

## Rozwiążanie zadania o entropii hasła

### 1. Czym jest entropia?

**Entropia** w kontekście haseł i kryptografii to miara nieprzewidywalności lub losowości. Mówiąc prościej - określa, jak trudne jest odgadnięcie hasła przez atakującego.

Entropia jest mierzona w **bitach** i im wyższa wartość, tym bezpieczniejsze hasło. Entropia 256 bitów oznacza, że istnieje  $2^{256}$  możliwych kombinacji do sprawdzenia.

### 2. Jak liczyć entropię?

Entropia hasła obliczana jest według wzoru:

$$E = \log_2(N^L)$$

gdzie:

- **E** - entropia w bitach
- **N** - liczba możliwych znaków (rozmiar alfabetu)
- **L** - długość hasła
- **$\log_2$**  - logarytm o podstawie 2

Wzór można uprościć do:  $E = L \times \log_2(N)$

#### Przykład:

Jeśli mamy hasło składające się z 8 małych liter [a-z]:

- $N = 26$  (liczba liter w alfabetie)
- $L = 8$
- $E = 8 \times \log_2(26) = 8 \times 4,7 \approx 37,6$  bitów

### 3. Czym jest klucz AES?

**AES (Advanced Encryption Standard)** to symetryczny algorytm szyfrowania, który jest obecnie standardem w kryptografii.

AES może używać kluczy o długościach:

- **128 bitów** - podstawowy poziom bezpieczeństwa
- **192 bity** - zwiększone bezpieczeństwo
- **256 bitów** - najwyższy poziom bezpieczeństwa

**Klucz 256-bitowy AES** oznacza, że klucz szyfrujący ma długość 256 bitów, co daje  $2^{256}$  możliwych kombinacji (około  $1,16 \times 10^{77}$  możliwości). Jest to uznawane za praktycznie nie do złamania przy obecnej mocy obliczeniowej.

### 4. Rozwiążanie zadania

Musimy znaleźć długość hasła **L**, które składa się tylko z małych liter [a-z], aby entropia wyniosła 256 bitów.

**Dane:**

- $N = 26$  (znaki od 'a' do 'z')
- $E = 256$  bitów (docelowa entropia)
- $\log_2(26) \approx 4,7004$

**Obliczenia:**

Z wzoru:  $E = L \times \log_2(N)$

$$256 = L \times \log_2(26)$$

$$L = 256 / \log_2(26)$$

$$L = 256 / 4,7004$$

$$\mathbf{L \approx 54,46}$$

**Odpowiedź:**

**Należy podać minimum 55 znaków [a-z], aby entropia hasła zbliżyła się do 256-bitowego klucza AES.**

Dokładniej:

- 54 znaki dadzą entropię:  $54 \times 4,7 \approx \mathbf{253,8}$  bitów
- 55 znaków dadzą entropię:  $55 \times 4,7 \approx \mathbf{258,5}$  bitów

## 5. Dodatkowe informacje praktyczne

**Porównanie rozmiarów alfabetów:**

- Tylko małe litery [a-z]: 26 znaków  $\rightarrow \sim 4,7$  bitu na znak
- Małe i wielkie litery [a-zA-Z]: 52 znaki  $\rightarrow \sim 5,7$  bitu na znak
- Litery + cyfry [a-zA-Z0-9]: 62 znaki  $\rightarrow \sim 6$  bitów na znak
- Litery + cyfry + znaki specjalne: ~94 znaki  $\rightarrow \sim 6,6$  bitu na znak

**Ile znaków potrzeba dla różnych alfabetów, aby osiągnąć 256 bitów?**

- [a-z] (26): **55 znaków**
- [a-zA-Z] (52): **45 znaków**
- [a-zA-Z0-9] (62): **43 znaki**
- [a-zA-Z0-9 + znaki specjalne] (94): **39 znaków**

**Wnioski:**

1. Entropia rośnie logarytmicznie z rozmiarem alfabetu, ale liniowo z długością hasła
2. Używanie tylko małych liter wymaga bardzo długich haseł dla wysokiego bezpieczeństwa

3. Lepiej używać większego alfabetu (litery + cyfry + znaki specjalne) dla krótszych, ale równie bezpiecznych haseł
4. Hasło losowe o entropii 256 bitów jest równie bezpieczne jak klucz AES-256