

Rozwiązanie zadania o entropii hasła

1. Czym jest entropia?

Entropia w kontekście haseł i kryptografii to miara nieprzewidywalności lub losowości. Mówiąc prościej - określa, jak trudne jest odgadnięcie hasła przez atakującego.

Entropia jest mierzona w **bitach** i im wyższa wartość, tym bezpieczniejsze hasło. Entropia 256 bitów oznacza, że istnieje 2^{256} możliwych kombinacji do sprawdzenia.

2. Jak liczyć entropię?

Entropia hasła obliczana jest według wzoru:

$$E = \log_2(N^L)$$

gdzie:

- **E** - entropia w bitach
- **N** - liczba możliwych znaków (rozmiar alfabetu)
- **L** - długość hasła
- **log₂** - logarytm o podstawie 2

Wzór można uprościć do: **$E = L \times \log_2(N)$**

Przykład:

Jeśli mamy hasło składające się z 8 małych liter [a-z]:

- **N = 26** (liczba liter w alfabecie)
- **L = 8**
- **$E = 8 \times \log_2(26) = 8 \times 4,7 \approx 37,6$ bitów**

3. Czym jest klucz AES?

AES (Advanced Encryption Standard) to symetryczny algorytm szyfrowania, który jest obecnie standardem w kryptografii.

AES może używać kluczy o długościach:

- **128 bitów** - podstawowy poziom bezpieczeństwa
- **192 bity** - zwiększone bezpieczeństwo
- **256 bitów** - najwyższy poziom bezpieczeństwa

Klucz 256-bitowy AES oznacza, że klucz szyfrujący ma długość 256 bitów, co daje 2^{256} możliwych kombinacji (około $1,16 \times 10^{77}$ możliwości). Jest to uznawane za praktycznie nie do złamania przy obecnej mocy obliczeniowej.

4. Rozwiązanie zadania

Musimy znaleźć długość hasła **L**, które składa się tylko z małych liter [a-z], aby entropia wyniosła 256 bitów.

Dane:

- $N = 26$ (znaki od 'a' do 'z')
- $E = 256$ bitów (docelowa entropia)
- $\log_2(26) \approx 4,7004$

Obliczenia:

Z wzoru: $E = L \times \log_2(N)$

$$256 = L \times \log_2(26)$$

$$L = 256 / \log_2(26)$$

$$L = 256 / 4,7004$$

$$L \approx 54,46$$

Odpowiedź:

Należy podać minimum 55 znaków [a-z], aby entropia hasła zbliżyła się do 256-bitowego klucza AES.

Dokładniej:

- 54 znaki dadzą entropię: $54 \times 4,7 \approx 253,8$ bitów
- 55 znaków dadzą entropię: $55 \times 4,7 \approx 258,5$ bitów

5. Dodatkowe informacje praktyczne**Porównanie rozmiarów alfabetów:**

- Tylko małe litery [a-z]: 26 znaków $\rightarrow \sim 4,7$ bitu na znak
- Małe i wielkie litery [a-zA-Z]: 52 znaki $\rightarrow \sim 5,7$ bitu na znak
- Litery + cyfry [a-zA-Z0-9]: 62 znaki $\rightarrow \sim 6$ bitów na znak
- Litery + cyfry + znaki specjalne: ~ 94 znaki $\rightarrow \sim 6,6$ bitu na znak

Ile znaków potrzeba dla różnych alfabetów, aby osiągnąć 256 bitów?

- [a-z] (26): **55 znaków**
- [a-zA-Z] (52): **45 znaków**
- [a-zA-Z0-9] (62): **43 znaki**
- [a-zA-Z0-9 + znaki specjalne] (94): **39 znaków**

Wnioski:

1. Entropia rośnie logarytmicznie z rozmiarem alfabetu, ale liniowo z długością hasła
2. Używanie tylko małych liter wymaga bardzo długich haseł dla wysokiego bezpieczeństwa

3. Lepiej używać większego alfabetu (litery + cyfry + znaki specjalne) dla krótszych, ale równie bezpiecznych haseł
4. Hasło losowe o entropii 256 bitów jest równie bezpieczne jak klucz AES-256