

5.3.1 电势能

静电力做功等于**电势能增量**的负值（电势能减少）：

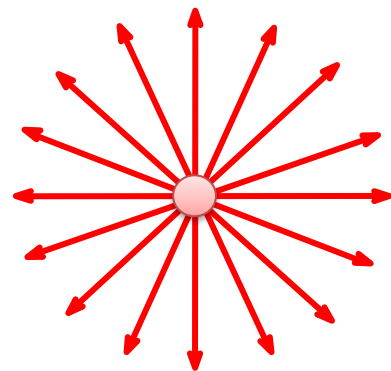
$$W_{ab} = \int_a^b \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = -\frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right] = -(E_b - E_a)$$

选取**电势能的零点**，才能确定任意点电势能。

点电荷产生的电场 $r \rightarrow \infty$ $E_p(r) = 0$

a点处的电势能：

$$E_a \equiv \int_a^\infty q_0 \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{\mathbf{qq_0}}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_a}$$



电势能满足叠加原理，为系统所共有。

5.3.2 电势

电势： 与试探电荷无关，电场本身性质.

$$V_a = \frac{E_p(a)}{q_0} = \int_a^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad \text{单位: } \text{J/C}=\text{V}$$

静电场力： 电场强度 静电场能： 电势

电势差（电压）： 移动单位正电荷，电场力的功

$$U_{ab} = V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad \text{选b点电势为零，得a点电势}$$

电场力做功：

$$\begin{aligned} W_{ab} &= -[E_p(b) - E_p(a)] \\ &= q_0(V_a - V_b) = q_0 U_{ab} \end{aligned}$$

5.3.3 电势的计算

单个电荷产生的电势:

$$V_a = \int_a^{\infty} \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_a}$$

电势叠加原理:

分立的求和, 连续的积分

$$V(r) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r}$$

电势的计算:

1. 利用定义式

2. 点电荷电势的叠加原理

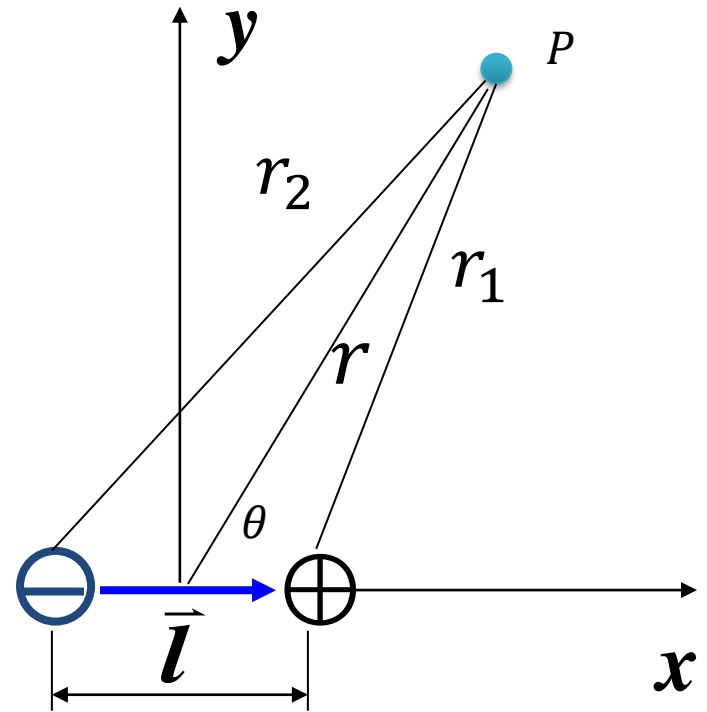
$$V_a = \int_a^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

注意: 如果带电体是一个电荷无限分布的物体, 则不能选无穷远处为零势点。否则积分为无穷。可选有限远处某点为零势点。

5.3.3 电势的计算

例：求电偶极子电场中的电势分布

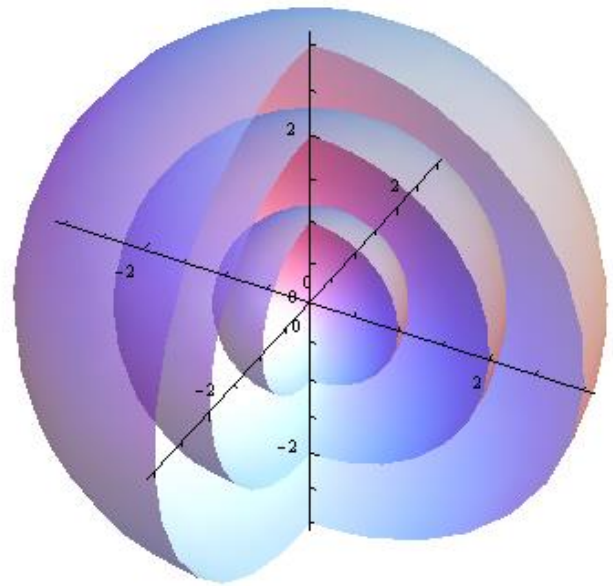
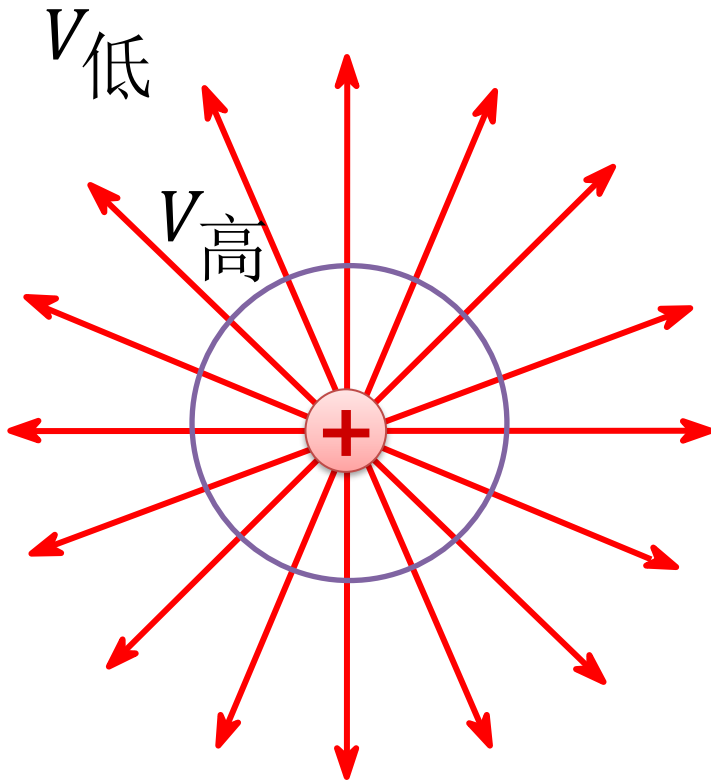
$$\begin{aligned} V_P &= V_{1P} + V_{2P} \\ &= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2} \\ &= \frac{q(r_2 - r_1)}{4\pi\epsilon_0 r_1 r_2} \approx \frac{ql \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \end{aligned}$$



5.3.4 等势面

等势面： 电场中电势相等的点所构成的面

$$V(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$



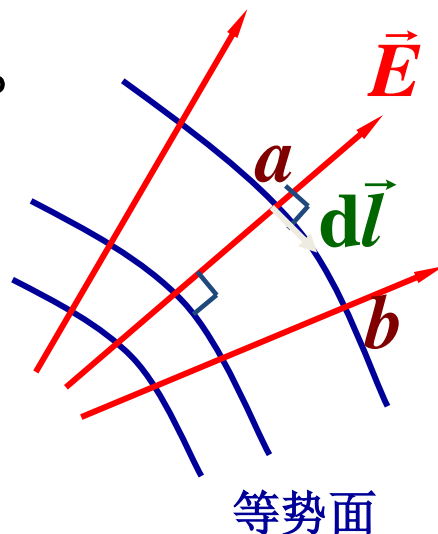
5.3.4 等势面

1、电荷沿等势面移动，电场力做功为零。

$$W_{AB} = q(V_A - V_B) = \int_a^b q\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

2、某点的电场强度与等势面垂直。

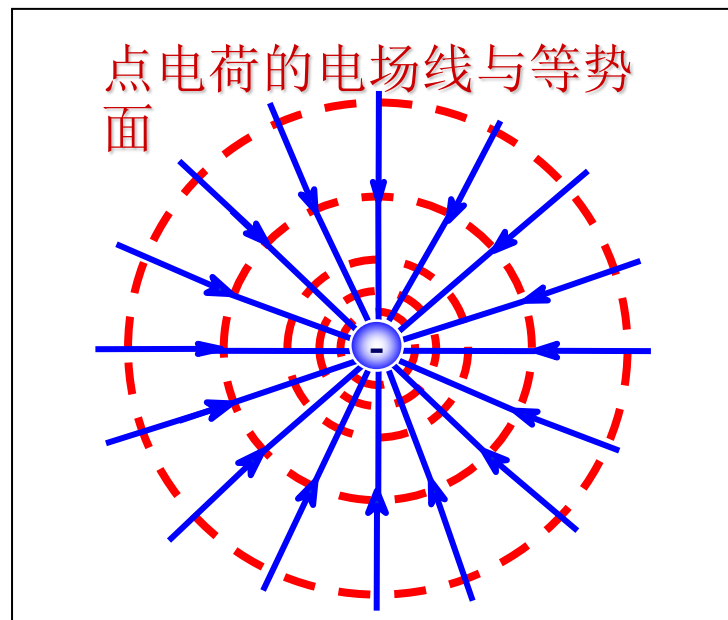
$$\vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$



3、相邻等势面**电势差固定**，
等势面的疏密表示电场的强弱。

沿着电场线移动单位正电荷，
相邻等能面的电势差相同，为：

$$\vec{E} \cdot \Delta\vec{l}$$

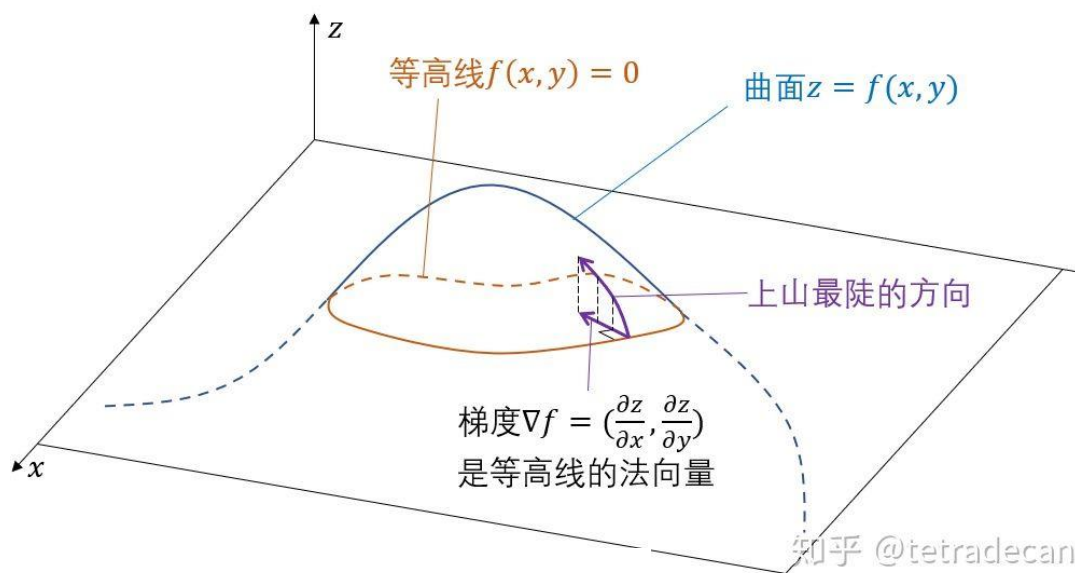


复习：梯度

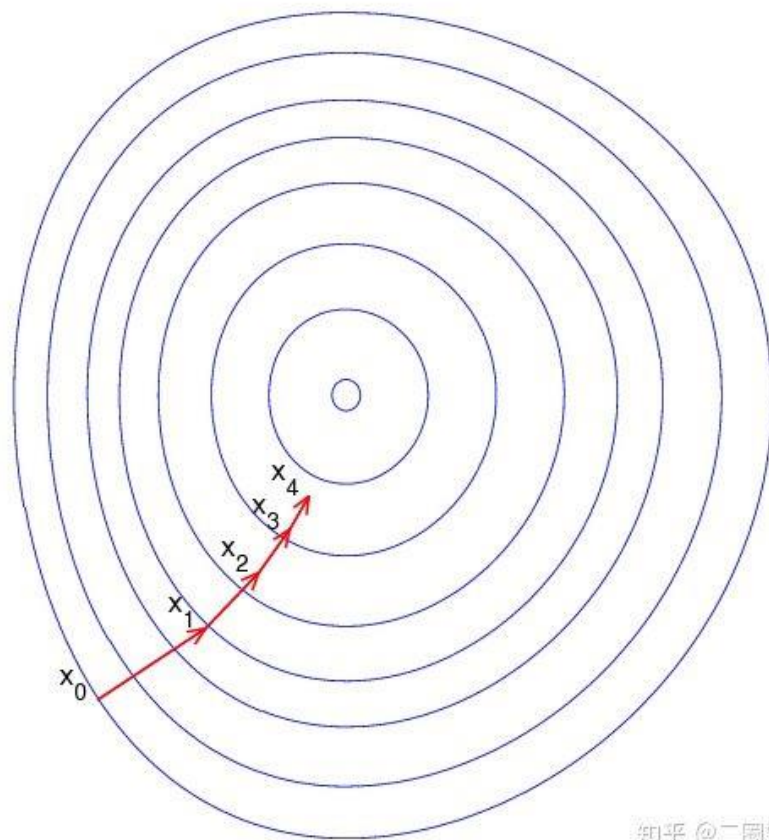
梯度 $\vec{\nabla} z$:

方向：函数值增长最快方向，与等高线垂直。

大小：函数值在该点处最大变化率。



$$\nabla z = \left(\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y} \right)$$



知乎 @tetradecan

5.3.5 场强与电势的关系

场强和电势分别从力和能的角度描述静电场的性质。

电势: $V_a = \int_a^{\infty} \vec{E} \cdot d\vec{r}$

电场: $\vec{E} = -\vec{\nabla}V$

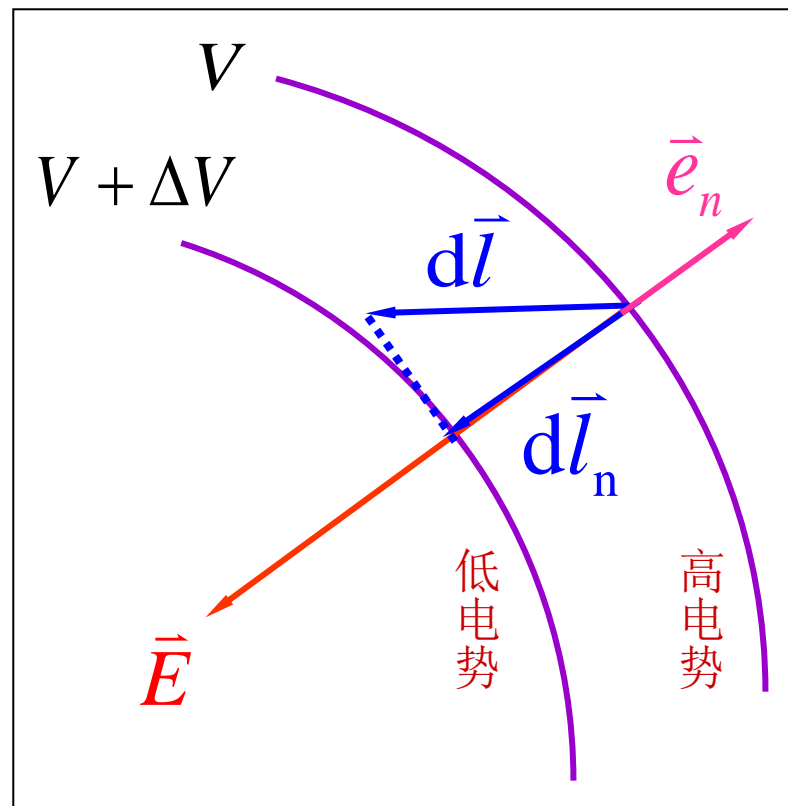
直角坐标系中:

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$



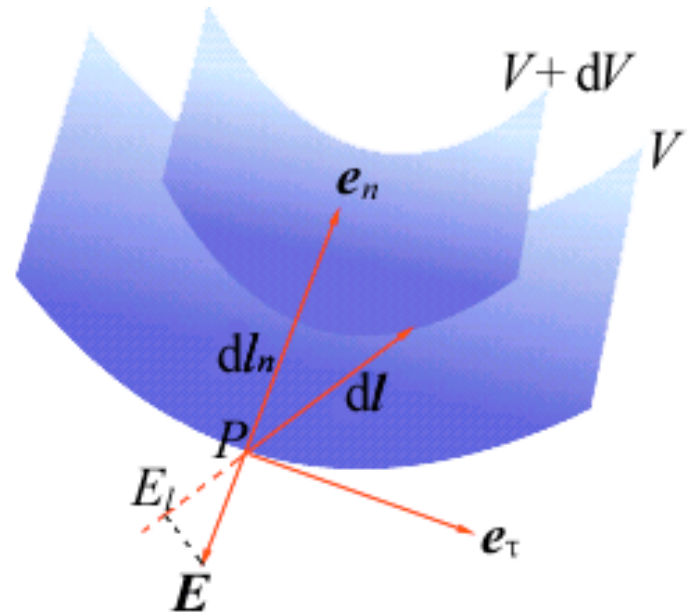
5.3.5 场强与电势的关系

电场方向为沿着等势面的变化
最快的方向（法向方向）

$$E_n = -\frac{dV}{dl_n} \quad \text{梯度方向}$$

电场沿任意方向的分量：

$$E_l = -\frac{dV}{dl}$$



5.3.5 场强与电势的关系

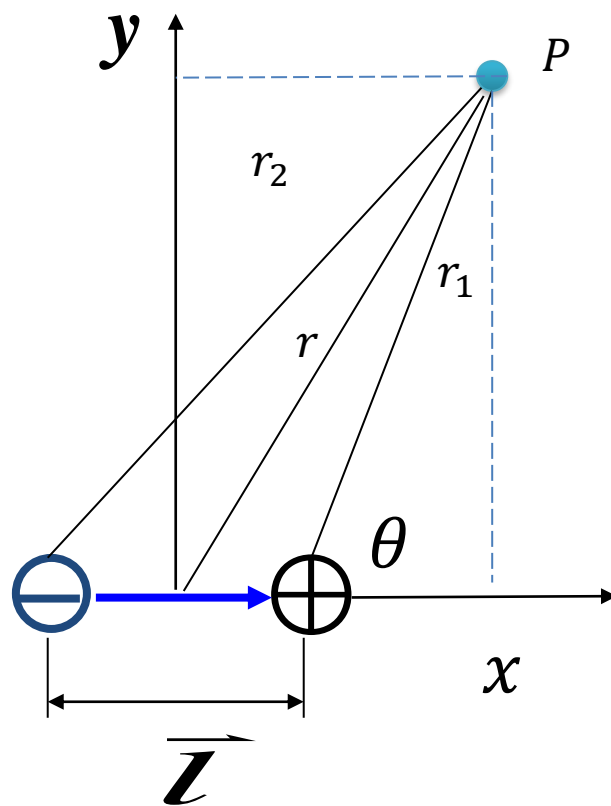
例：求电偶极子电场中的电场强度分布

$$V_P = \frac{ql \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{px}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$E_x = -\frac{\partial V_P}{\partial x} = \frac{p_e(2x^2 - y^2)}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + y^2)^{5/2}}$$

$$E_y = -\frac{\partial V_P}{\partial y} = \frac{3p_e xy}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + y^2)^{5/2}}$$



5.3.5 电势作业

5.40 5.43