

计算方法第五次作业

• 焦培淇 PB17151767



1. $\sqrt[n]{a}$ 相当于方程 $x^n = a$ 的根, 令 $f(x) = x^n - a$

利用牛顿法求解方程, 因此得到迭代公式如下:

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k^n - a}{n x_k^{n-1}}$$

计算 $\sqrt[5]{9}$, 即 $a=9, n=5$

$$x_0=2 \quad x_1=1.7125, \quad x_2=1.5793 \quad x_3=1.5528$$

$$\therefore x_3 = 1.5528$$

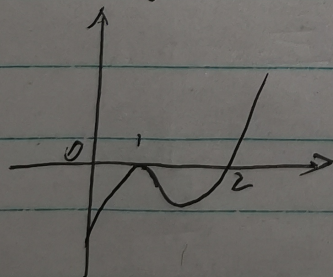
$$2. \quad x_n = \varphi(x_{n-1}) = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})} = x_{n-1} - \frac{x_{n-1}^3 - 4x_{n-1}^2 + 5x_{n-1} - 2}{3x_{n-1}^2 - 8x_{n-1} + 5}$$

对方程进行因式分解可得:

$$x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = (x-1)^2(x-2)$$

可见初值 $x_0=0$ 在根 1 附近

利用 $f'(x) = 3x^2 - 8x + 5$ 可以画出 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$ 的大致图像如下:



根据牛顿法的几何意义可知, 从 0 处开始

迭代, 最终会收敛到 1

因此极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 存在且为 1