathrm{m/s}$$

$$a_\tau=\frac{dv}{dt}=-0.4 \qquad a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{(20-0.4t)^2}{R}$$

$$a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}=\sqrt{(-0.4)^2+\left(\frac{(20-0.4t)^2}{R}\right)^2}$$

$$a(1)=\sqrt{(-0.4)^2+\left(\frac{(20-0.4\times1)^2}{200}\right)^2}=1.44\ \mathrm{m/s^2}$$

作业

1.15题

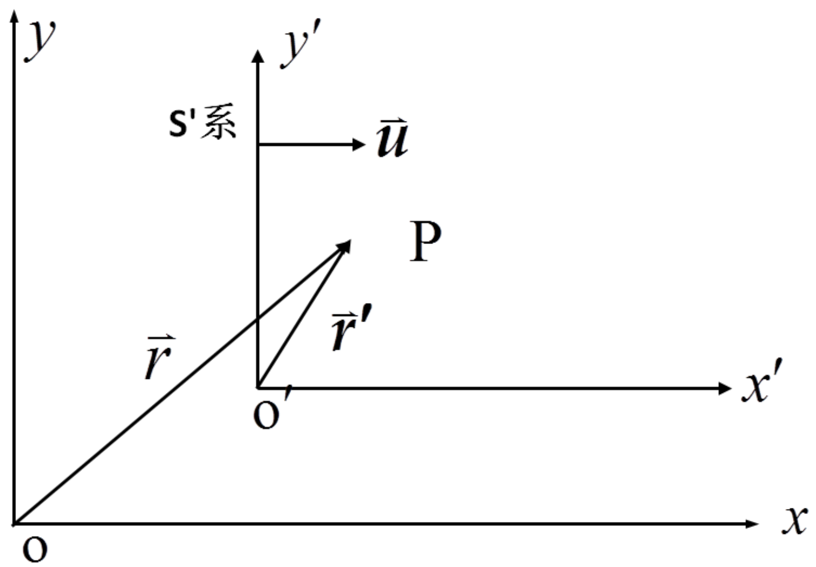
1.16题

1.1.7 相对运动

运动的描述是相对的，不同参考系有不同的运动状态。

设参考系S’ 相对参考系S平动

t时刻质点运动到P点，



位矢关系：

$$\vec{r}_{OP} = \vec{r}_{O'P} + \vec{r}_{OO'}$$

速度关系：

$$\vec{v}_{OP} = \vec{v}_{O'P} + \vec{v}_{OO'}$$

习题

飞机相对空气的速度大小为200km/h，风速为56km/h，方向从西向东。地面雷达测得飞机速度大小为192km/h，则其方向是：

（A）南偏西16.3°

（B）西偏北16.3°

（C）北偏东16.3°

（D）东偏南16.3°

（E）正南或正北

习题

飞机相对空气的速度大小为200km/h，风速为56km/h，方向从西向东。地面雷达测得飞机速度大小为192km/h，则其方向是： 【E】

$$\vec{v}_{飞地} = \vec{v}_{飞空} + \vec{v}_{空地}$$

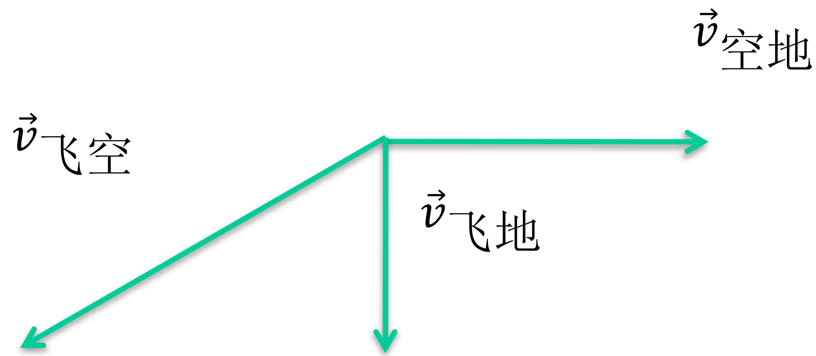
（A）南偏西16.3°

（B）西偏北16.3°

（C）北偏东16.3°

（D）东偏南16.3°

（E）正南或正北



$$\left|\vec{v}_{飞地}\right|^2 = \left|\vec{v}_{飞空}\right|^2 + \left|\vec{v}_{空地}\right|^2 - 2\cos\alpha \left|\vec{v}_{飞空}\right| \left|\vec{v}_{空地}\right|$$

作业

1.19题