

1.4.1 动量定理

动量：运动物体的“作用效果”

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

动量方向与速度方向一致

当物体受到其他物体作用时，动量会变化

冲量：力对时间积累量作用的物理量

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt$$

单位：N·s

1.4.1 动量定理

若作用物体的力是恒力或作用时间极短，则

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \vec{F} \Delta t$$

质点动量定理

$$\vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = \int_{t_1}^{t_2} m \vec{a} dt = \int_{t_1}^{t_2} m d\vec{v} = \vec{P}_2 - \vec{P}_1$$

物体所受外力的冲量，等于该物体动量的增量。

1.4.1 动量定理

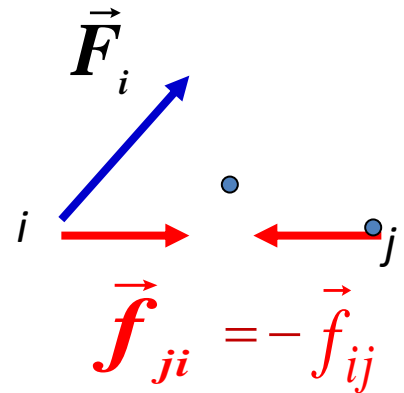
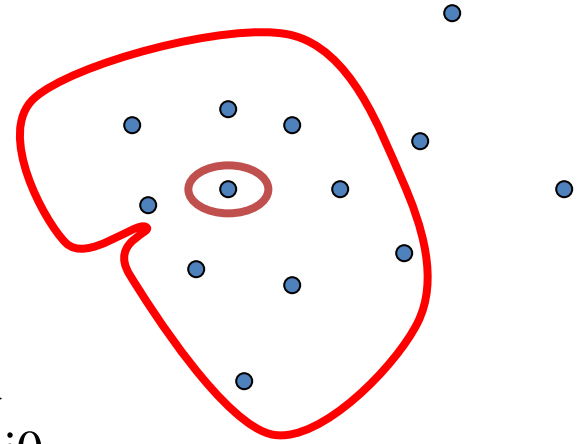
质点系的动量定理

设质点系共有 n 个质点

考虑第 i 个质点:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\vec{F}_i + \sum_{j \neq i}^n \vec{f}_{ij}) dt = \vec{P}_i - \vec{P}_{i0} = m_i \vec{v}_i - m_i \vec{v}_{i0}$$

对于整个系统，考虑到**内力成对出现**，内力矢量和为零，内力不影响总动量。**总动量的改变只与合外力的冲量有关。**



1.4.2 动量守恒定律

动量守恒定律

$$\text{当 } \sum_i \vec{F}_i = 0 \quad \longrightarrow \quad (\sum m_i \vec{v}_i) = \text{常矢量}$$

动量守恒的分量表述

$$\begin{cases} F_x = 0 \Rightarrow (\sum m_i v_{ix}) = P_x = \text{常量} \\ F_y = 0 \Rightarrow (\sum m_i v_{iy}) = P_y = \text{常量} \\ F_z = 0 \Rightarrow (\sum m_i v_{iz}) = P_z = \text{常量} \end{cases}$$

外力与内力相比小很多，动量守恒近似成立。

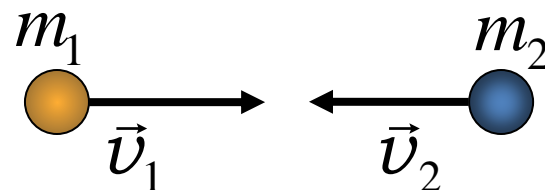
对比：若质点系**只有保守力做功**，质点系**机械能守恒**。
即使存在**非保守内力**，只要合外力为零，动量仍守恒。

动量守恒定律是关于自然界的一条最基本的定律。

例 在恒星系中，两个质量分别为 m_1 和 m_2 的星球，原来为静止，且相距为无穷远，后在引力的作用下，互相接近，到相距为 r 时。求它们之间的相对速率为多少？

解 由动量守恒，机械能守恒

$$\begin{cases} m v_1 - m v_2 = 0 \\ \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 - G \frac{m_1 m_2}{r} = 0 \end{cases}$$



解得

$$v_1 = m_2 \sqrt{\frac{2G}{(m_1 + m_2)r}} \quad v_2 = m_1 \sqrt{\frac{2G}{(m_1 + m_2)r}}$$

相对速率

$$v_r = v_1 + v_2 = m_2 \sqrt{\frac{2G}{(m_1 + m_2)r}} + m_1 \sqrt{\frac{2G}{(m_1 + m_2)r}}$$

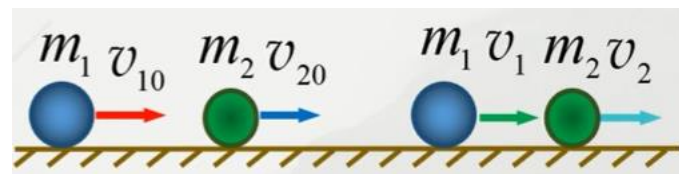
1.4.3 碰撞

完全弹性碰撞： 碰后分开

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{10}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{20}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \quad (\text{动量和机械能都守恒})$$

得： $v_2 - v_1 = v_{10} - v_{20}$ （碰撞后分离速度等于碰撞前靠近速度）

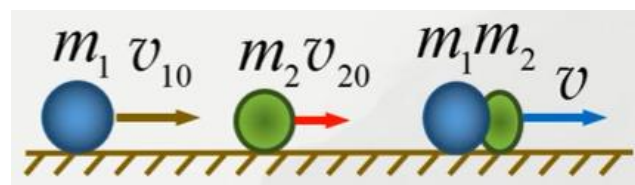


完全非弹性碰撞： 碰后不再分开

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = (m_1 + m_2) v$$

（只有动量守恒，机械能损失最大）

碰撞后，两物体速度相同。

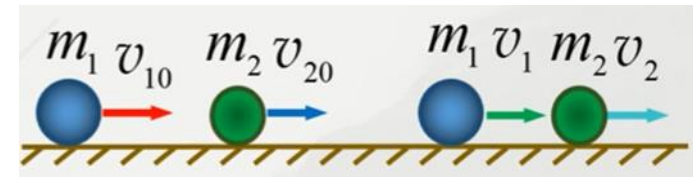


1.4.3 碰撞

非完全弹性碰撞：碰撞后分开，仅有部分形变恢复

$$m_1 v_{10} + m_2 v_{20} = m_1 v_1 + m_2 v_2$$

(只有动量守恒)



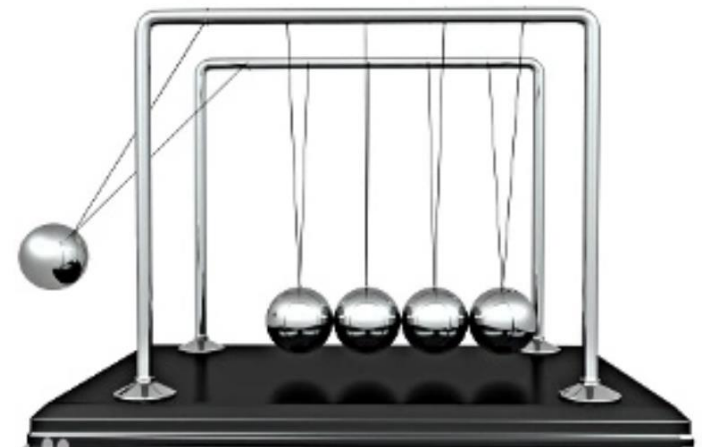
$v_2 - v_1 < v_{10} - v_{20}$ 碰撞后分离速度小于碰撞前靠近速度

恢复系数：物体形变的复原程度。

$$e = \frac{v_2 - v_1}{v_{10} - v_{20}}$$

完全弹性碰撞 $e=1$

完全非弹性碰撞 $e=0$



1.4 作业

1.35

1.36