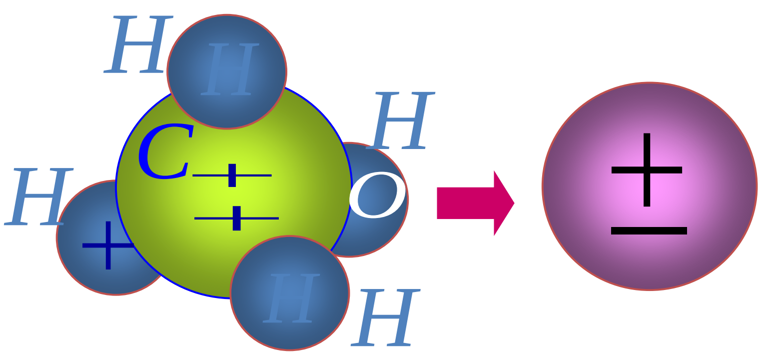
5.6 静电场中的电介质

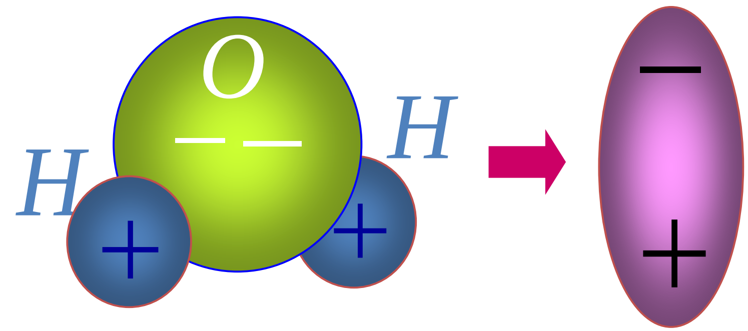
电介质： 分子中的正负电荷束缚很紧，内部几乎没有可自由移动的电荷。（理想电介质是绝缘的。）

无极分子　　　　　　　　**有极分子**



甲烷 CH_4　　$\vec{p}_e = 0$

不存在固有电偶极矩

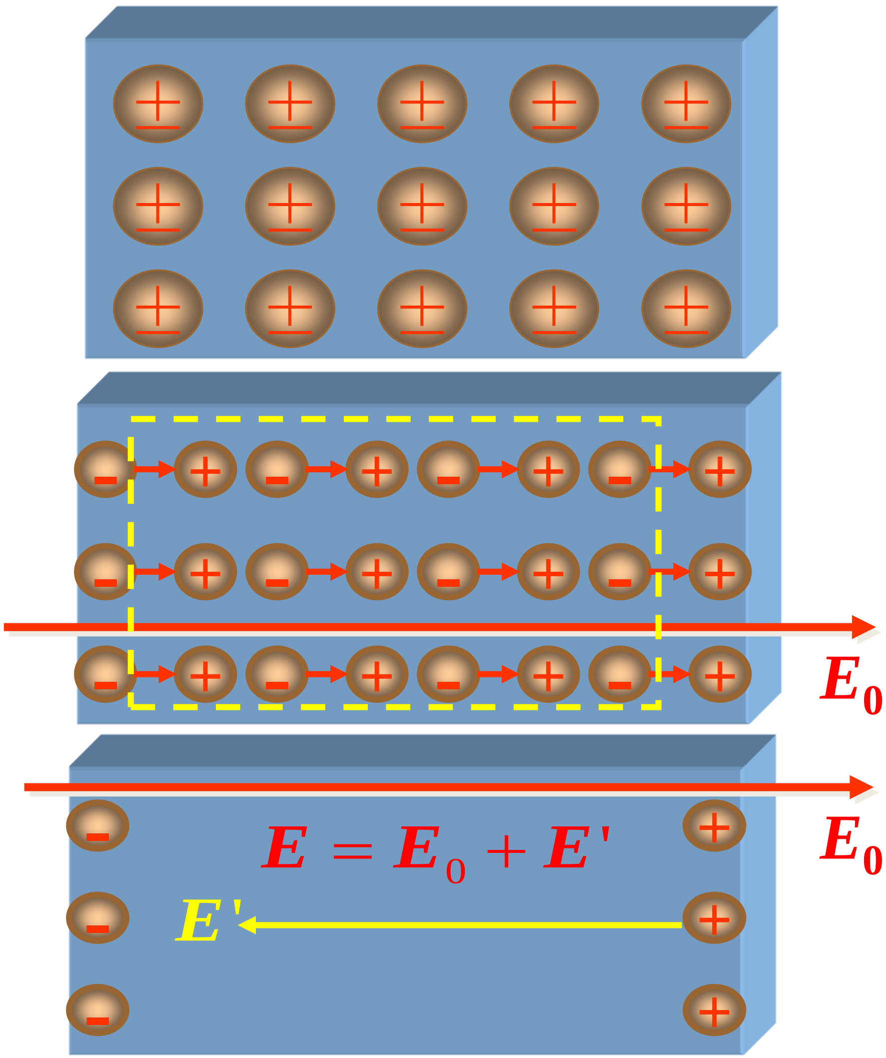


水 H_2O　　$\vec{p}_e \neq 0$

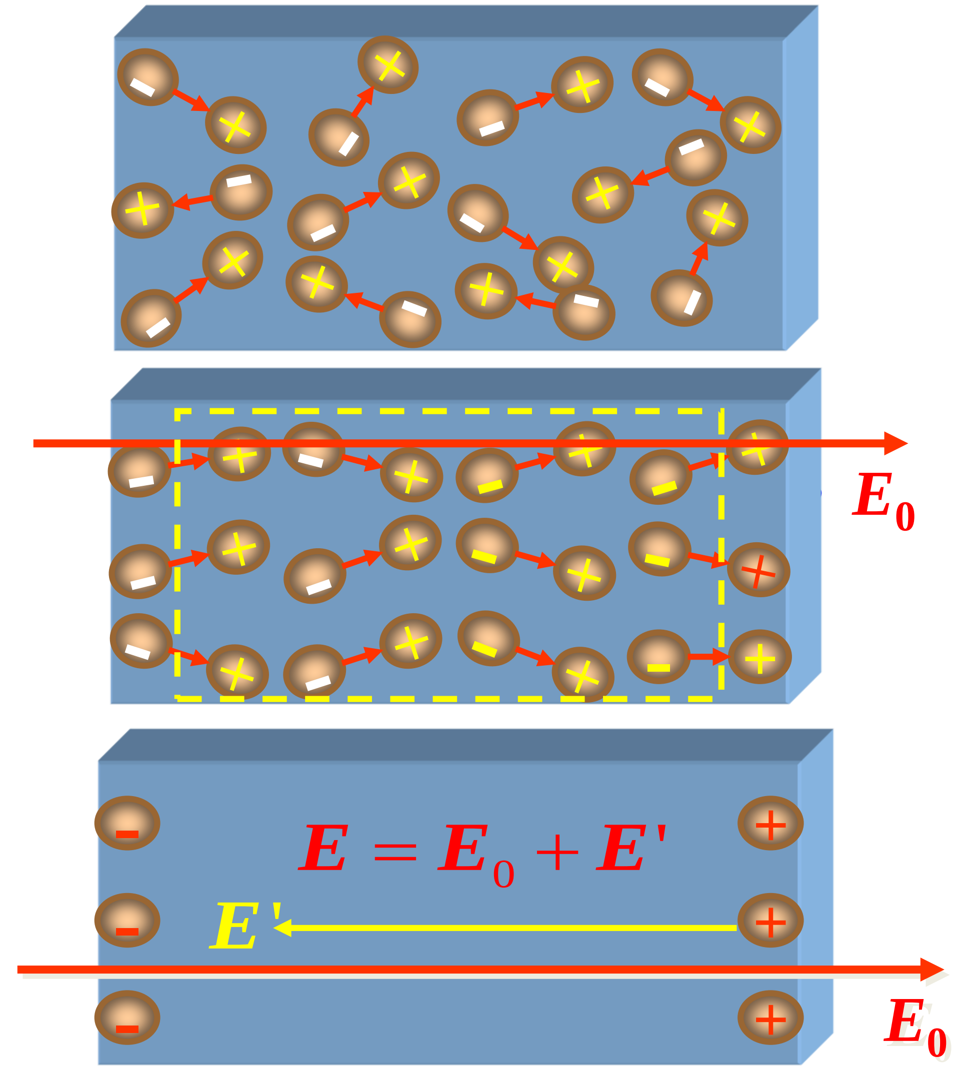
存在固有电偶极矩

5.6.1 电介质的极化

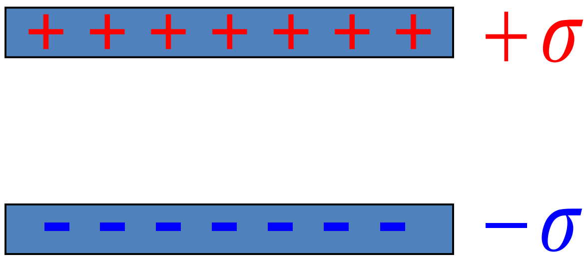
无极分子的**位移**极化



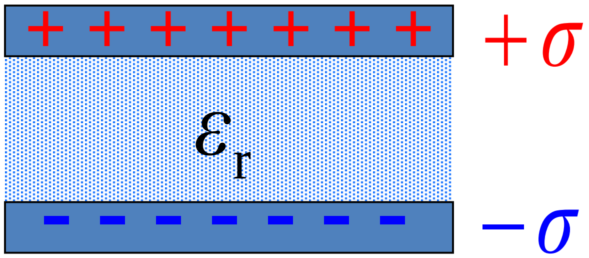
有极分子的**取向**极化



5.6.1 电介质的极化



$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$



$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r}$$

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{E_0}}{\boldsymbol{\varepsilon_r}} = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\varepsilon_0 \boldsymbol{\varepsilon_r}} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

相对电容率 $\varepsilon_r > 1$　　**电容率** $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

理想金属的相对介电常量相当于无穷大。

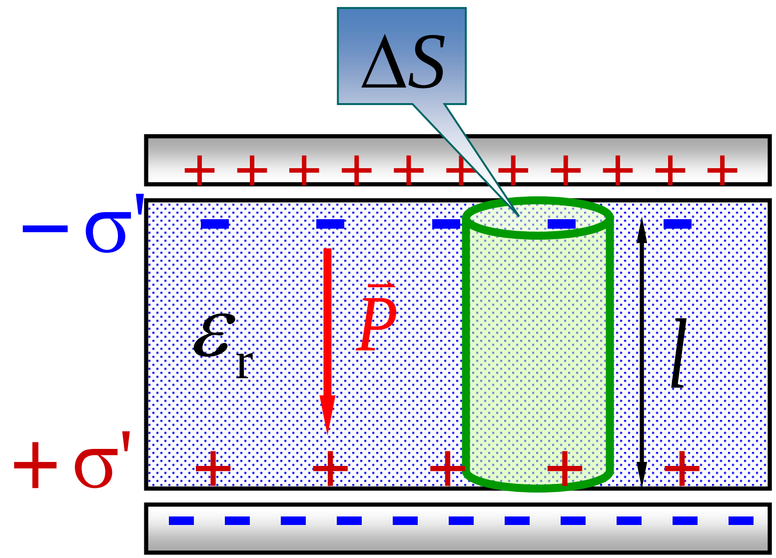
需要解释现象：为什么电场会减小？

5.6.2 电极化强度

束缚电荷：电介质的端面，有极薄一层未被抵消的电荷。

电极化强度：单位体积内电偶极矩的矢量和。

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_{ei}}{\Delta V}$$



电介质在外电场下的极化程度。

实验结果：

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_e \vec{E}$$

ε_0真空介电常数

电极化率χ_e：无量纲数，由电介质的材料性质决定。

若将真空视为电介质， $\chi_e = 0$

5.6.2 电极化强度

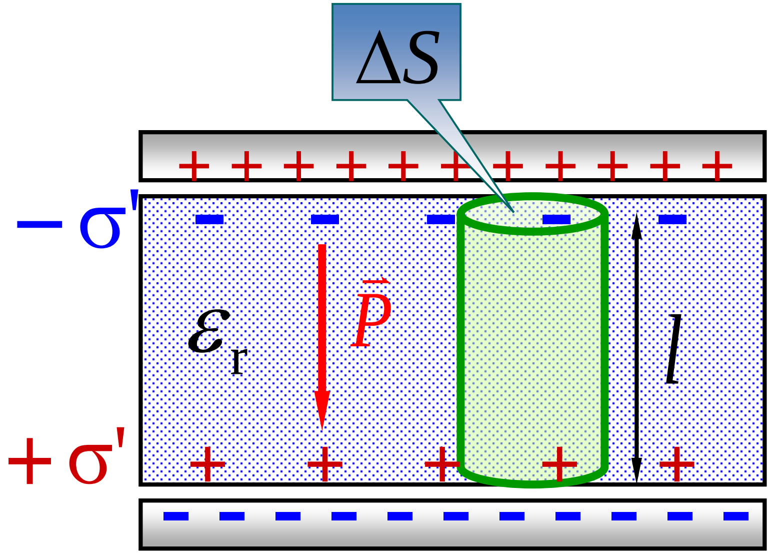
平行带电板之间：

均匀电场，各向同性电介质。

电介质内部净电荷为零

只有上下表面存在感应电荷

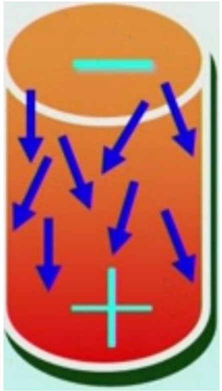
（**等效一个电偶极矩**）



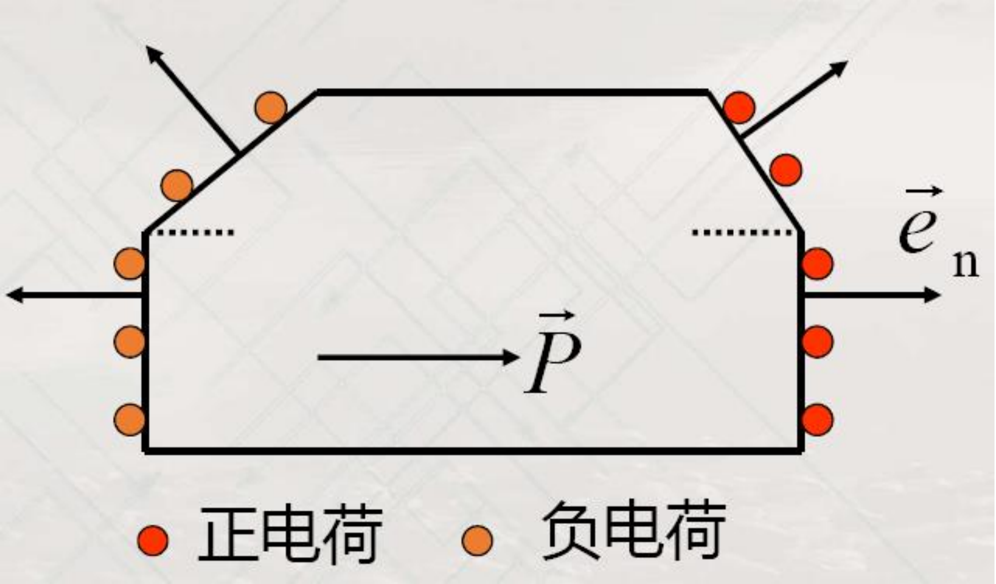
与束缚电荷:

$$P = \frac{\sum p}{\Delta V} = \frac{\sigma' \Delta S l}{\Delta S l} = \sigma'$$

极化电荷面密度



5.6.2 电极化强度



极化强度方向与边界垂直：

$$\sigma' = P$$

极化强度方向与成边界任意角度：

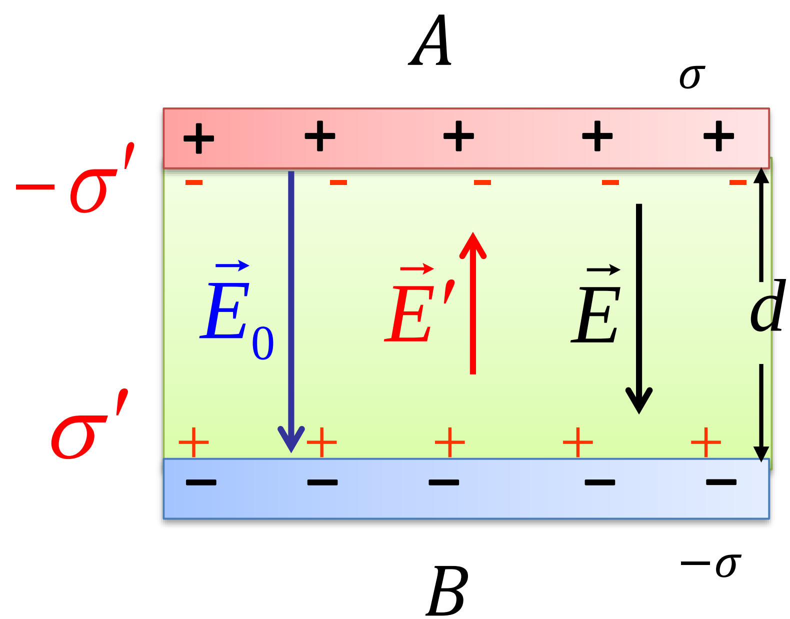
$$\sigma' = P\cos\theta$$

电极化强度在法向的分量

5.6.3 电介质中的电场

如何解释总电场减小：

$$E=\frac{E_0}{\varepsilon_r}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=\frac{\sigma}{\varepsilon}\qquad(\varepsilon_r>1)$$



自由电荷产生电场：

$$E_0=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

极化电场：

$$E'=\frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$$

总电场：

$$E=E_0-E'=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}-\frac{\sigma'}{\varepsilon_0}=\frac{\sigma-\sigma'}{\varepsilon_0}$$

电荷代数和

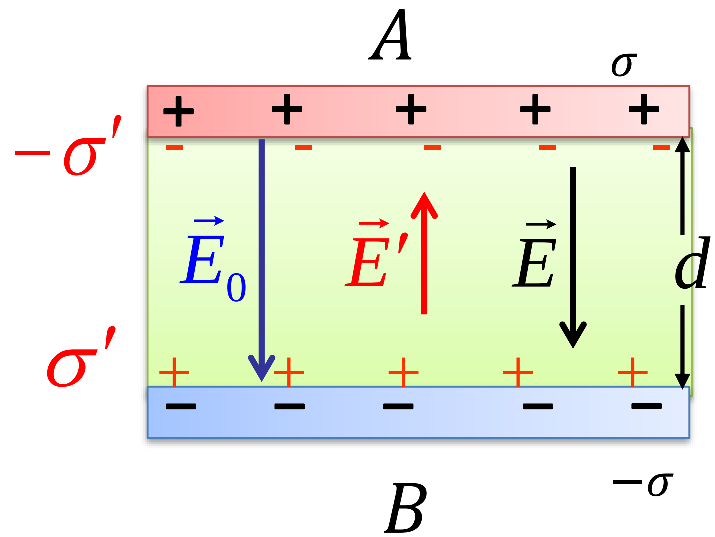
$$\sigma-\sigma'=\frac{\varepsilon_0\sigma}{\varepsilon}=\frac{\sigma}{\varepsilon_r}$$

束缚电荷与自由电荷：

$$\sigma'=\frac{1-\varepsilon_r}{\varepsilon_r}\sigma_0$$

5.6.3 电介质中的电场

相对电容量与介电常量关系:



$$\varepsilon_r = 1 + \chi_e$$

证明:

$$P = \varepsilon_0 \chi_e E = \sigma' = \varepsilon_0 E'$$

得到: $\boldsymbol{E' = \chi_e E}$

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{E_0}}{\boldsymbol{\varepsilon_r}} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

$$E = E_0 - E' = E_0 - \chi_e E$$

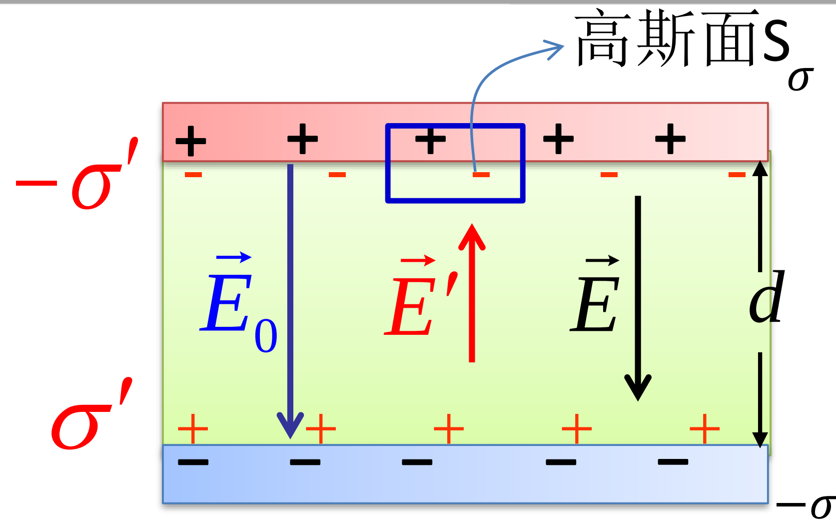
得到: $$E = \frac{E_0}{\mathbf{1+\chi_e}}$$

联立: $$E = \frac{\boldsymbol{E_0}}{\boldsymbol{\varepsilon_r}}$$

5.6.4 电介质中的高斯定理

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q+q'}{\varepsilon_0}$$ 束缚电荷？

$$q+q' = \frac{q}{\varepsilon_r}$$



电介质中的高斯定理：

$$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q}{\varepsilon} \qquad E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

表示自由电荷与介质内总电场关系。

束缚电荷对介质内电场的影响，在介电常数中体现。

5.6.4 电介质中的高斯定理

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{q}{\boldsymbol{\varepsilon}} \qquad \oint_S \boldsymbol{\varepsilon}\vec{\boldsymbol{E}} \cdot d\vec{S} = q \qquad \oint_S \vec{\boldsymbol{D}} \cdot d\vec{S} = q$$

电位移矢量：

$$\vec{\boldsymbol{D}} = \boldsymbol{\varepsilon}\vec{\boldsymbol{E}} = \boldsymbol{\varepsilon_0}\boldsymbol{\varepsilon_r}\vec{\boldsymbol{E}} = \varepsilon_0(\mathbf{1} + \boldsymbol{\chi_e})\vec{E} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$$

电位移通量只与高斯面内**自由电荷**有关系。

判断：高斯面上处处$\vec{D}$为零，则面内必不存在自由电荷？

错误。高斯面上处处$\vec{D}$为零，则自由电荷的电量代数和为0，比如电偶极子。

5.6.4 电介质中的高斯定理

电位移线： 自由电荷，连续。

总电场线： 总电荷，不连续。

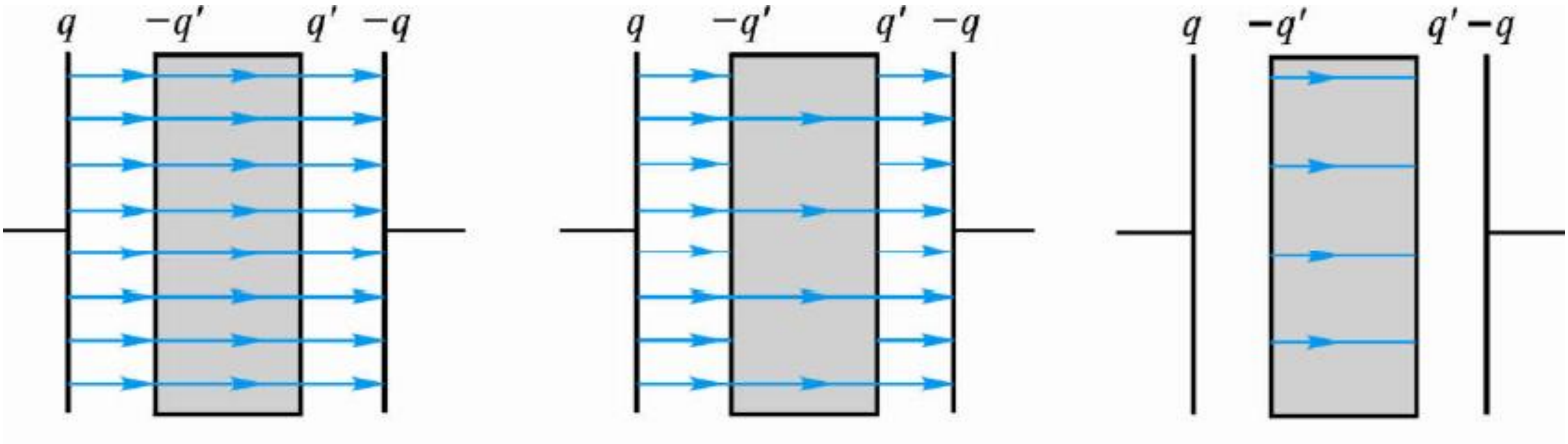
极化强度线： 极化电荷，仅电介质内。

$$D = \boldsymbol{\sigma}$$

$$E = E_0 - E' = \frac{\sigma - \sigma'}{\varepsilon_0}$$

$$P = \boldsymbol{\sigma}' = \varepsilon_0 E'$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$



(a) **D** 线均匀分布　(b) 电介质内部**E** 线较稀疏　(c) **P** 线只在电介质内部

5.7.1 孤立导体的电容

电容: 孤立导体带电 Q，电势 V。（与无穷远的电势差）

$$C = \frac{Q}{V}$$

电容的单位：法拉(F)

孤立导体球，带电量为Q，半径为R，导体球上的电势为：

$$V = \int_R^{\infty} \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{r} = \int_R^{\infty} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathrm{d}r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

孤立导体球的电容： $C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R$ $\quad \varepsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$

地球电容$7*10^{-4}$F，多用微法μF (10^{-6}F)，皮法pF (10^{-12}F)

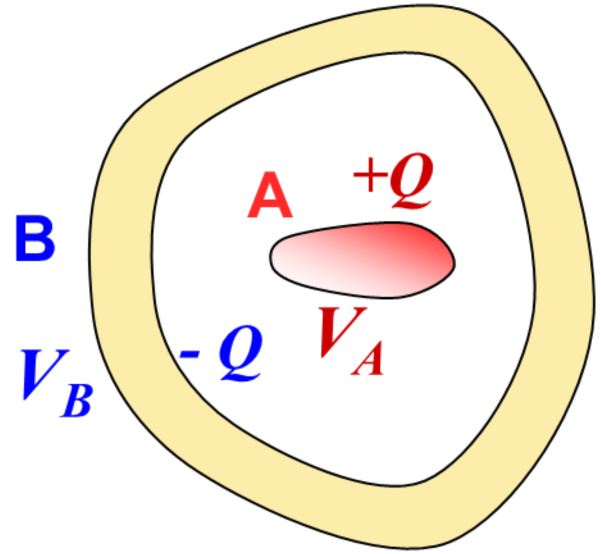
5.7.2 几种典型电容器

电容器：

彼此绝缘相距很近的两导体构成的系统。

电容器的电容： 两个极板分别带电荷Q和$-Q$，极板间电势差V

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{Q}{U_{AB}}$$



电容与导体的形状、相对位置、其间的电介质有关，**与所带电荷量无关.**

5.7.2几种典型电容器

电容的计算步骤：

$$\boxed{C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{Q}{U_{AB}}}$$

1）设两极板分别带电 $\pm Q$

2）求两极板间的电场强度 $\vec{E}$

3）求两极板间的电势差 U

4）由 $C=Q/U$ 求 C

5.7.2几种典型电容器

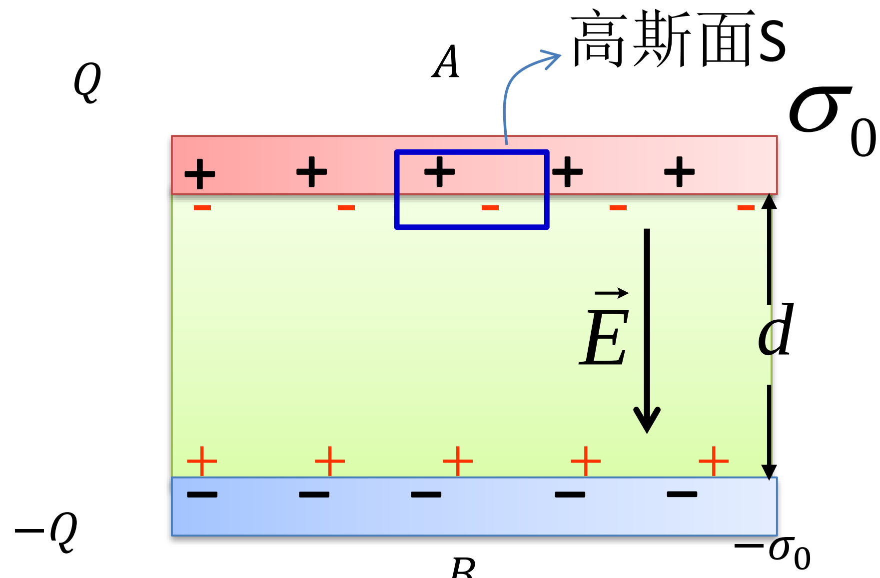
例： 求面积为S，间距为d的平行板电容器的电容

$$\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = q \quad \Rightarrow \quad D = \sigma_0$$

$$E = \frac{D}{\varepsilon} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon}$$

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = Ed = \frac{\sigma_0 d}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow \quad C = \frac{Q}{U_{AB}} = \frac{S\varepsilon}{d}$$



$Q = S\sigma_0$

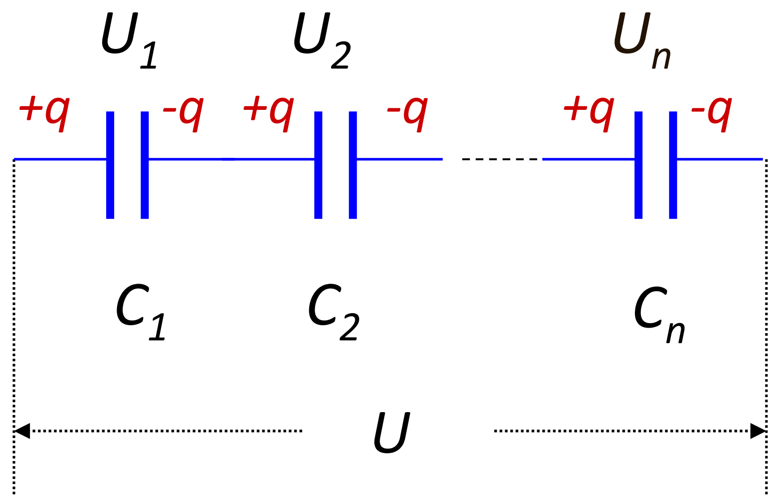
提高电容：增大极板面积，减小极板距离，选择介电常数高且耐压的电介质。

5.7.2 几种典型电容器

串联（增加耐压）

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\cdots+\frac{1}{C_n}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}$$

总电压等于分电压之和



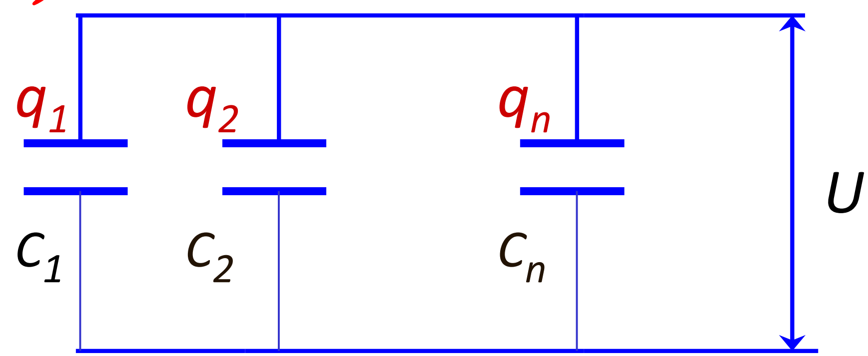
$$\frac{1}{C}=\frac{U}{Q}$$

相当于平行板的距离拉大

电容器的并联（增加电容）

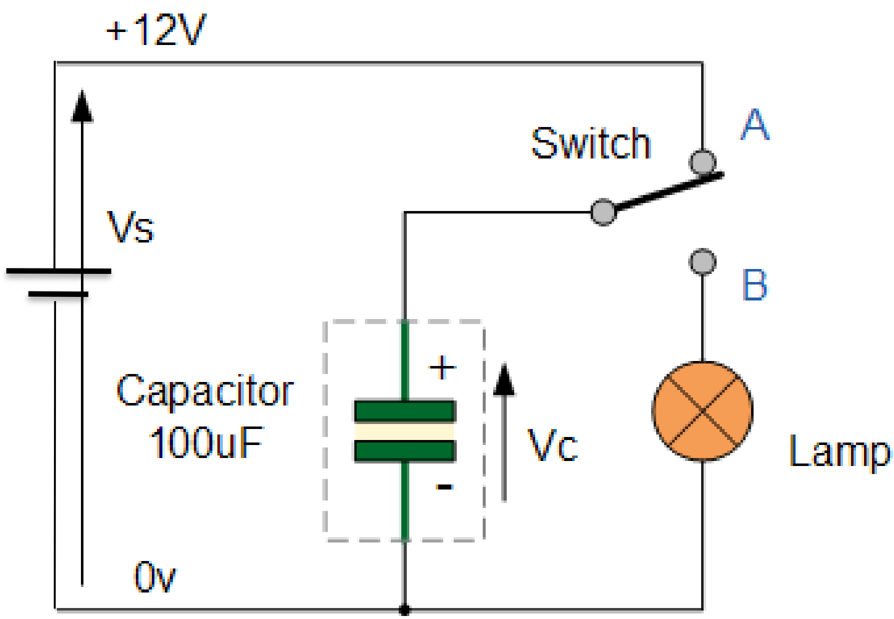
$$C=C_1+C_2+\cdots+C_n=\sum_{i=1}^{n}C_i$$

等效为极板合在一起



$$C=\frac{Q}{V}$$

5.7.3 静电场的能量



接A： 电容器充电

接B： 电容器放电，小灯泡一亮

电容器充电后，有能量存储在电容器中

5.7.3 静电场的能量

电容器充电: 外力把电荷从负极板“迁移”到正极板

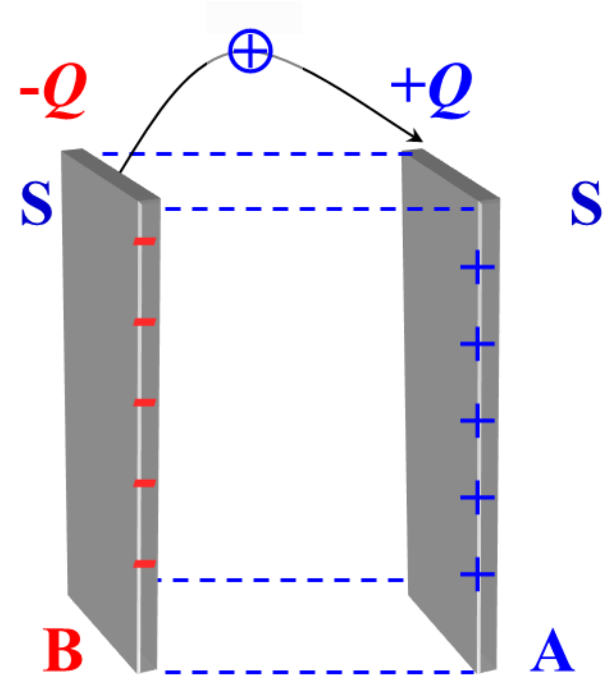
$$V_A(t) - V_B(t) = \frac{q(t)}{C}$$

$$dW_e = (V_A - V_B)dq = \frac{q(t)}{C}dq$$

极板上电荷从0 ~ Q，**外力作功:**

$$W_e = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{Q^2}{2C} \qquad Q = CU$$

$$= \frac{1}{2}QU = \frac{1}{2}CU^2$$



5.7.3 静电场的能量

对于平行板电容器： $U = Ed, \boldsymbol{C = \frac{\varepsilon S}{d}}$

$$W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 \boldsymbol{Sd} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 V$$

电场能量密度： $w_e = \frac{W_e}{V} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$

非均匀电场能量：

$$W_e = \int_V w_e \mathrm{d}V = \int_V \frac{1}{2}\varepsilon E^2 d V$$

5.6及5.7 作业

5.50

5.53