XVII Olimpíada Iberoamericana de Matemática

San Salvador, 1 de outubro de 2002

Primeiro dia

Problema 1

Os números inteiros desde 1 até 2002, ambos incluídos, escrevem-se num quadro por ordem crescente $1, 2, \ldots, 2001, 2002$. Em seguida apagam-se os que ocupam o primeiro lugar, quarto lugar, sétimo lugar, etc., ou seja, os que ocupam os lugares da forma $3k + 1$.
Na nova lista apagam-se os números que estão nos lugares da forma $3k+1$. Repete-se este processo até que se apagam todos os números da lista. Qual foi o último número que se apagou?

Problema 2

Dado qualquer conjunto de 9 pontos no plano entre os quais não existem três colineares, demonstre que para cada ponto P do conjunto, o número de triângulos que têm como vértices três dos oito pontos restantes e P no seu interior, é par.

Problema 3

Um ponto P é interior ao triângulo equilátero ABC e é tal que $\angle APC = 120°$. Sejam M a intersecção de CP com AB e N a intersecção de AP com BC. Encontrar o lugar geométrico do circuncentro do triângulo MBN quando P varia.

Tempo: 4 horas 30 minutos.
Cada pergunta vale 7 pontos.

Versão em português