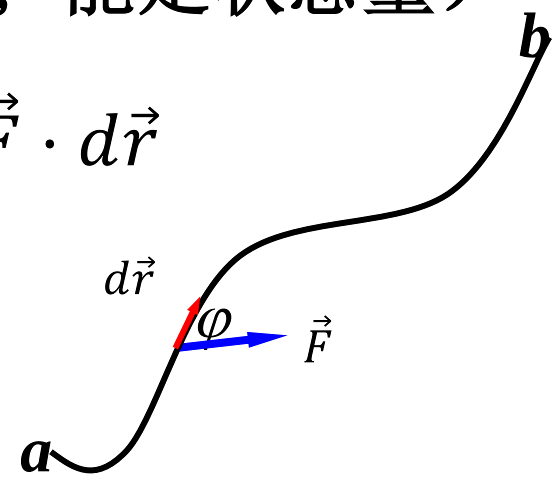
1.3.1 功和功率

功： 描述力对空间积累作用的物理量。

施加力，产生位移。（功是过程量；能是状态量）



元功： 恒力做功 $dW = Fdr\cos\phi = \vec{F}\cdot d\vec{r}$

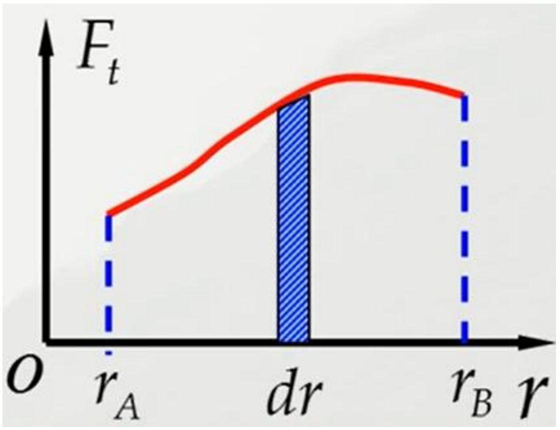
全过程的功： 变力作功

$$W = \int_a^b dW = \int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

单位：焦尔（J）

合力的功： 各分力功的代数和

$$W = \int_A^B (\Sigma \vec{F}_i)\cdot \mathrm{d}\vec{r}$$



1.3.1 功和功率

功率： 单位时间内所做的功

平均功率： 某一时间段 $\bar{P} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$

瞬时功率： 某一个时刻

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

单位：瓦（W）

1.3.2 质点的动能定理

动能定理： 合外力对质点做的功等于质点动能增量。

$$W=\int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{r}=\int_a^b m(\frac{d\vec{v}}{dt})\cdot(\vec{v}d\,t)=\int_a^b m\vec{v}\cdot d\vec{v}$$

$$=\int_a^b m\frac{1}{2}d(v^2)=\int_a^b d(\frac{1}{2}mv^2)$$

$$=\frac{1}{2}mv_b^2-\frac{1}{2}mv_a^2$$

注：动能是状态量

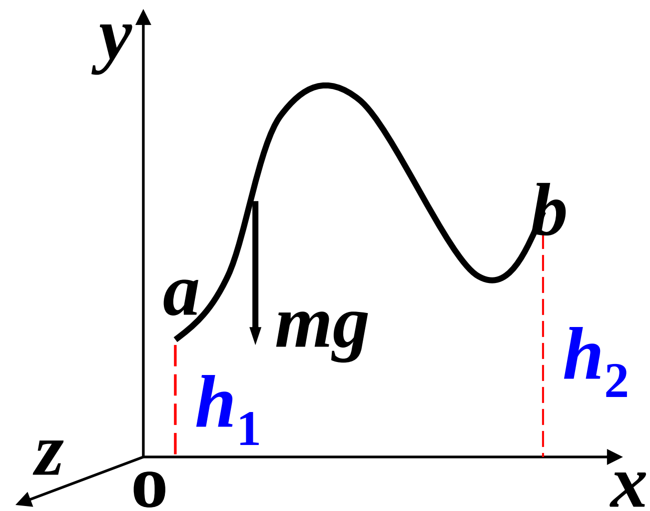
$W>0$ 则 $\Delta E_k>0$　　　$W<0$ 则 $\Delta E_k<0$

1.3.3 保守力的功 势能

重力作功： $\vec{F} = -mg\vec{j}$

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx + \int_{y_1}^{y_2} F_y dy + \int_{z_1}^{z_2} F_z dz$$

$$= \int_{h_1}^{h_2} -mgdy = -mg(h_2 - h_1)$$



势能：潜在的，尚未释放的能量。

物体下落，重力做正功，重力势能减小： **数学的角度**

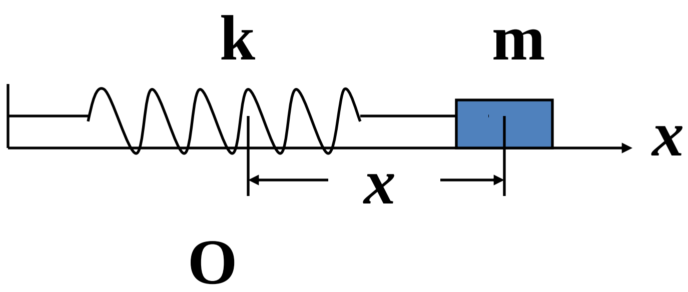
重力（$-mg$）总是向下的，当重力与竖直位移同向（即要求dy也要向下，下落），重力势能被释放，势能减少。

作功与路径无关，只与始末位置有关。

1.3.3 保守力的功 势能

弹簧弹力作功 $F=-kx$

$$dW = Fdx = -kxdx$$



$$W = \int dW = -\int_{x_1}^{x_2} kxdx$$

$$= -(\frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2)$$

滑块回到平衡位置时，弹力正功,弹性势能减小。

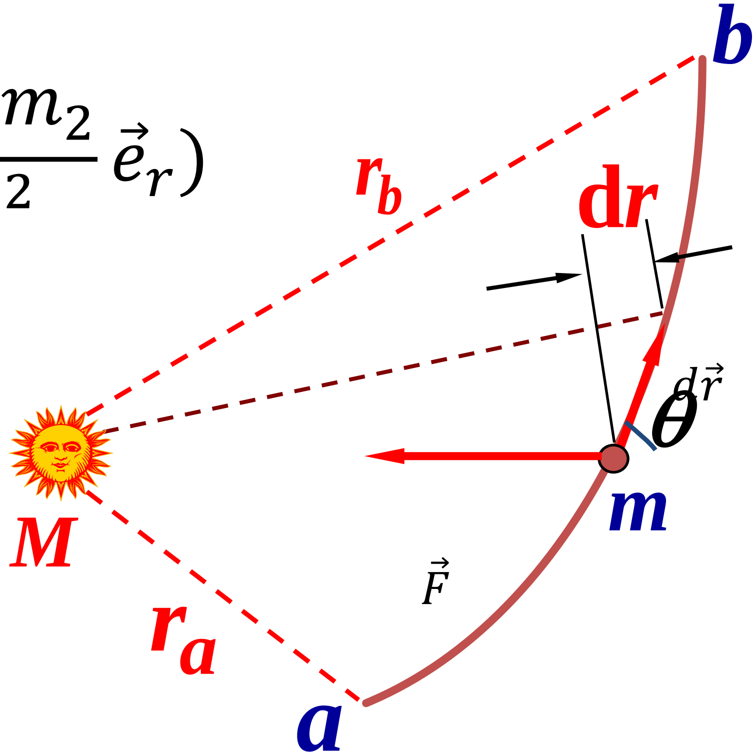
考虑 $x>0$情况:

弹力始终向左($-kx<0$)，与位移方向一致时(要求$dx<0$, 滑块也需要向左)，弹性势能被释放，势能减少

功与弹簧形变无关，只与质点始末位置有关

1.3.3 保守力的功 势能

万有引力作功： $(\vec{f} = -G\dfrac{m_1 m_2}{r^2}\vec{e}_r)$



$$W = \int_{r_a}^{r_b} -\frac{Gm_1 m_2}{r^2}\vec{e}_r \cdot d\vec{r}$$

$$= \int_{r_a}^{r_b} -\frac{Gm_1 m_2}{r^2} dr$$

$$\vec{e}_r \cdot d\vec{r} = dr$$

经过闭合曲线绕行一周回到原点，
万有引力做功为零。

1.3.3 保守力的功 势能

保守力：作功大小只与运动物体的始末位置有关与路径无关的力。

如： 重力、弹性力、静电力、万有引力等

保守力沿任意闭合路径所做的功为零

$$\oint \vec{f} \cdot d\vec{r} = 0$$

非保守力：作功大小与路径有关的力。

1.3.3 保守力的功 势能

势能：在保守力场中物体间相对位置所决定的能量

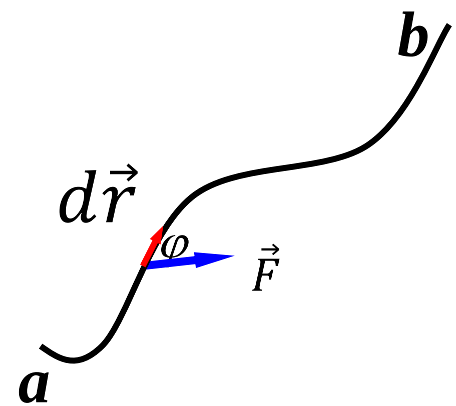
$$E_P = mgh(\text{重力场}); \quad \frac{1}{2}kx^2\text{（弹力场）}; \quad -G\frac{m_1 m_2}{r}(\text{万有引力})$$

注意：势能值是相对的，与势能零点选择有关。势能差是绝对的。势能为以保守力相联系的物体所共有。

保守力做功等于势能减少量：

$$W_{ab} = \int_a^b \vec{F}\cdot \mathrm{d}\vec{r} = E_p(a) - E_p(b)$$

$$= -[E_p(b) - E_p(b)] = -\Delta E_p$$



1.3.3 利用势函数求保守力

保守力与势能：

$$\int_a^b \vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = -\Delta E_p$$

其微分形式：$\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{r} = -dE_p$

在直角坐标系下：$F_x\,\mathrm{d}x + F_y\,\mathrm{d}y + F_z\,\mathrm{d}z = -\mathbf{d}\boldsymbol{E_p}$

数学上，势能的全微分：

$$-\frac{\partial E_p}{\partial x}\mathrm{d}x - \frac{\partial E_P}{\partial y}\mathrm{d}y - \frac{\partial E_p}{\partial z}\mathrm{d}z = -\mathbf{d}\boldsymbol{E_P}$$

势能的梯度等于负的保守力：

$$\vec{F} = -\nabla E_p = -\left(\frac{\partial E_P}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial E_P}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial E_P}{\partial z}\vec{k}\right)$$

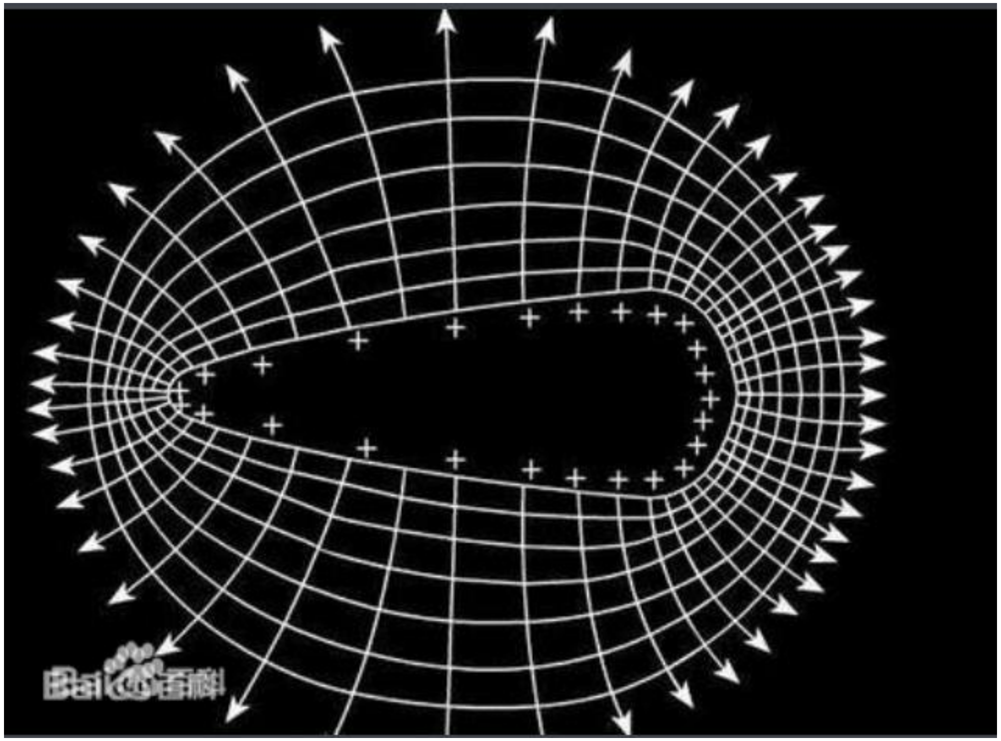
梯度：某函数的全部偏导数构成的向量。

梯度方向：该函数值增长最快的方向。

梯度垂直于函数的等值线。

$$\nabla E_p = \left(\frac{\partial E_P}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial E_P}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial E_P}{\partial z}\vec{k}\right)$$

物理：力垂直于等势线，指向势能减小的方向。



1.3.4 机械能守恒定律

机械能： $E = E_k + E_p$

内力： 系统内部各质点间的相互作用。

内力可分别保守内力和非保守内力。

若质点系**只有保守力做功**，质点系的**机械能守恒。**

证明：

$$W_{保} = -[E_p(b) - E_p(b)]$$ （保守力的功）

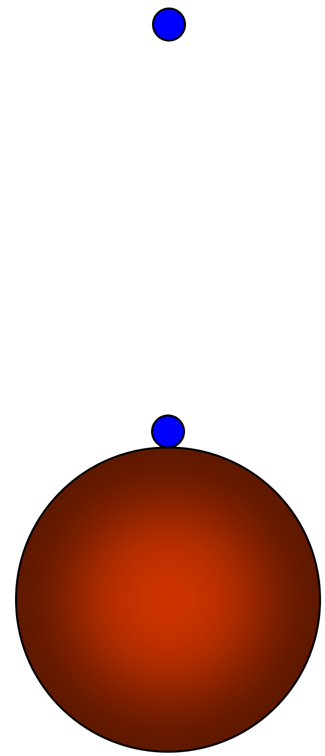
$$W = E_\mathrm{k}(b) - E_\mathrm{k}(a)$$ （动能定理）

$$(E_{kb} + E_{pb}) = (E_{ka} + E_{pa})$$

求第二宇宙速度（飞离地球引力的最小速度）

解

地球+物体　只有万有引力，机械能守恒



地面上 $$E_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 - G \frac{m M_E}{R_E}$$

距地心R处 $$E = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{m M_E}{R}$$

物体不回落 $$R \to \infty, V \geq 0 \quad E \geq 0$$

$$E_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 - G \frac{m M_E}{R_E} \geq 0$$

$$v_0 \geq \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}} = \sqrt{2gR_E} = 1.12 \times 10^4 \mathrm{m/s}$$

黑洞：逃逸速度大于光速

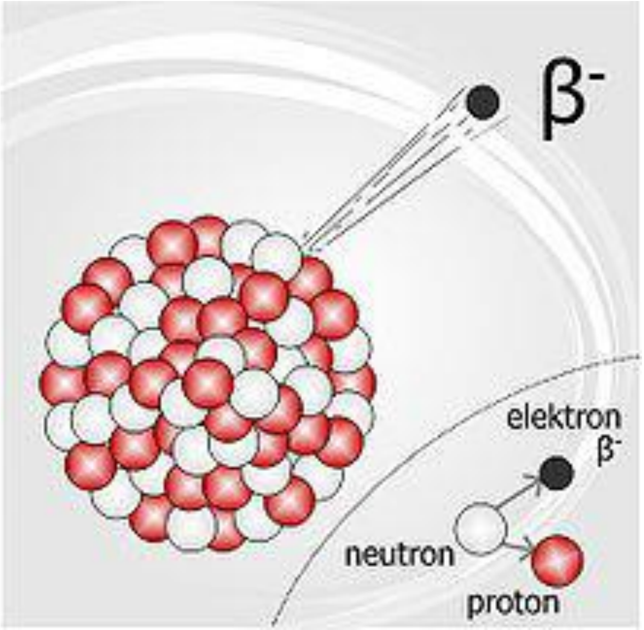
1.3.5 普遍的能量守恒

能量守恒：孤立系统中能量既不会产生，也不会消灭，只会从一种形式转化为另一种形式。

非保守力做功，质点系的机械能会变化，但能量不会消失。

例： β 衰变的能量是否守恒？泡利认定守恒。但觉得自己可能做了一件可怕的事情，假定了一个无法探测到的粒子。

中微子：不带电，质量非常非常低，通过弱相互作用而存在。



1.3 作业

1.32

1.33