

## 7.4.1 动生电动势

$$\varepsilon_i = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

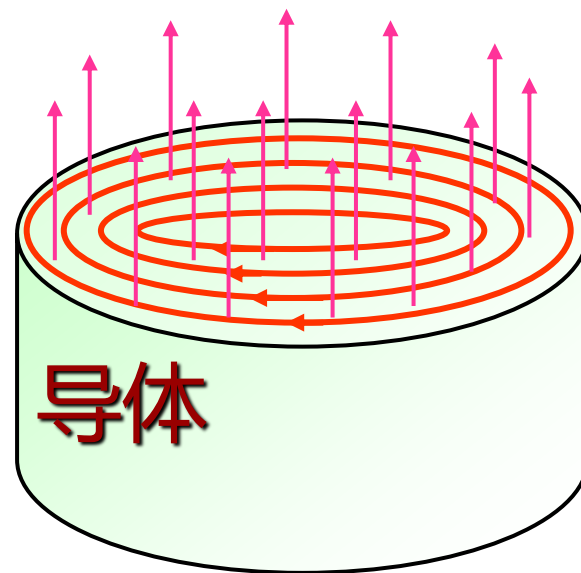
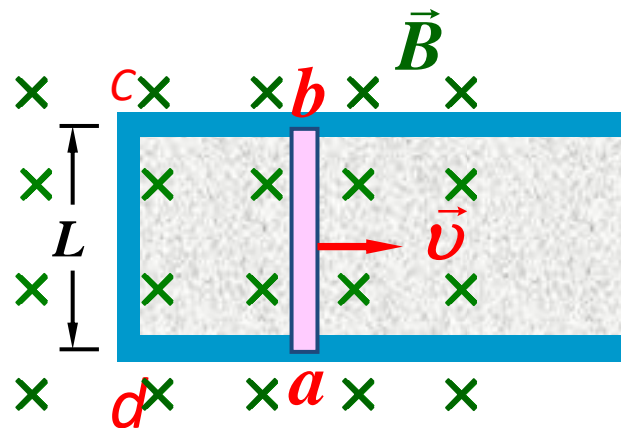
感应电动势可分为：

**动生电动势：**

磁场不变，导体运动  
(平动、转动)。

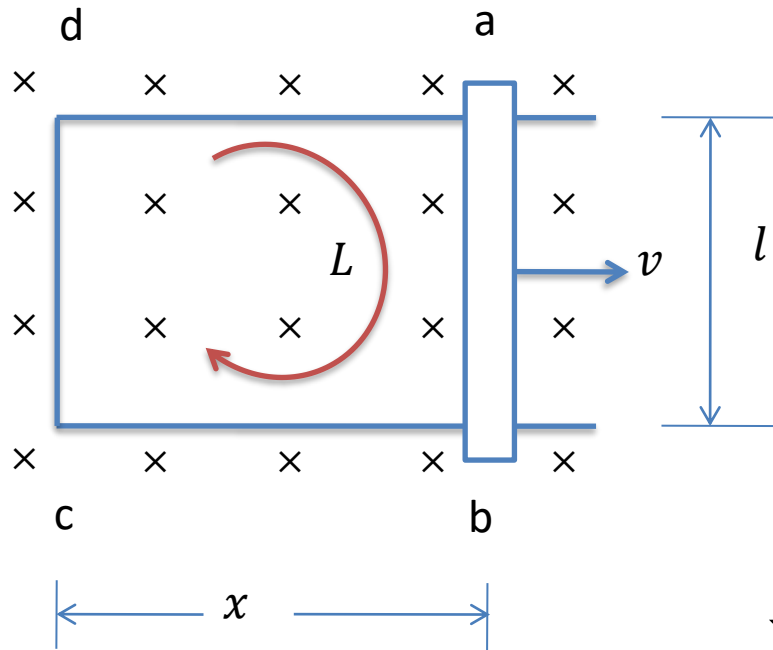
**感生电动势：**

磁场变化，导体不变。



## 7.4.1 动生电动势

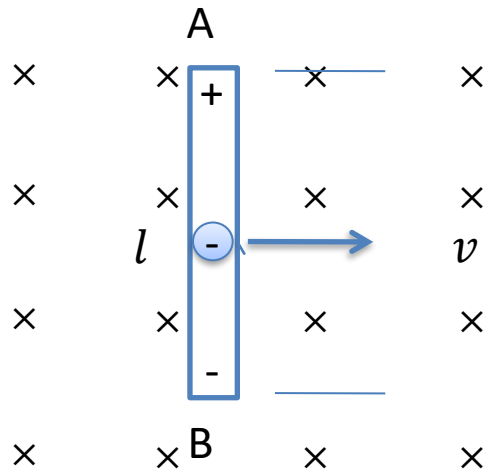
动生电动势：导体在磁场中运动，切割磁感线。



$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = -B \frac{d}{dt} \int_S dS \\ &= -B \frac{d(xl)}{dt} = -Bl \frac{dx}{dt} = -Blv\end{aligned}$$

方向与回路 $L$ 方向（在导体棒上， $a \rightarrow b$ ）相反，即  $b \rightarrow a$

## 7.4.1 动生电动势



电子受洛伦兹力:  $\vec{F} = -e\vec{v} \times \vec{B}$

非静电场强:  $\vec{E}_k = \vec{v} \times \vec{B}$

电源电动势:  $\varepsilon_i = \int_a^b (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{l}$

切割磁感应线  $\Rightarrow$  动生电动势

外力向右移动导线:

洛伦兹力向下分量移动电子, 做正功。

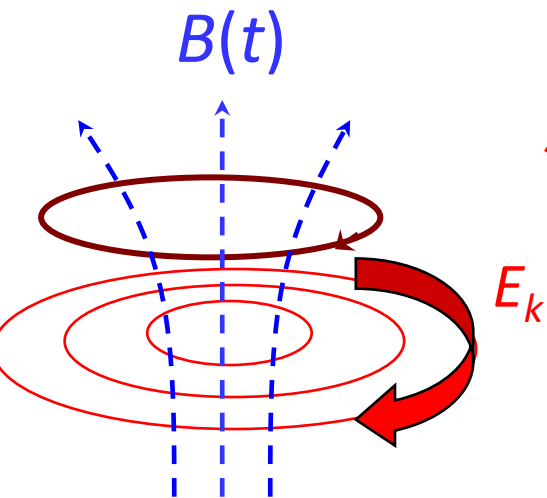
电子向下运动:

洛伦兹力向左分量, 做负功。

匀速运动的导线: 水平方向的洛伦兹力与外力平衡。

洛伦兹力总功为零, 机械能转化为电势能, 即发电机。

## 7.4.2 感生电动势



**感生电动势：**  $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}$

导体与磁场无相对运动，非洛伦兹力。  
**静电力的来源？**

**感生电场（涡旋电场）：** 变化磁场激发的一种电场。

**感应电场的性质：** 与是否有导体无关。

非保守场，电场线为闭合曲线。

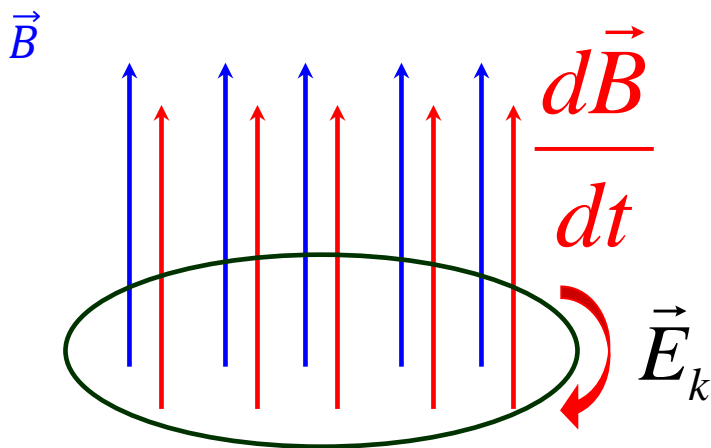
$$\varepsilon_i = \oint_l \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} \neq 0$$

## 7.4.2 感生电动势

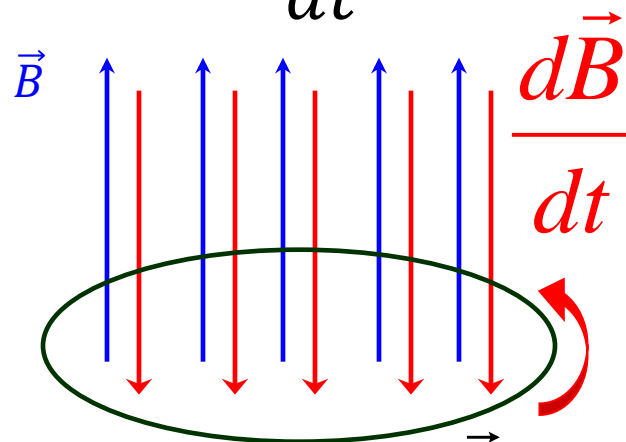
感生电动势:  $\varepsilon_i = \oint_l \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}$  法拉第电磁感应定律

斯托克斯公式:  $\oint_l \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \int_S (\nabla \times \vec{E}_i) \cdot d\vec{S}$

电磁感应定律的微分形式:  $\nabla \times \vec{E}_i = - \frac{d\vec{B}}{dt}$



$\vec{B}$  随时间增加



$\vec{B}$  随时间减小

## 曲线积分基本公式:

对于单连通区域，无旋场是保守场；  
保守场是无旋场；  
积分结果与路径无关。

$$\int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} = W(b) - W(a)$$

曲线积分

端点的值

端点--之间路径

## 斯托克斯公式:

XOY面上投影  
即为格林公式

$$\int_S (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{S} = \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

曲线--围成面积

向量场旋度的曲面积分

向量场在曲面边界处的线积分

## 高斯公式:

$$\int_V \vec{\nabla} \cdot \vec{E} dV = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

曲面--围成体积

向量场旋度的体积分

向量场在体积表面的面积分

## 7.4.2 感生电动势

### 静电场

场源：由静止电荷产生

共同点：对电荷有力的作用

$$\oint_l \vec{E}_{\text{静}} \cdot d\vec{l} = 0$$

(无旋场)

$$\oint_S \vec{E}_{\text{静}} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i$$

(有源场)

### 感生电场

由变化的磁场产生

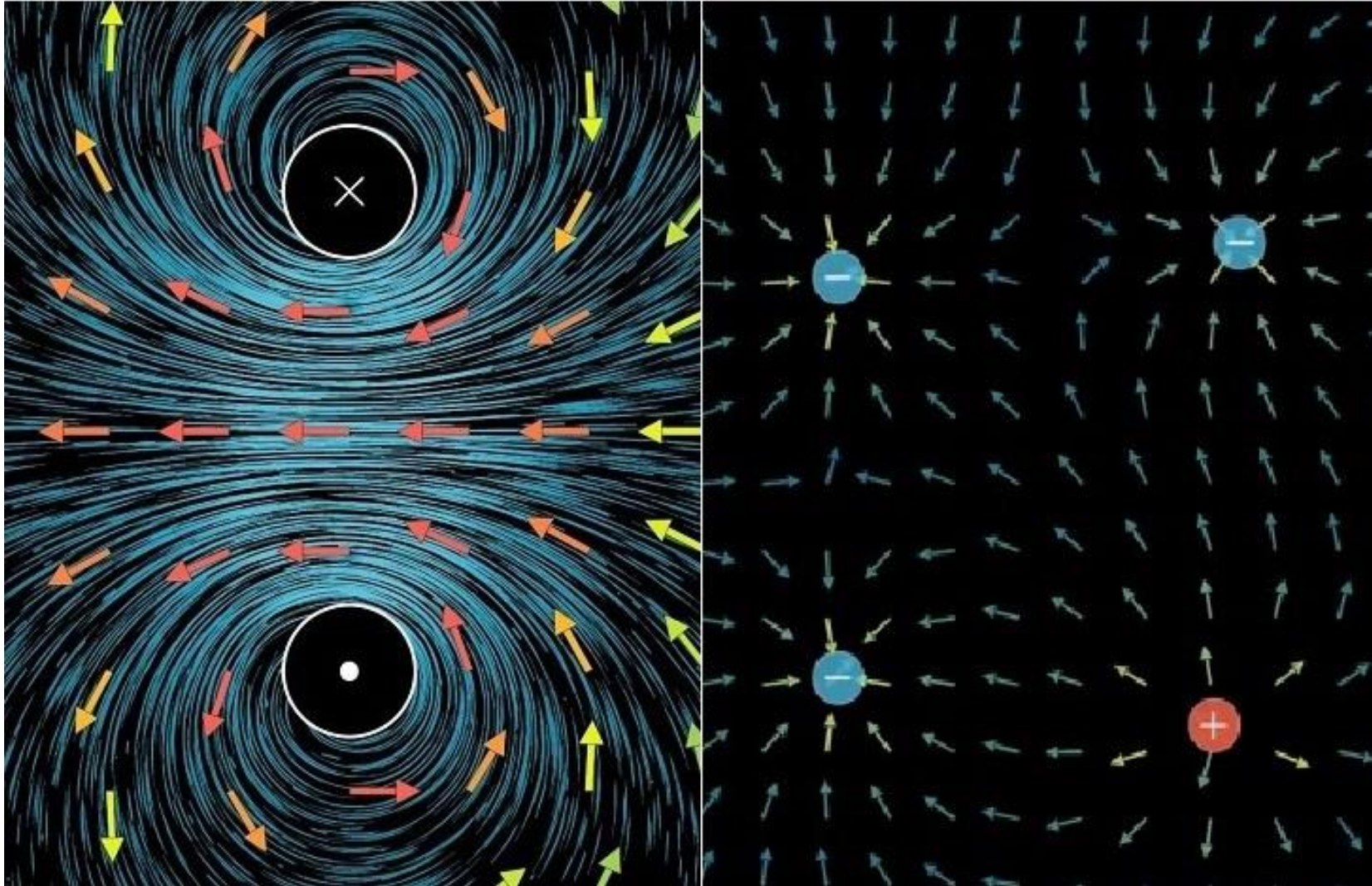
对电荷有力的作用

$$\oint_l \vec{E}_k \cdot d\vec{l} = \epsilon_i \neq 0$$

(涡旋场)

$$\oint_S \vec{E}_k \cdot d\vec{S} = 0$$

(无源场)



旋度描述矢量场中某点附近的旋转程度（切向）。

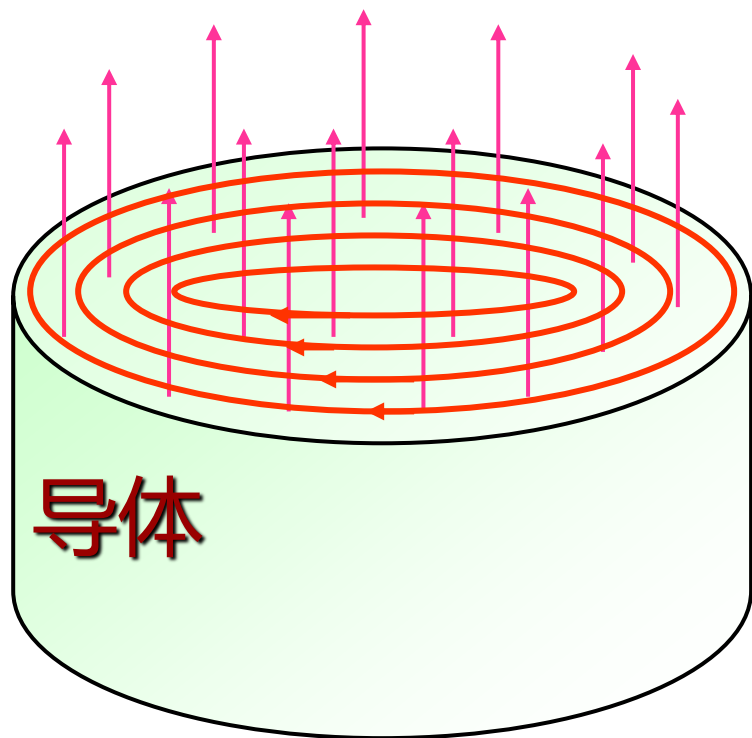
散度描述矢量场中某点附近的发散程度（法向）。



## 7.4.2 感生电动势

**涡旋电流：** 感应电动势形成环形的感应电流。

**电磁炉：** 利用涡旋电流的焦耳热效应使导体升温，从而实现加热



## 7.4 作业

---

7.9 7.15

## 7.5.1 自感现象与自感系数

**自感现象：**线圈中**电流发生变化**时，线圈**本身**产生感生电动势。

$$I(t) \rightarrow B(t) \rightarrow \psi(t) \text{若变化} \rightarrow \varepsilon$$

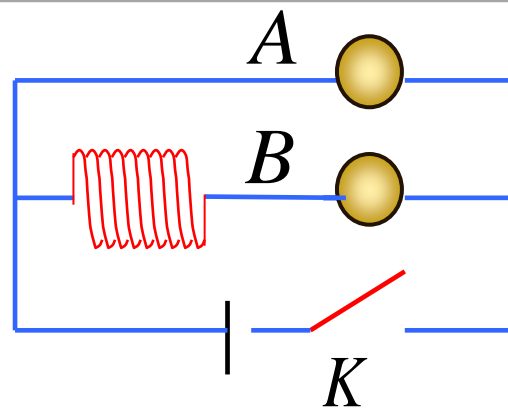
电流产生磁通量：  $\Psi = LI$

法拉第电磁感应：

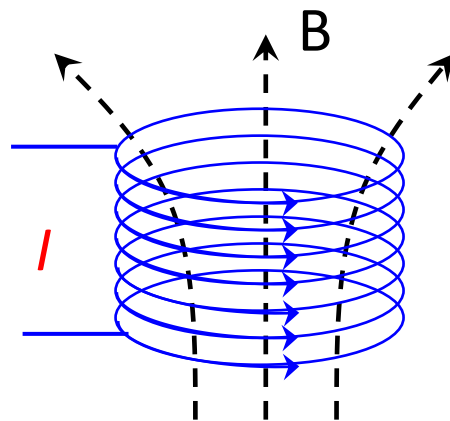
$$\varepsilon_L = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI)$$

自感系数为常量时， **自感电动势：**

$$\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$$



**K** 合上，灯**A**瞬间亮，**B**缓缓变亮；  
**K** 断开，两灯会逐渐变暗



## 7.5.1 自感现象与自感系数

**自感电动势：**  $\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt}$

**自感系数：**

线圈**反抗**电流变化的能力。

$L$ 越大，电流越难改变，“电惯性”。

单位：亨利。

负号表示自感电流反抗线圈中电流变化。

**自感：**  $L = -\frac{\varepsilon_L}{(\frac{dI}{dt})}$

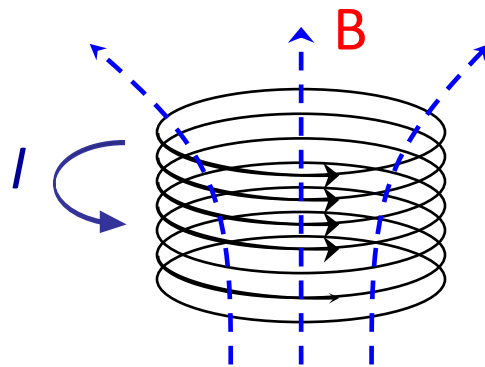
**电阻：**  $R = \frac{U}{I}$

电动势与“电流对时间微分”成正比，比例系数 $L$ 。

负号：电动势阻止电流变化。

电压差与电流大小成正比，比例系数 $R$ 。

正号：电流越大，电压差越大。



## 7.5.1 自感现象与自感系数

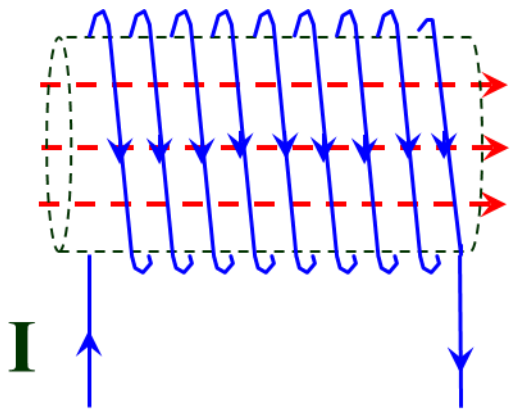
例： 求单层密绕长直螺线管的自感。  
已知 匝线数 $N$ 、面积 $S$ 、长度 $l$ 。

解： 设回路中通有电流 $I$ ，

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 I \frac{N}{l}$$

$$\Psi = NBS = \mu_0 \frac{N^2}{l} SI$$

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 S}{l}$$



## 7.5.2 互感现象与互感系数

### 互感现象：

线圈内电流变化，引起临近线圈产生电动势。

$$I_2(t) \rightarrow B_1(t) \rightarrow \psi_1(t) \text{若变化} \rightarrow \varepsilon_1$$

### 磁链：

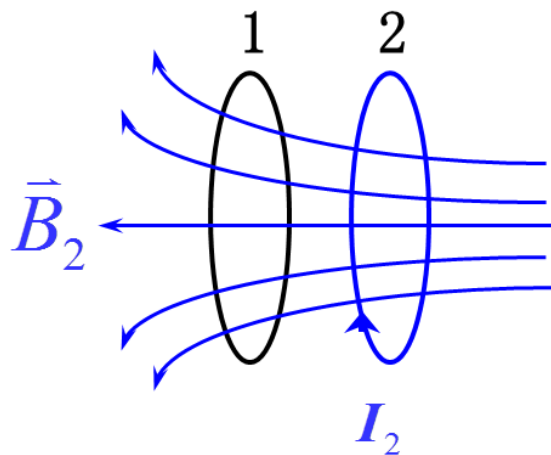
$$\psi_1(t) = M_{12} I_2$$

$$\psi_2(t) = M_{21} I_1$$

### 互感电动势：

$$\varepsilon_1 = -M_{12} \frac{dI_2}{dt}$$

$$\varepsilon_2 = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$



注：此处默认互感系数为常量。

## 7.5.2 互感现象与互感系数

**互感电动势:**

$$\varepsilon_1 = -M_{12} \frac{dI_2}{dt} \quad \varepsilon_2 = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

**互感系数:**

$$M_{12} = -\frac{\varepsilon_1}{\frac{dI_2}{dt}} \quad M_{21} = -\frac{\varepsilon_2}{\frac{dI_1}{dt}}$$

理论及实验证明:

$$M_{12} = M_{21} = M = K\sqrt{L_1 L_2} \quad (0 \leq K \leq 1)$$

$K=1$ , 任一线圈产生的磁场都能无遗漏的穿过另一个线圈。

互感系数仅与两个线圈形状、大小、匝数、相对位置以及周围的磁介质有关, 反映两个线圈互相影响的能力。

**互感原理应用:** 变压器, 无线充电, 感应发电机等。

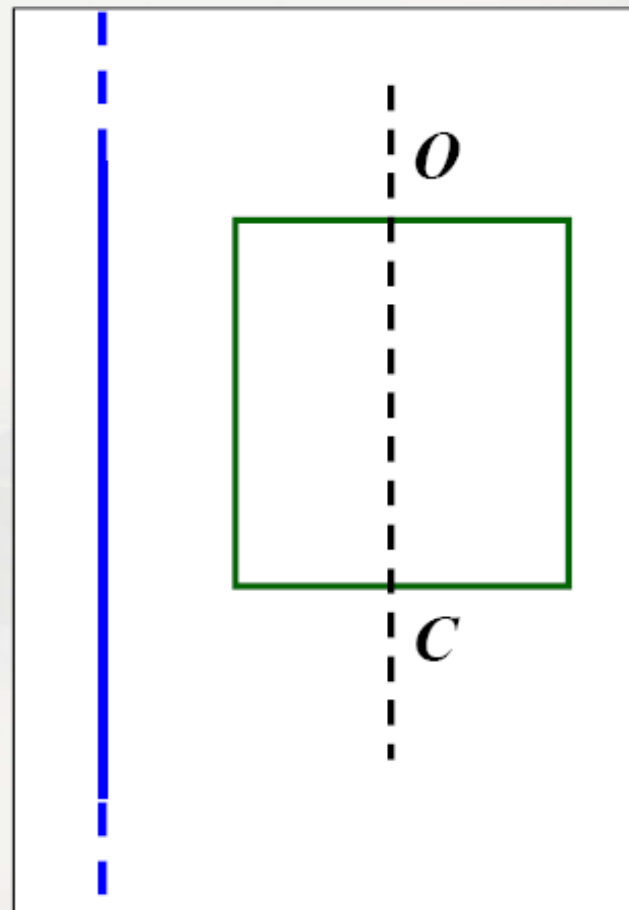
## 下列几种情况互感是否变化?

(1) 线框平行直导线移动; 无

(2) 线框垂直于直导线移动; 有

(3) 线框绕  $OC$  轴转动; 有

(4) 直导线中电流变化。 无



互感系数仅与两个线圈形状、大小、匝数、**相对位置**以及周围的磁介质有关。



## 7.5 作业

---

7.16, 7.18

## 7.6 磁场的能量

自感电动势:

$$\varepsilon_L = -L \frac{dI}{dt},$$

克服自感电动势所需要的功:

时间 $dt$ 内:  $dW = -(L \frac{dI}{dt}) I dt = LI dI$

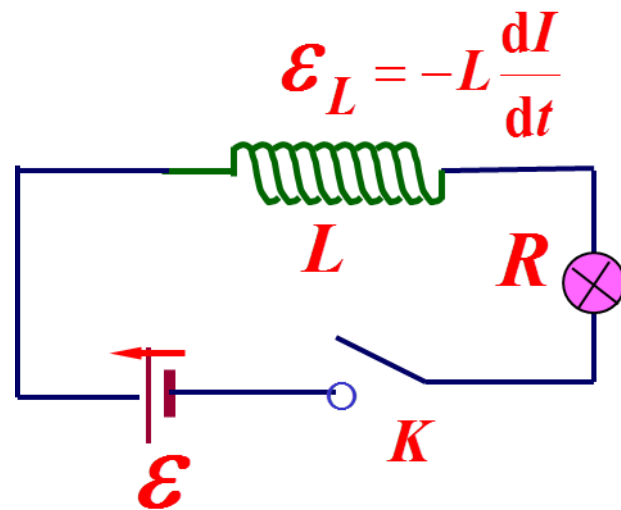
电流从0到 $I_0$ :  $W = \int_0^{I_0} LI dI = \frac{1}{2} LI_0^2$

自感线圈中磁场能量:

线圈内的自感系数  $L = \mu n^2 V$

线圈内的磁感应强度  $B = \mu n I$

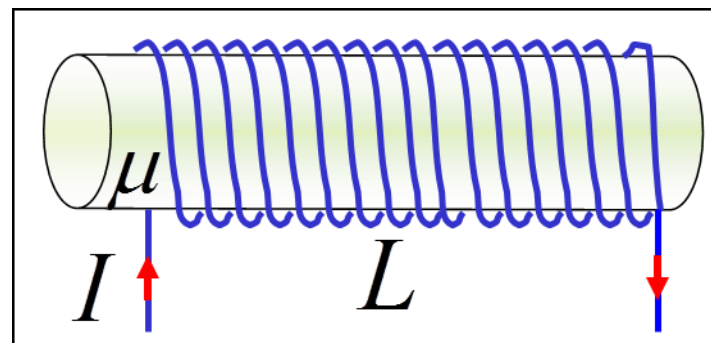
$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \mu n^2 V \left( \frac{B}{\mu n} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} V$$



## 7.6 磁场的能量

自感线圈中磁场能量:

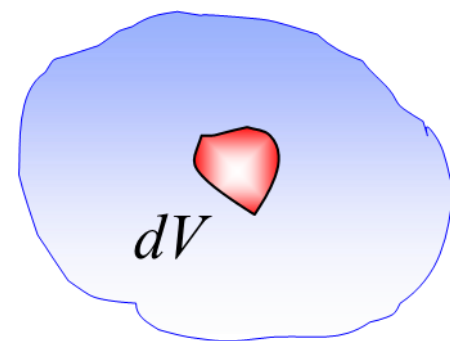
$$W_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} V$$



磁能密度:

$$B = \mu H$$

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} BH$$



对比电场能量密度:  $w_e = \frac{1}{2} \epsilon E^2$