

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΠΡΟΤΥΠΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΜΑΘΗΣΗ

Εργασία 1

ΠΑΝΤΕΛΕΗΜΩΝ ΠΡΩΙΟΣ

ice18390023

9ο Εξάμηνο

ice18390023@uniwa.gr

Τμήμα Α 15:00-17:00



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΔΥΤΙΚΗΣ ΑΤΤΙΚΗΣ
UNIVERSITY OF WEST ATTICA

Υπεύθυνοι καθηγητές

Νικόλαος Βασιλάς

Σωτήριος Δαλιάνης

Τμήμα Μηχανικών και Πληροφορικής Υπολογιστών
25 Νοεμβρίου 2022

Περιεχόμενα

1	Μέρος Α	1
1.1	A1. Άσκηση 2 Κλήση συναρτήσεων	1
1.2	A2. Χειρισμός διανυσμάτων και πινάκων	5
1.3	A3. Άσκηση 2 Παραγωγή τυχαίων αριθμών	8
1.4	A4. Άσκηση 2 Data Sets	9
2	Μέρος Β	13
2.1	B.1. Άσκηση 2 Υπολογισμός μέσης τιμής, διασποράς και σφαλμάτων για διαφορετικές κατανομές	13
2.2	B.2. Άσκηση 2 Υπολογισμός μέσης τιμής, διασποράς και σφαλμάτων για διαφορετικές κατανομές	14
2.3	B.3. Άσκηση 2 Πολυδιάστατες κατανομές	15
3	Μέρος Γ	17
3.1	Γ.1. Άσκηση 2 Προσαρμογή καμπυλών. Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων	17
3.2	Γ.2. Άσκηση 2 Παρεμβολή	18
3.3	Γ.3. Άσκηση 2 Οπτικοποίηση και επεξεργασία πολυδιάστατων δεδομένων	19

Κώδικες

1.1	Script συνδυασμών	1
1.2	Function συνδυασμών	2
1.3	To Script χειρισμού πινάκων	5
1.4	Τα αποτελέσματα χειρίζοντας τους πίνακες	5
1.5	Script παραγωγής τυχαίων δεδομένων	8
1.6	Script διαχειρίσεις datasets	9
2.1	Script υπολογισμού μ , σ^2 και σφάλματος για κανονική κατανομή	13
2.2	Script υπολογισμού μ , σ^2 και σφάλματος για rayleigh κατανομή	14
2.3	Script πολυδιάστατων κατανομών	16
3.1	Προσαρμογή καμπυλών δευτέρου και πέμπτου βαθμού	17
3.2	Παρεμβολή δεδομένων	18
3.3	Οπτικοποίηση δεδομένων	19
3.4	Πολλαπλές μεταβλητές στο, οριζόντιο άξονα	20
3.5	Απλοποίηση πολλαπλών μεταβλητών στον οριζόντιο άξονα	21

Κατάλογος σχημάτων

1.1	Τα αποτελέσματα των συνδυασμών	2
1.2	Τα αποτελέσματα των συνδυασμών με υλοποίηση συνάρτησης	4
1.3	Διακριτή τυχαία κατανομή	8
1.4	Συνεχής τυχαία κατανομή	9
1.5	GPA των σχολών νομικής	10
1.6	Γαλόνια ανά μίλι	11
1.7	Πληθυσμός των Ηνωμένων Πολιτιών από 1790 έως 1990	11
1.8	Βάρος για κάθε φύλο	12
2.1	Gaussian distribution	14
2.2	Rayleigh distribution	15
2.3	Αποτέλεσμα κάθε διαφορετικής συνδιασποράς	17
3.1	Προσαρμογή καμπυλών δευτέρου και πέμπτου βαθμού	18

3.2	Παρεμβολή δεδομένων	19
3.3	Οπτικοποίηση δεδομένων	20
3.4	Πολλαπλές μεταβλητές στο, οριζόντιο άξονα	21
3.5	Απλοποίηση πολλαπλών μεταβλητών στον οριζόντιο άξονα	22

1 Μέρος Α

1.1 Α1. Άσκηση 2 Κλήση συναρτήσεων

Το πρόβλημα που παρουσιάζεται, είναι ο συνδυασμός 40 χαρτονομισμάτων των

- 50 λεπτών
- 1 ευρώ
- 2 ευρώ
- 5 ευρώ

έτσι ώστε, η συνολική αξία να είναι 40 ευρώ.

```
1 clear all, clc, close all,
2 % x το πλήθος των νομισμάτων με αξία 0.5 ευρώ.
3 % y το πλήθος των νομισμάτων με αξία 1.0 ευρώ.
4 % z το πλήθος των νομισμάτων με αξία 2.0 ευρώ.
5 % w το πλήθος των χαρτονομισμάτων με αξία 5 ευρώ.
6 % Αρχικοποίηση του πλήθους των συνδυασμών που ικανοποιούν τις συνθήκες
7 PS=0;
8 for x=0:40
9     for y=0:40
10        for z=0:40
11            for w=0:40
12                syn_plithos_nom=x+y+z+w;
13                syn_aksia_nom=x*0.5+y*1+z*2+w*5;
14                if syn_plithos_nom==40 && syn_aksia_nom==40
15                    PS=PS+1;
16                    disp(['Combination #' num2str(PS) ': ' num2str(x) ...
17                        'x0.5E ' num2str(y) 'x1E ' num2str(z) 'x2E ' ...
18                        num2str(w) 'x5E '])
19                end
20            end
21        end
22    end
23 end
24 disp(['Total combinations ' num2str(PS)])
```

Κώδικας 1.1: Script συνδυασμών

```

Combination #1: 0x0.5E 40x1E 0x2E 0x5E
Combination #2: 2x0.5E 37x1E 1x2E 0x5E
Combination #3: 4x0.5E 34x1E 2x2E 0x5E
Combination #4: 6x0.5E 31x1E 3x2E 0x5E
Combination #5: 8x0.5E 28x1E 4x2E 0x5E
Combination #6: 8x0.5E 31x1E 0x2E 1x5E
Combination #7: 10x0.5E 25x1E 5x2E 0x5E
Combination #8: 10x0.5E 28x1E 1x2E 1x5E
Combination #9: 12x0.5E 22x1E 6x2E 0x5E
Combination #10: 12x0.5E 25x1E 2x2E 1x5E
Combination #11: 14x0.5E 19x1E 7x2E 0x5E
Combination #12: 14x0.5E 22x1E 3x2E 1x5E
Combination #13: 16x0.5E 16x1E 8x2E 0x5E
Combination #14: 16x0.5E 19x1E 4x2E 1x5E
Combination #15: 16x0.5E 22x1E 0x2E 2x5E
Combination #16: 18x0.5E 13x1E 9x2E 0x5E
Combination #17: 18x0.5E 16x1E 5x2E 1x5E
Combination #18: 18x0.5E 19x1E 1x2E 2x5E
Combination #19: 20x0.5E 10x1E 10x2E 0x5E
Combination #20: 20x0.5E 13x1E 6x2E 1x5E
Combination #21: 20x0.5E 16x1E 2x2E 2x5E
Combination #22: 22x0.5E 7x1E 11x2E 0x5E
Combination #23: 22x0.5E 10x1E 7x2E 1x5E
Combination #24: 22x0.5E 13x1E 3x2E 2x5E
Combination #25: 24x0.5E 4x1E 12x2E 0x5E
Combination #26: 24x0.5E 7x1E 8x2E 1x5E
Combination #27: 24x0.5E 10x1E 4x2E 2x5E
Combination #28: 24x0.5E 13x1E 0x2E 3x5E
Combination #29: 26x0.5E 1x1E 13x2E 0x5E
Combination #30: 26x0.5E 4x1E 9x2E 1x5E
Combination #31: 26x0.5E 7x1E 5x2E 2x5E
Combination #32: 26x0.5E 10x1E 1x2E 3x5E
Combination #33: 28x0.5E 1x1E 10x2E 1x5E
Combination #34: 28x0.5E 4x1E 6x2E 2x5E
Combination #35: 28x0.5E 7x1E 2x2E 3x5E
Combination #36: 30x0.5E 1x1E 7x2E 2x5E
Combination #37: 30x0.5E 4x1E 3x2E 3x5E
Combination #38: 32x0.5E 1x1E 4x2E 3x5E
Combination #39: 32x0.5E 4x1E 0x2E 4x5E
Combination #40: 34x0.5E 1x1E 1x2E 4x5E
Total combinations 40

```

Σχήμα 1.1: Τα αποτελέσματα των συνδυασμών

Αντίστοιχα, υλοποιούμε μια συνάρτηση, έτσι ώστε δίνοντας με δυναμικό τρόπο τα χαρτονομίσματα να τυπώνει τα αποτελέσματα και να επιστρέφει στην οθόνη το πλήθος των συνδυασμών.

```
1 function PS=A1f(val1, val2, val3, val4)
```

```
2 PS=0;
3 for x=0:40
4     for y=0:40
5         for z=0:40
6             for w=0:40
7                 syn_plithos_nom=x+y+z+w;
8                 syn_aksia_nom=x*val1+y*val2+z*val3+w*val4;
9                 if syn_plithos_nom==40 && syn_aksia_nom==40
10                     PS=PS+1;
11                     disp(['Combination #' num2str(PS) ' : ' num2str(x)...
12                         'x0.5E ' num2str(y) 'x1E ' num2str(z) 'x2E ' ...
13                         num2str(w) 'x5E '])
14                 end
15             end
16         end
17     end
18 end
```

Κώδικας 1.2: Function συνδυασμών

```

Command Window

>> PS=A1f(0.5, 1, 2, 5)
Combination #1: 0x0.5E 40x1E 0x2E 0x5E
Combination #2: 2x0.5E 37x1E 1x2E 0x5E
Combination #3: 4x0.5E 34x1E 2x2E 0x5E
Combination #4: 6x0.5E 31x1E 3x2E 0x5E
Combination #5: 8x0.5E 28x1E 4x2E 0x5E
Combination #6: 8x0.5E 31x1E 0x2E 1x5E
Combination #7: 10x0.5E 25x1E 5x2E 0x5E
Combination #8: 10x0.5E 28x1E 1x2E 1x5E
Combination #9: 12x0.5E 22x1E 6x2E 0x5E
Combination #10: 12x0.5E 25x1E 2x2E 1x5E
Combination #11: 14x0.5E 19x1E 7x2E 0x5E
Combination #12: 14x0.5E 22x1E 3x2E 1x5E
Combination #13: 16x0.5E 16x1E 8x2E 0x5E
Combination #14: 16x0.5E 19x1E 4x2E 1x5E
Combination #15: 16x0.5E 22x1E 0x2E 2x5E
Combination #16: 18x0.5E 13x1E 9x2E 0x5E
Combination #17: 18x0.5E 16x1E 5x2E 1x5E
Combination #18: 18x0.5E 19x1E 1x2E 2x5E
Combination #19: 20x0.5E 10x1E 10x2E 0x5E
Combination #20: 20x0.5E 13x1E 6x2E 1x5E
Combination #21: 20x0.5E 16x1E 2x2E 2x5E
Combination #22: 22x0.5E 7x1E 11x2E 0x5E
Combination #23: 22x0.5E 10x1E 7x2E 1x5E
Combination #24: 22x0.5E 13x1E 3x2E 2x5E
Combination #25: 24x0.5E 4x1E 12x2E 0x5E
Combination #26: 24x0.5E 7x1E 8x2E 1x5E
Combination #27: 24x0.5E 10x1E 4x2E 2x5E
Combination #28: 24x0.5E 13x1E 0x2E 3x5E
Combination #29: 26x0.5E 1x1E 13x2E 0x5E
Combination #30: 26x0.5E 4x1E 9x2E 1x5E
Combination #31: 26x0.5E 7x1E 5x2E 2x5E
Combination #32: 26x0.5E 10x1E 1x2E 3x5E
Combination #33: 28x0.5E 1x1E 10x2E 1x5E
Combination #34: 28x0.5E 4x1E 6x2E 2x5E
Combination #35: 28x0.5E 7x1E 2x2E 3x5E
Combination #36: 30x0.5E 1x1E 7x2E 2x5E
Combination #37: 30x0.5E 4x1E 3x2E 3x5E
Combination #38: 32x0.5E 1x1E 4x2E 3x5E
Combination #39: 32x0.5E 4x1E 0x2E 4x5E
Combination #40: 34x0.5E 1x1E 1x2E 4x5E

PS =

40

```

Σχήμα 1.2: Τα αποτελέσματα των συνδυασμών με υλοποίηση συνάρτησης

1.2 Α2. Χειρισμός διανυσμάτων και πινάκων

Εκτέλεση διαφορών συναρτήσεων από το pdf <<Eisagogi sto matlab>> από τις σελίδες 1 έως 25.

```

1 % Δήλωση πίνακα
2 A=[1 2 3 5]
3
4 % Ορισμός πίνακα 3x3
5 B=[2 0 4;5*(sqrt(7)/6) -5 0;1 0 -9]
6
7 % Πράξεις πινάκων
8 A = [1 2; 3 4]
9 B = [5 6; 7 8]
10 C = A+B
11 D = A-B
12
13 % Πολλαπλασιασμός
14 a = [1 2 3; 4 5 6];
15 b = [0 1; 2 3; 4 5];
16 c = a * b
17
18 % Αναφορά σε στοιχείο
19 A = [1 2 3
20      4 5 6
21      7 8 9]
22
23 A(2,3)
24
25 % Πίνακας 2x2 από 3x3
26 A(1:2,2:3)
27
28 % Μέση και Ενδιάμεση τιμή (mean)
29 X = [ 1 3 3 5 9]
30 % sum(X)/5
31 mean(X)
32
33 % Ταξινόμηση
34 a = [ 85 40 36 90; 52 -5 0 60]'
35 sort(a)
36
37 % Διασπορά και Τυπική απόκλιση
38 x = [1 5 9 7]
39 % sigma = sqrt(sum(abs(x - mean(x)).^2)/(size(x,2)-1))
40 std(x)
41 std(x)^2
42
43 % Τυχαιοί αριθμοί
44 % ορίζουμε την seed έτσι ώστε να αλλάζει κάθε φορά
45 rand('seed',sum(100*clock))
46 % δημιουργούμε
47 y = 10*rand(1,6)-5

```

Κώδικας 1.3: Το Script χειρισμού πινάκων

```
>> A2
```

```
A =
```

```
1 2 3 5
```


B =

2	0	4
2.2048	-5	0
1	0	-9

A =

1	2
3	4

B =

5	6
7	8

C =

6	8
10	12

D =

-4	-4
-4	-4

c =

16	22
34	49

A =

1	2	3
4	5	6
7	8	9

ans =

6

ans =

2	3
5	6

X =

1	3	3	5	9
---	---	---	---	---

ans =

4.2

a =

85	52
40	-5
36	0
90	60

ans =

36	-5
40	0
85	52
90	60

x =

1	5	9	7
---	---	---	---

ans =

3.4157

ans =

11.667

y =

Columns 1 through 5

-3.9871 -1.9328 -4.2808 2.2038 -0.82846

Column 6

-3.9458

Κώδικας 1.4: Τα αποτελέσματα χειρίζοντας τους πίνακες

1.3 Α3. Άσκηση 2 Παραγωγή τυχαίων αριθμών

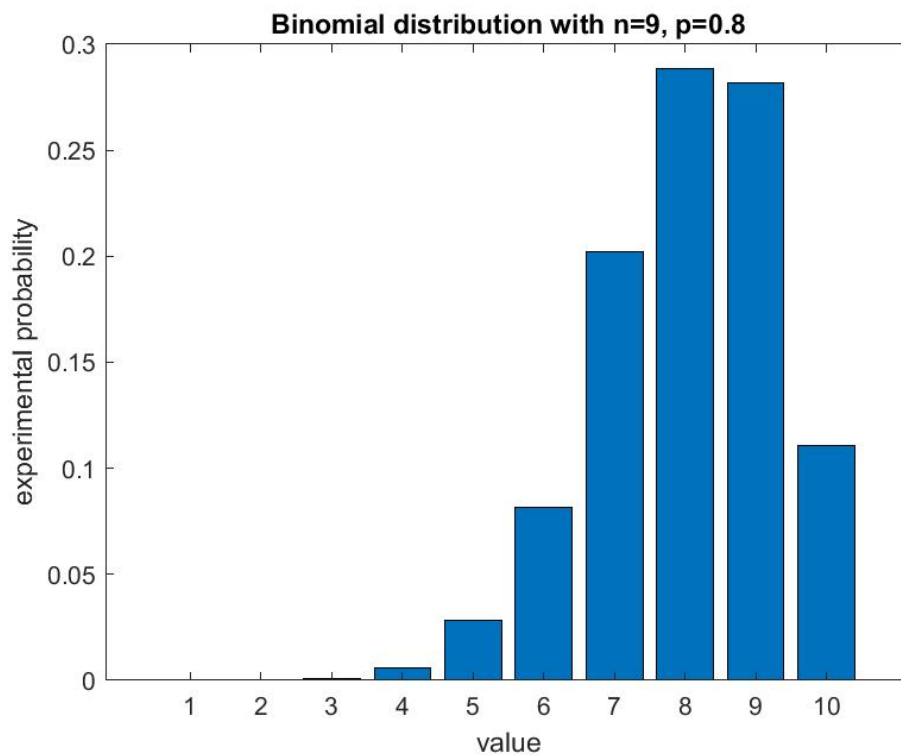
Παραγωγή τυχαίων δεδομένων διακριτής και συνεχής κατανομής πιθανότητας.

```

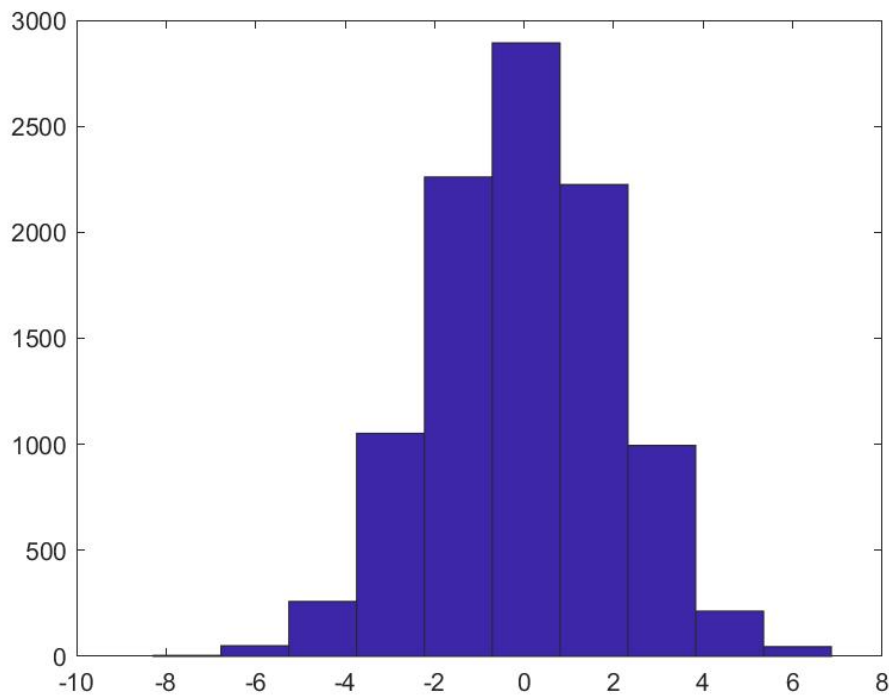
1 % Διακριτή κατανομή
2 N = 10000;
3 data = binornd(10, 0.8, N,1);
4 [height,centers] = hist(data,unique(data));
5 figure();
6 bar(centers,height/sum(height));
7 xlabel('value'); ylabel('experimental probability')
8 title('Binomial distribution with n=9, p=0.8')
9 print('discrete','-djpeg')
10
11 % Συνεχής κατανομή
12 normal = normrnd(0,2,[1,N]); % mu = 0 and sigma = 2
13 [height,centers] = hist(normal,unique(normal));
14 figure();
15 plot(centers,height)
16 hist(normal)
17 print('continuous','-djpeg')

```

Κώδικας 1.5: Script παραγωγής τυχαίων δεδομένων



Σχήμα 1.3: Διακριτή τυχαία κατανομή



Σχήμα 1.4: Συνεχής τυχαία κατανομή

1.4 A4. Άσκηση 2 Data Sets

Για την επεξεργασία, χρησιμοποιήσαμε τα εξής datasets:

- lawdata.mat
- carsmall.mat
- census.mat
- hospital.mat

Στο dataset lawdata, σχεδιάστηκε το θηκόγραμμα έτσι ώστε να φαίνεται ο μέσος όρος το Q1 και το Q3 του GPA από 15 διαφορετικές σχολές.

Με το dataset carsmall, σχεδιάστηκαν τα θηκογράμματα κάθε διαφορετικών χωρών βάση της κατανάλωσης ανά γαλόνι.

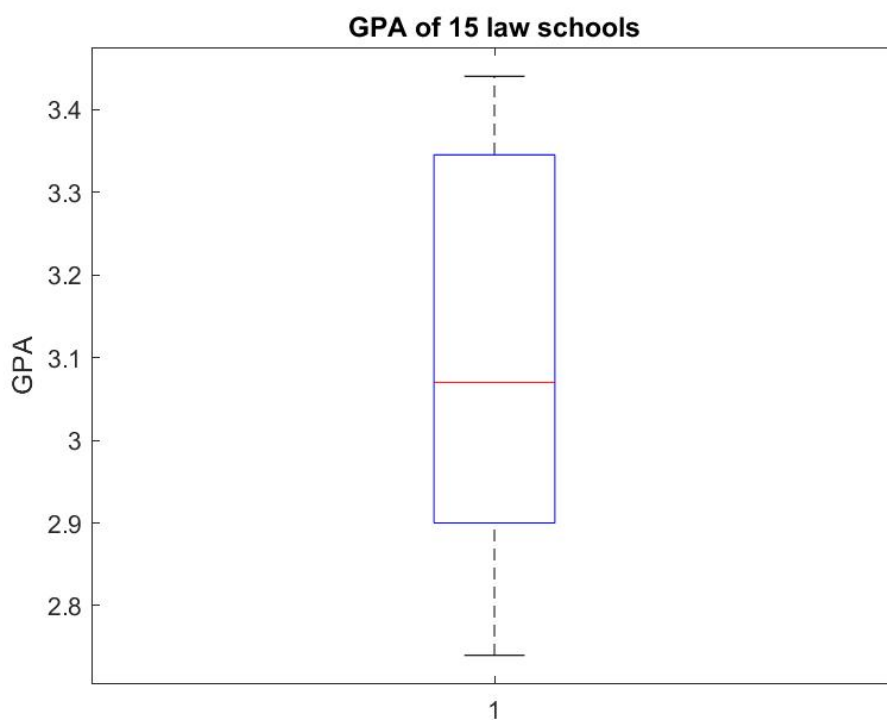
Με την χρήση του census, σχεδιάστηκε η αύξηση του πληθυσμού από το 1790 έως 1990.

Με την χρήση του hospital, σχεδιάστηκαν τα θηκογράμματα ανά φύλο βάση των κιλών.

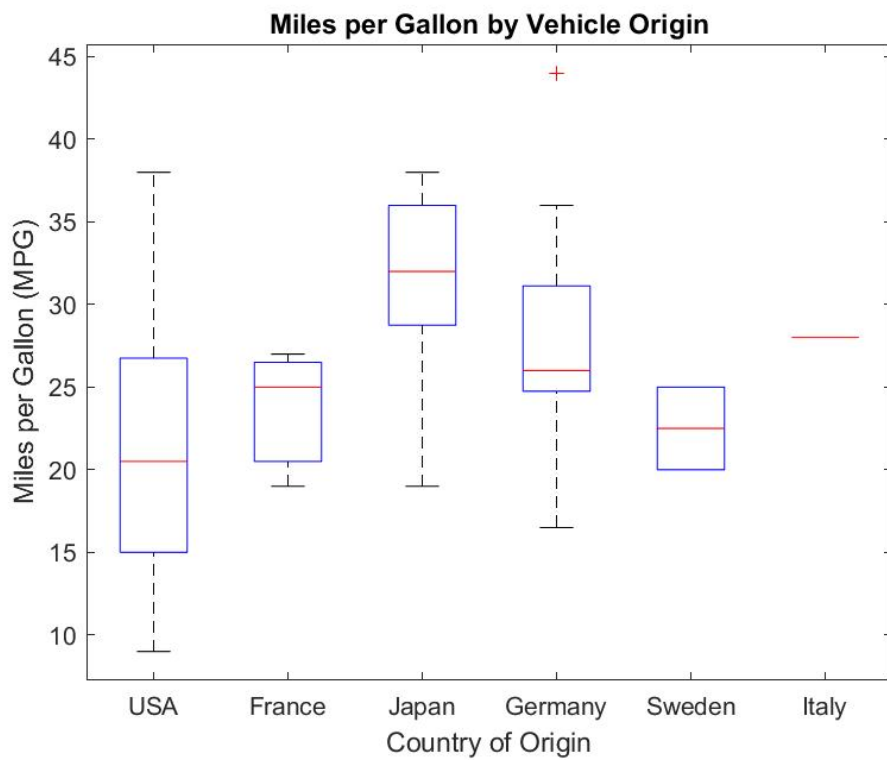
```
1 load lawdata.mat
2 figure;
3 boxplot(gpa)
4 ylabel('GPA')
5 title('GPA of 15 law schools')
6 print('law_schools','-djpeg')
7
8 clc;clear
9 load carsmall.mat
10
11 figure;
12 boxplot(MPG,Origin)
```

```
13 title('Miles per Gallon by Vehicle Origin')
14 xlabel('Country of Origin')
15 ylabel('Miles per Gallon (MPG)')
16 print('miles_per_gallon','-djpeg')
17
18 clc;clear
19 load census.mat
20 figure;
21 plot(cdate,pop)
22 title('US population data from 1790 – 1990')
23 grid on
24 print('US_population','-djpeg')
25
26 clc;clear
27 load hospital.mat
28 figure;
29 boxplot(hospital.Weight,hospital.Sex)
30 ylabel('Weight')
31 title('Weight of patients categorized by sex')
32 print('hospital','-djpeg')
```

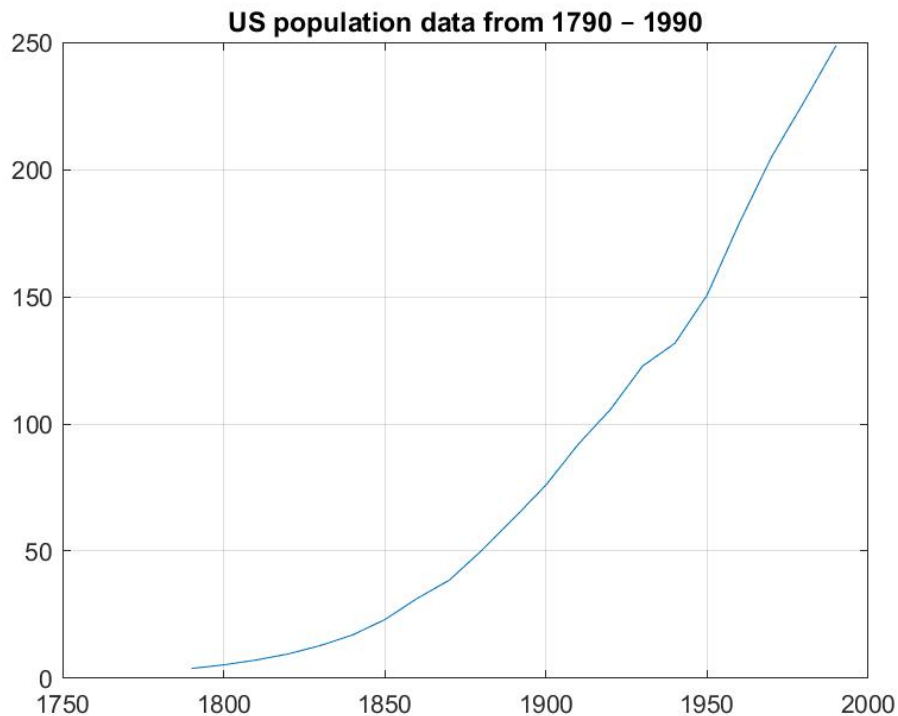
Κώδικας 1.6: Script διαχειρίσεις datasets



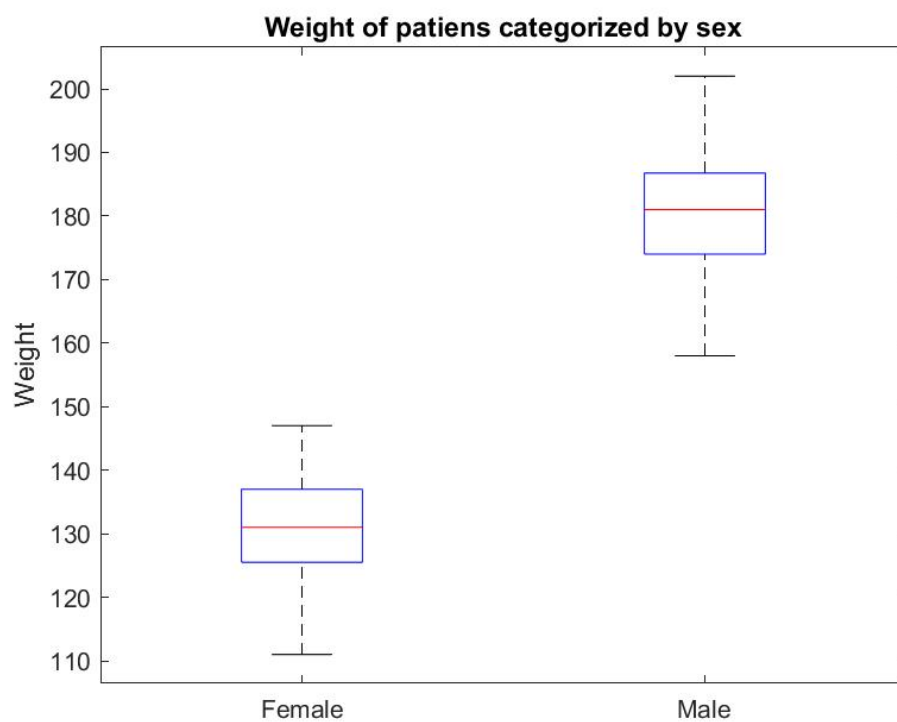
Σχήμα 1.5: GPA των σχολών νομικής



Σχήμα 1.6: Γαλόνια ανά μίλι



Σχήμα 1.7: Πληθυσμός των Ηνωμένων Πολιτιών από 1790 έως 1990



Σχήμα 1.8: Βάρος για κάθε φύλο

2 Μέρος Β

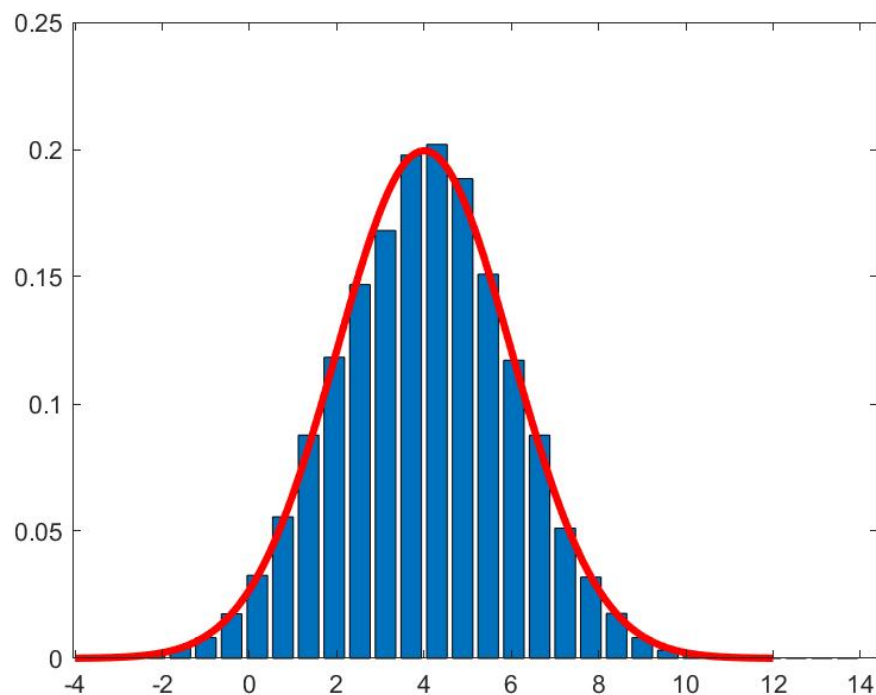
2.1 Β.1. Άσκηση 2 Υπολογισμός μέσης τιμής, διασποράς και σφαλμάτων για διαφορετικές κατανομές

Στο κάτωθι script, γίνεται υπολογισμός πολλαπλών κανονικών κατανομών και υπολογίζεται η μέση τιμή, η διασπορά και το σφάλμα όπως και η pdf.

```

1 clear all; close all;clc;
2 mu = 4;
3 sigma =2; % matlab uses sigma, not sigma^2
4 iter = [100 1000 10000];%% ari8mos deigmatwn
5 k=1; %% voi8itiki metavliti
6 for k=1:length(iter)
7     for i=1:100
8         %create gaussian samples
9         samples = normrnd(mu,sigma,iter(k),1);
10        %%%o sxediamos tis pdf k tou kanonikopoimenou istogramatos einai se
11        %sxolia
12        %%%epeidh to peirama epanalamvanete 100 fores...
13        %create actual gaussian pdf
14        x = mu-4*sigma:0.01:mu+4*sigma;
15        y = normpdf(x,mu,sigma);
16        %
17        %create and normalize histogram
18        [n,xout] = hist(samples,30);
19        bw = xout(2)-xout(1); % column width
20        n1 = n/sum(n.*bw); % sum(n.*bw) = area under the histogram
21        %
22        %plot histogram and pdf
23        bar(xout,n1)
24        hold on
25        plot(x,y,'-r','Linewidth',3);
26        hold off
27        %%% evresi mesis timis k diasporas me mean kai var
28        Ey(i,k)=mean(samples);
29        s(i,k)=var(samples);
30        %%% evresi mesis timis k diasporas vasei ml
31        Eyy(i,k)=(1/iter(k))*sum (samples);
32        ss(i,k)=(1/iter(k))*sum ((samples-Eyy(i,k)).^2);
33    end;
34    %%%sfalma mesis timis
35    ermt(:,k)=(1/100)*((Ey(:,k)-Eyy(:,k)).^2);
36    errmt(k)=mean(ermt(:,k));
37    %%%sfalma diasporas
38    erd(:,k)=(1/100)*((s(:,k)-ss(:,k)).^2);
39    errd(k)=mean(erd(:,k));
40    k=k+1;
41 end;
```

Κώδικας 2.1: Script υπολογισμού μ , σ^2 και σφάλματος για κανονική κατανομή



Σχήμα 2.1: Gaussian distribution

2.2 Β.2. Άσκηση 2 Υπολογισμός μέσης τιμής, διασποράς και σφαλμάτων για διαφορετικές κατανομές

Στο κάτωθι script, γίνεται υπολογισμός πολλαπλών rayleigh κατανομών και υπολογίζεται η μέση τιμή, η διασπορά και το σφάλμα όπως και η pdf.

```

1 clear all; close all; clc;
2 sigma=4;
3 iter = [100 1000 10000]; %% αριθμός δειγμάτων
4 k=1; %% πρώτη μεταβλητή
5 for k=1:length(iter)
6     for i=1:100
7         %% create rayleigh samples
8         samples = raylrnd(sigma,iter(k),1);
9         %% ο σκελετός της pdf k του κανονικοποιημένου ιστογράμματος είναι σε
10        %σκόλη
11        %% επείδη το πείραμα επαναλαμβάνεται 100 φορές...
12        %
13        %% create actual rayleigh pdf
14        x = 0:0.01:20;
15        y = raylpdf(x,sigma);
16        %
17        %% create and normalize histogram
18        [n,xout] = hist(samples,30);
19        bw = xout(2)-xout(1); % column width
20        n1 = n/sum(n.*bw); % sum(n*bw) = area under the histogram
21        %
22        %% plot histogram and pdf
23        bar(xout,n1)
24        hold on
25        plot(x,y,'-r','Linewidth',3);

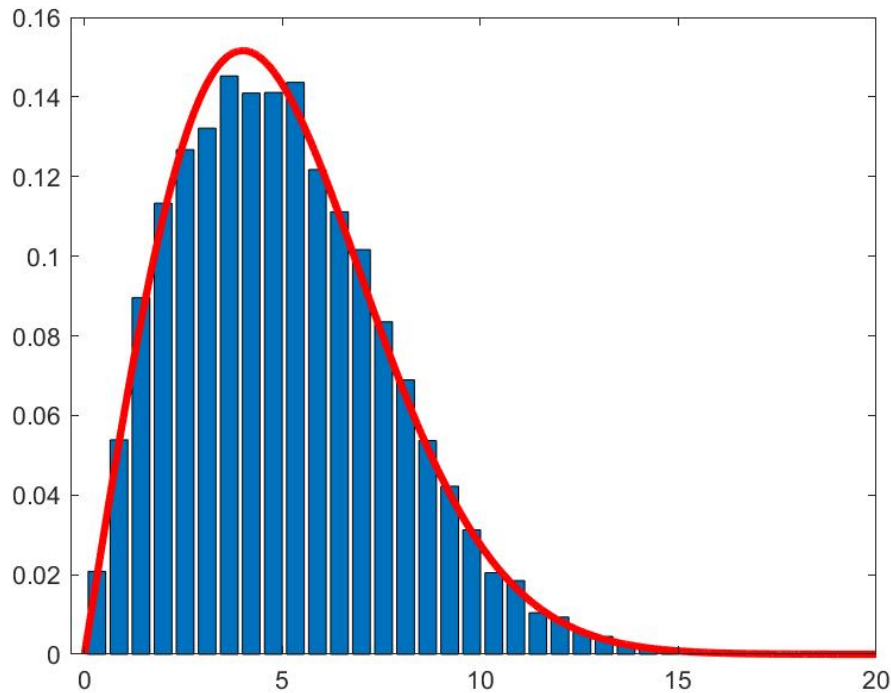
```

```

26 hold off
27 %%% evresi mesis timis k diasporas me mean kai var
28 Ey(i,k)=mean(samples);
29 s(i,k)=var(samples);
30 %%% evresi mesis timis k diasporas vasei ml
31 sigmaa(i,k)=sqrt((1/(2*iter(k)))*sum(samples.^2));
32 Eyy(i,k)=sigmaa(i,k)*sqrt(pi/2);
33 ss(i,k)=((4-pi)/2)*(sigmaa(i).^2);
34 end;
35 %%%sfalma mesis timis
36 ermt(:,k)=(1/100)*((Ey(:,k)-Eyy(:,k)).^2);
37 errmt(k)=mean(ermt(:,k));
38 %%%sfalma diasporas
39 erd(:,k)=(1/100)*((s(:,k)-ss(:,k)).^2);
40 errd(k)=mean(erd(:,k));
41 k=k+1;
42 end;

```

Κώδικας 2.2: Script υπολογισμού μ , σ^2 και σφάλματος για rayleigh κατανομή



Σχήμα 2.2: Rayleigh distribution

2.3 Β.3. Άσκηση 2 Πολυδιάστατες κατανομές

Με το κάτωθι script, γίνεται η παραγωγή πεντακοσίων διαστάσεων με κανονική κατανομή $N(m, S)$, με μέση τιμή $m = [0, 0]^T$ και μήτρα συνδιασποράς $S = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{bmatrix}$ για τις παρακάτω περιπτώσεις:

- $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 1, \sigma_{12} = 0$
- $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 0.2, \sigma_{12} = 0$
- $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 2, \sigma_{12} = 0$

- $\sigma_1^2 = 0.2, \sigma_2^2 = 2, \sigma_{12} = 0$
- $\sigma_1^2 = 2, \sigma_2^2 = 0.2, \sigma_{12} = 0$
- $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 1, \sigma_{12} = 0.5$
- $\sigma_1^2 = 0.3, \sigma_2^2 = 2, \sigma_{12} = 0.5$
- $\sigma_1^2 = 0.3, \sigma_2^2 = 2, \sigma_{12} = -0.5$

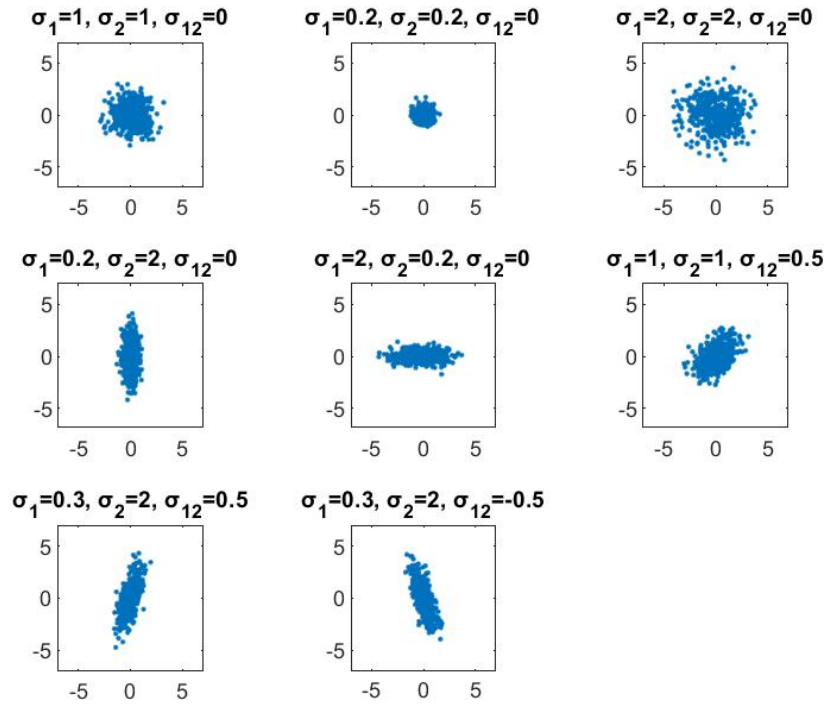
Παρατηρούμε στην εικόνα 2.3, πώς το κέντρο των συντεταγμένων είναι το μ και κάθε διάγραμμα διαφέρει λόγω της συνδιασποράς. Όταν η συνδιασπορά στην κύρια διαγώνιο είναι μικρή, σχηματίζεται ένας μικρός κύκλος γύρω από τις συντεταγμένες μ και όσο αυξάνεται, τόσο αυξάνεται και ο κύκλος. Επίσης, παρατηρούμε πώς η συνδιασπορά σ_1 , επηρεάζει τον οριζόντιο άξονα, ενώ η σ_2 των κατακόρυφο. Ακόμα, παρατηρούμε πως όταν το σ_{12} είναι θετικό, δημιουργείται μια κλίση προς τα δεξιά, ενώ όταν είναι αρνητικό προς τα αριστερά.

```

1 N = 500; % Διαστάσεις
2 m = [0 0]'; % μέση τιμή
3
4 % s_1^2 s_2^2 s_12
5
6 array = [1 1 0;
7         0.2 0.2 0;
8         2 2 0;
9         0.2 2 0;
10        2 0.2 0;
11        1 1 0.5;
12        0.3 2 0.5;
13        0.3 2 -0.5];
14
15 randn('seed',0); % seed για πραγματικά τυχαίους αριθμούς
16 tiledlayout(3,3) % για αυτόματα subplots
17 % for loop για κάθε διαφορετική συνδιασπορά
18 for i = 1:length(array)
19     s1 = array(i,1);
20     s2 = array(i,2);
21     s12 = array(i,3);
22
23     S = [ s1 s12;
24          s12 s2];
25
26     X = mvnrnd(m,S,N);
27     nexttile
28     plot(X(1,:), X(2,:), '.');
29     axis equal
30     axis([-7 7 -7 7])
31     title(['σ_1=' num2str(s1)...
32           ', σ_2=' num2str(s2)...
33           ', σ_{12}=' num2str(s12)])
34 end
35 print('B3','-djpeg')

```

Κώδικας 2.3: Script πολυδιάστατων κατανομών



Σχήμα 2.3: Αποτέλεσμα κάθε διαφορετικής συνδιασποράς

3 Μέρος Γ

3.1 Γ.1. Άσκηση 2 Προσαρμογή καμπυλών. Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων

Με τον ακόλουθο script, προσαρμόζουμε τις καμπύλες με την πολυωνυμική προσαρμογή ελαχίστων τετραγώνων δευτέρου και πέμπτου βαθμού.

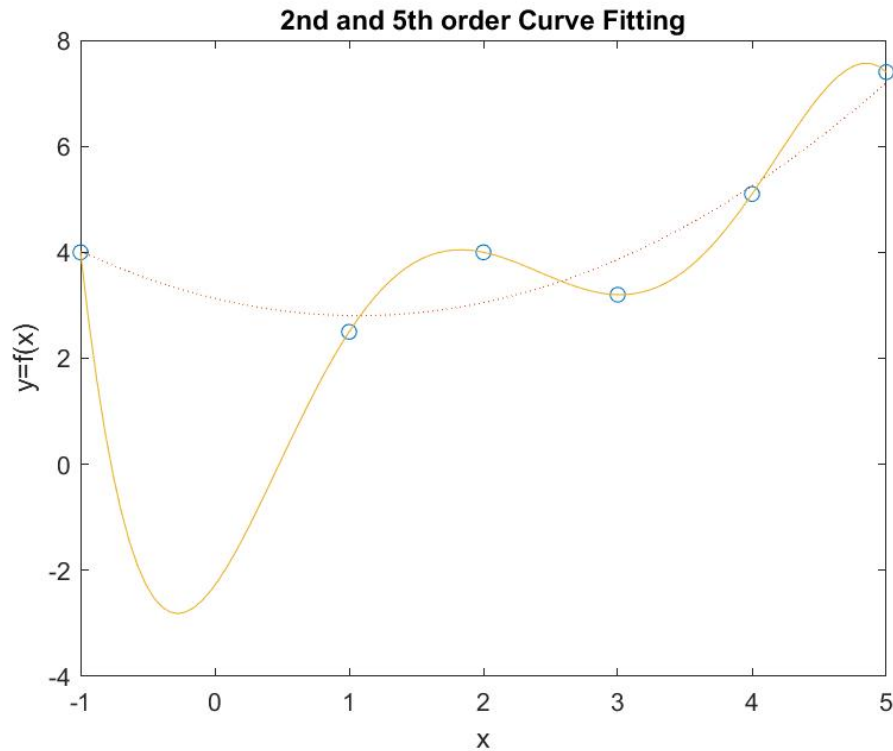
Παρατηρούμε στην εικόνα 3.1 πως, η προσαρμογή καμπυλών δευτέρου βαθμού, είναι ποίο ομαλή από του πέμπτου

```

1 % Προσαρμογή καμπυλών. Μέθοδος ελαχίστων τετραγώνων.
2 x=[-1,1,2,3,4,5];
3 y=[4,2.5,4,3.2,5.1,7.4];
4 p2=polyfit(x,y,2) %κατασκευή πολυώνυμο ελαχ. τετραγώνων ου2 βαθμού
5
6 p5=polyfit(x,y,5) %κατασκευή πολυώνυμο ελαχ. τετραγώνων ου5 βαθμού
7
8 xi=linspace(-1,5,100); %δημιουργία δεδομένων στον άξονα των x
9 z2=polyval(p2,xi); %δημιουργία δεδομένων στον άξονα των y για το p2
10 z5=polyval(p5,xi); %δημιουργία δεδομένων στον άξονα των y για το p5
11 plot(x,y,'o',xi,z2,'-',xi,z5) %σχεδίαση γραφημάτων για τα p2 και p5
12 %το γράφημα του p2 είναι με διακεκομμένη γραμμή
13 xlabel('x'),ylabel('y=f(x)'), %ενδείξεις στους άξονες
14 title('2nd and 5th order Curve Fitting') %έκδοση τίτλου γραφήματος
15 print('G1','-djpeg')

```

Κώδικας 3.1: Προσαρμογή καμπυλών δευτέρου και πέμπτου βαθμού



Σχήμα 3.1: Προσαρμογή καμπυλών δευτέρου και πέμπτου βαθμού

3.2 Γ.2. Άσκηση 2 Παρεμβολή

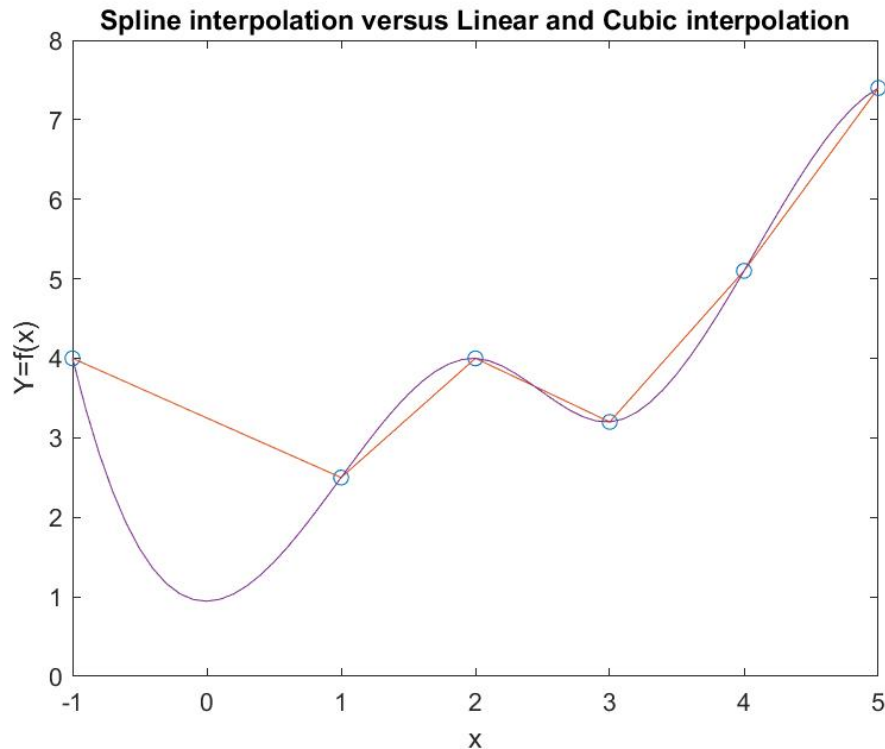
Παρεμβολή μονοδιάστατων δεδομένων. Παρατηρούμε (εικ. 3.2) πως, χρησιμοποιώντας τις μεθόδους `linear` και `spline`, το αποτέλεσμα της παρεμβολής παραμένει ίδιο, ενώ με την κυβική παρεμβολή αποκτά μια καμπυλότητα και ταυτόχρονα ομαλότητα.

```

1 x=[-1,1,2,3,4,5] ;
2 y=[4,2.5,4,3.2,5.1,7.4];
3 xi=-1:0.1:5; %δημιουργία διαστήματος ομοιόμορφα κατανεμημένων τιμών
4 y0=interp1(x,y,0,'spline') %υπολογισμός τιμής της παρεμβολής splines στο σημείο 0
5
6 y0=interp1(x,y,0) %υπολογισμός τιμής της γραμμικής παρεμβολής στο σημείο 0
7
8 %Εφαρμογή τριών μεθόδων παρεμβολής
9 Yspl=interp1(x,y,xi,'spline');
10 Yl=interp1(x,y,xi,'linear');
11 Yc=interp1(x,y,xi,'cubic');
12 plot(x,y,'o',xi,Yl,xi,Yc,'-',xi,Yspl) %σχεδίαση κοινού γραφήματος
13 xlabel('x'),ylabel('Y=f(x)'),
14 title('Spline interpolation versus Linear and Cubic interpolation')
15 print('G2','-djpeg')

```

Κώδικας 3.2: Παρεμβολή δεδομένων



Σχήμα 3.2: Παρεμβολή δεδομένων

3.3 Γ.3. Άσκηση 2 Οπτικοποίηση και επεξεργασία πολυδιάστατων δεδομένων

Σε αυτό το παράδειγμα, θα οπτικοποιήσουμε τα δεδομένα του dataset carbig σε δισδιάστατη μορφή μεταξύ τους, έτσι ώστε να παρατηρήσουμε κάποιο pattern. Ποίο συγκεκριμένα, θα συγκρίνουμε:

- Κατανάλωση (μίλια ανά γαλόνι)
- Επιτάχυνση
- Όγκο των κυλίνδρων
- Βάρος
- Ιπποδύναμη

και θα τα κατηγοριοποιήσουμε με βάση το πλήθος των κυλίνδρων.

```

1 load carbig
2
3 X = [MPG,Acceleration,Displacement,Weight,Horsepower];
4 varNames = {'MPG'; 'Acceleration'; 'Displacement'; 'Weight'; 'Horsepower'};
5
6 figure
7 gplotmatrix(X,[],Cylinders,['c' 'b' 'm' 'g' 'r'],[],[],false);
8 text([.08 .24 .43 .66 .83], repmat(-1,1,5), varNames, 'FontSize',8);
9 text(repmat(-.12,1,5), [.86 .62 .41 .25 .02], varNames, 'FontSize',8,'Rotation',90);
10 print('G3_1','-djpeg')

```

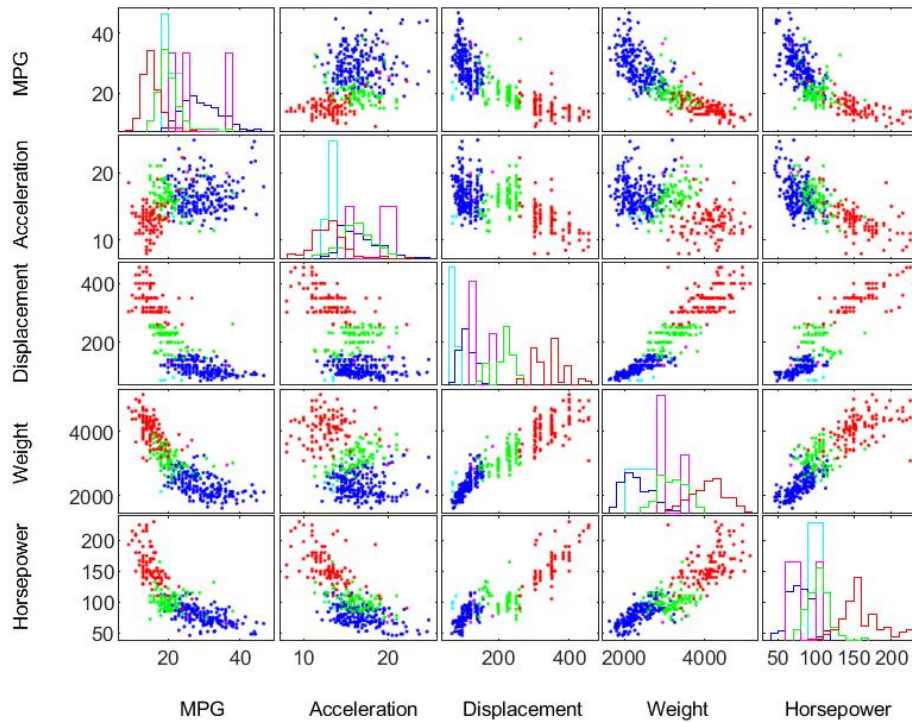
Κώδικας 3.3: Οπτικοποίηση δεδομένων

Τα χρώματα και το πλήθος των κυλίνδρων είναι τα εξής:

- με cyan οι 3 κύλινδροι

- με blue οι 4 κύλινδροι
- με magenta οι 5 κύλινδροι
- με green οι 6 κύλινδροι
- με red οι 8 κύλινδροι

Στην εικόνα 3.3, παρατηρούμε πως τα χρώματα που επικρατούν είναι το κόκκινο το μπλε και το πράσινο. Οπότε, τα δεδομένα με πλήθος κυλίνδρων 3 και 5 ενδεχομένως να είναι λίγα ή επικαλυπτόμενα.



Σχήμα 3.3: Οπτικοποίηση δεδομένων

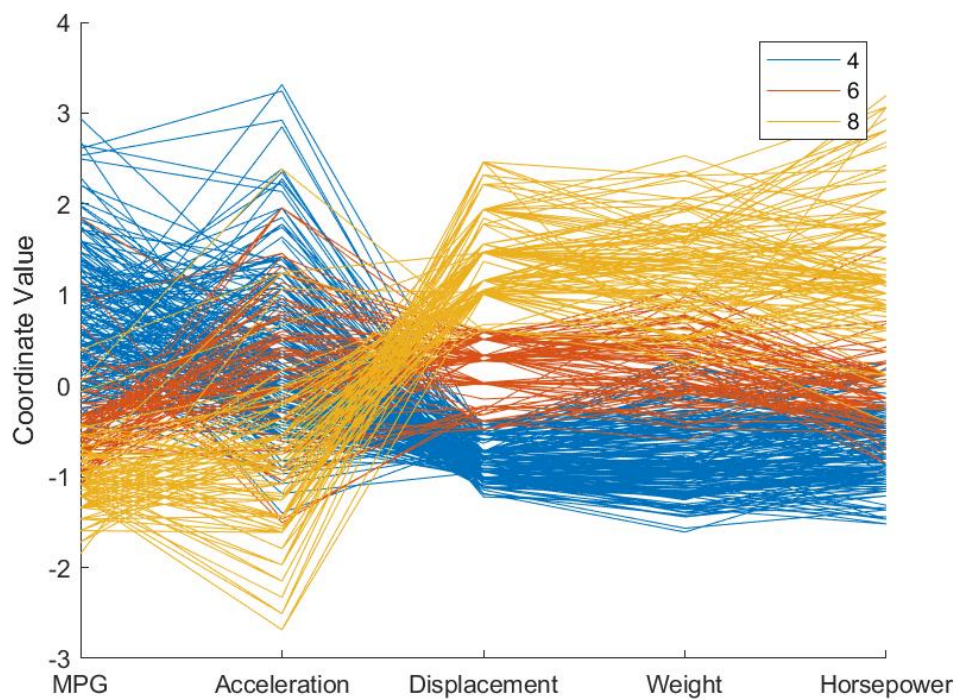
Με τον τρόπο του ακόλουθου script, εμφανίζουμε τα δεδομένα πολλών μεταβλητών στον οριζόντιο άξονα για πλήθος κυλίνδρων 4, 6 και 8. Στην εικόνα 3.4 παρατηρούμε τα δεδομένα των 5 μεταβλητών, στα οποία έχει γίνει κανονικοποίηση με $\mu = 0$ και $\sigma^2 = 1$. Παρατηρούμε πως τα δεδομένα πως για 8 κυλίνδρους οι τιμές του MPG και Acceleration είναι χαμηλές, ενώ για Displacement, Weight και Horsepower είναι υψηλές.

```

1 Cyl468 = ismember(Cylinders,[4 6 8]);
2 parallelcoords(X(Cyl468,:), 'group',Cylinders(Cyl468), ...
3 'standardize','on', 'labels',varNames)
4 print('G3_2','-djpeg')

```

Κώδικας 3.4: Πολλαπλές μεταβλητές στο, οριζόντιο άξονα

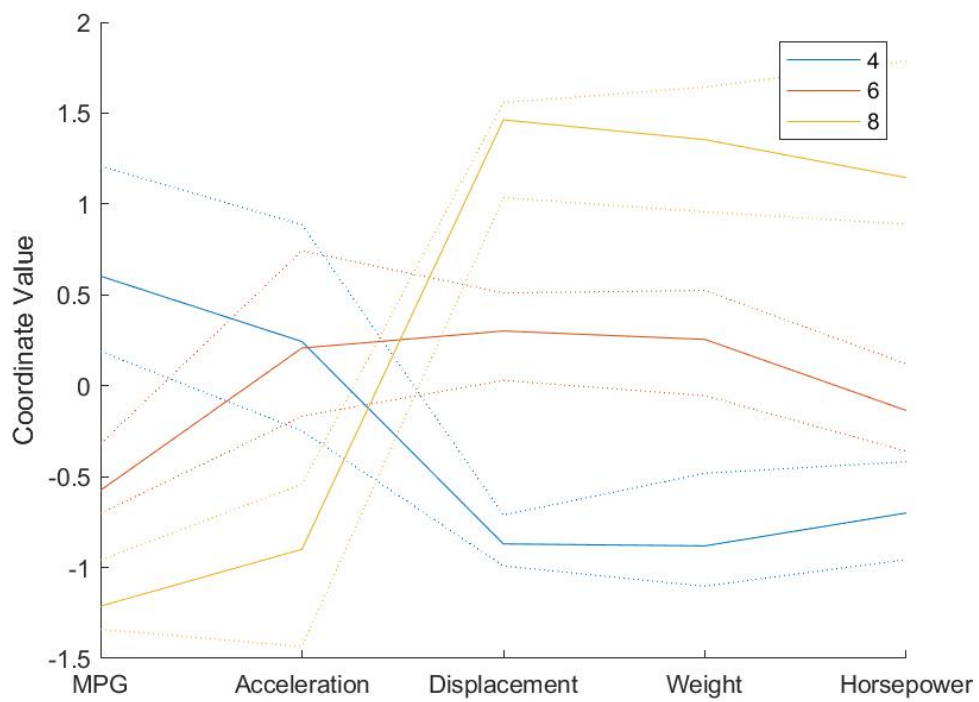


Σχήμα 3.4: Πολλαπλές μεταβλητές στο, οριζόντιο άξονα

Όμως, τα δεδομένα οπτικά επειδή παραμένουν δυσνόητα (εικόνα 3.4), με το script 3.5 θα δημιουργήσουμε το ίδιο plot όμως με δεδομένα μόνο το median, το Q1 και το Q3 (εικόνα 3.5).

```
1 parallelcoords(X(Cyl468,:), 'group',Cylinders(Cyl468), ...  
2 'standardize','on', 'labels',varNames, 'quantile',.25)  
3 print('G3_3','-djpeg')
```

Κώδικας 3.5: Απλοποίηση πολλαπλών μεταβλητών στον οριζόντιο άξονα



Σχήμα 3.5: Απλοποίηση πολλαπλών μεταβλητών στον οριζόντιο άξονα