

Examen de 2^{ème} session PHR 011
Electricité : électrostatique, électromagnétisme
Mardi 10 septembre 2013 de 18 h à 20 h

Documents (cours et ED) autorisés – Calculatrices autorisées
Téléphones portables et tablettes (de toute marque) non autorisés

Problème n°1 (4 points)

Au voisinage immédiat de la surface de la Terre supposée sphérique, on relève un champ électrique vertical et dirigé vers le bas, de module $100 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$.

1. A quelle densité uniforme de charge superficielle ce champ correspond-il ?
2. Quelle est la charge totale Q portée par la Terre, sachant que son rayon R est $6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$?
3. Lorsqu'on s'élève dans l'atmosphère, le champ électrique conserve les mêmes direction et sens qu'au sol, mais son module $|\vec{E}|$ varie en fonction de l'altitude z (en mètres) selon la loi :

$$|\vec{E}| = E_0 \exp\left(-\frac{768 z}{R}\right) \text{ avec } E_0 = 113,1 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

Calculer la différence de potentiel entre un point d'altitude $z = 5 \text{ km}$ et le sol.

Problème n°2 (5 points)

1. A l'aide d'un schéma, rappeler l'expression de la force de Lorentz sur une charge ponctuelle.
2. Une particule ponctuelle de masse m et de charge q positive est soumise à l'action d'un champ électrostatique \vec{E} uniforme et d'un champ magnétique \vec{B} uniforme, tous les deux parallèles à l'axe Oz.

On néglige l'action de la pesanteur et on considère que la vitesse initiale \vec{v}_0 est dirigée suivant l'axe Ox.

- a. A partir du principe fondamental de la dynamique $\left(\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}\right)$ établir les équations différentielles régissant le mouvement de la particule.

- b. En partant des expressions des dérivées premières et secondes de v_x et v_y $\left(\frac{dv_x}{dt}, \frac{d^2 v_x}{dt^2}, \frac{dv_y}{dt}, \frac{d^2 v_y}{dt^2}\right)$,

montrer que les solutions générales des équations différentielles en x et y sont respectivement :

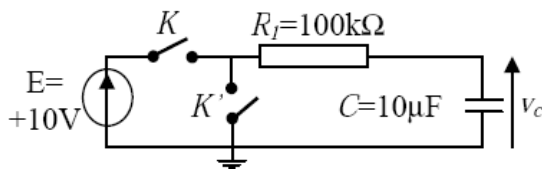
$$\begin{cases} x(t) = \frac{v_0}{\omega_0} \sin \omega_0 t \\ y(t) = \frac{v_0}{\omega_0} (\cos(\omega_0 t) - 1) \\ \text{avec : } \omega_0 = \frac{q B}{m} \end{cases}$$

Rappel mathématique : la solution générale d'une équation différentielle de second ordre de la forme

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega_0^2 z = 0 \text{ est } z(t) = z_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$$

Problème n°3 (11 points)

Charge d'un condensateur



Le circuit représenté ci-contre fait apparaître un condensateur C dont la charge est possible à la fermeture de l'interrupteur K.

A $t = 0$, on considère le condensateur déchargé, on ferme alors K.

- 1) Sans aucun calcul, préciser quelles sont les valeurs de $V_C(t = 0)$, $V_C(t \rightarrow \infty)$, $i_C(t = 0^+)$, $i_C(t \rightarrow \infty)$.
- 2) En utilisant les lois fondamentales des circuits, écrire l'équation différentielle qui en découle sous la forme qui vous semble la plus adaptée au problème (pour $t \geq 0$).
- 3) Résoudre cette équation et écrire l'expression de $V_C(t)$ et $i_C(t)$.
- 4) Représenter ces deux grandeurs sur un graphique en fonction du temps et retrouver les résultats de la question 1. Préciser quelle est la valeur de la tension V_C à $t = 0,1s$, $t = 1s$ et $t = 10s$. Conclure.
- 5) A $t = t_1 = 1s$, on ouvre K et on ferme K'. Déterminer les expressions de $V_C(t)$ et $i_C(t)$ pour $t > t_1$ et les représenter.

Décharge et imperfection d'un condensateur

Au temps $t = t_1 \gg 10s$, on ouvre l'interrupteur K sans fermer K'.

- 6) Que se passe-t-il alors dans le circuit ?
- 7) En réalité, pour un grand nombre de condensateurs bon marché, on observe une décharge assez rapide de la tension V_C . Ceci est dû à une résistance parasite R_2 dont il faut tenir compte, en parallèle avec C. Représenter alors le schéma équivalent au circuit réel.
- 8) En supposant, pour simplifier que le nouveau temps $t = 0$ est calé sur l'ouverture de l'interrupteur, calculer les évolutions de $V_C(t)$ et les représenter sur un graphique en fonction du temps.
- 9) En tenant compte de la résistance parasite $R_2 = 200 k\Omega$, est-ce que la charge de C s'effectue bien conformément aux calculs effectués dans la partie précédente ?

- 10) Résoudre donc à nouveau le régime transitoire correspondant à la charge de C (on reprendra $t=0$ comme origine de la fermeture après décharge complète) et représenter à nouveau $V_C(t)$.
- 11) Le phénomène étudié peut intervenir dans le cadre d'un montage ou d'un TP. Expliquer les précautions à prendre pour l'éviter ou l'expliquer.